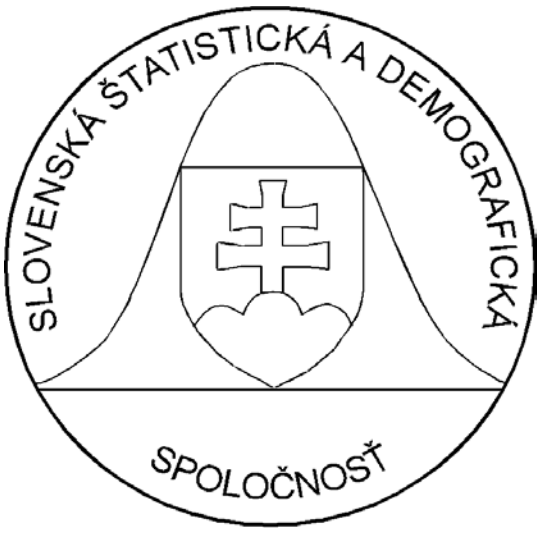
1/2005

FORUM STATISTICUM SLOVACUM



ISSN 1336-7420

Slovenská štatistická a demografická
spoločnosť Miletičova 3, 824 67
Bratislava
www.ssds.sk

Naše najbližšie akcie:

(pozri tiež www.ssds.sk, blok Poriadané akcie)

14. seminár „Výpočtová štatistika“,
1. – 2. 12. 2005, Bratislava, Infostat

Prehliadka prác mladých štatistikov a demografov,
1. 12. 2005, Bratislava, Infostat

Konferencia Pohľady na ekonomiku Slovenska 2006,
tematické zameranie: *Makroekonomický vývoj; daň z pridanej hodnoty*
4. 4. 2006, Bratislava

13. Slovenská štatistická konferencia,
tematické zameranie: *Štatistické metódy*
3. – 5. 5. 2006 alebo 20. – 22. 9. 2006 (podľa termínu konania volieb),
Malacky, Hotel ATRIUM

EKOMSTAT 2006 – jubilejná 20. škola štatistiky,
tematické zameranie: *Štatistické metódy v praxi*
21. – 26. 5. 2006, Trenčianske Teplice

PRASTAN 2006,
tematické zameranie: *Pravdepodobnosť, štatistika a numerika*
5. – 9. 6. 2006, Banskobystrický kraj

FERNSTAT 2006,
tematické zameranie: *Aplikovaná, demografická, matematická štatistika, štatistické riadenie kvality*
5. - 6. 10. 2006, Tajov pri Banskej Bystrici

11. Slovenská demografická konferencia,
tematické zameranie: *Migrácia*
3 dni, rok 2007, Košický kraj

Slávnostná konferencia 40 rokov SŠDS,
marec 2008, Bratislava

ÚVOD

Vážené kolegyne, vážení kolegovia
predstavujeme Vám prvé číslo nového časopisu, ktorý vydáva Slovenská štatistická a demografická spoločnosť (SŠDS). Snahou Výboru SŠDS je prispievať ku zvyšovaniu kvality štatistického myslenia na Slovensku a tým aj lepšiemu využívaniu štatistiky pri riešení teoretických a aplikačných úloh. Veríme, že odborná verejnosť dostáva platformu na prezentovanie svojich prác a tiež novú príležitosť na získavanie najmä nových poznatkov.

Prvé číslo nášho časopisu obsahuje príspevky, ktoré autori pripravili pre II. ročník Medzinárodnej konferencie aplikovanej štatistiky FernStat 2005. Táto konferencia sa uskutočila v dňoch 6. a 7. októbra v hoteli Lesák v Tajove. Tradičné tematické okruhy konferencie sú: Aplikovaná štatistika, Demografická štatistika, Matematická štatistika, Štatistické riadenie kvality.

Akciu, z poverenia Výboru SŠDS, zorganizoval Organizačný a programový výbor: Ing.Vladimír Úradníček, PhD. – predseda, Ing. Mária Kanderová - tajomník, Prof. Ing. Jozef Chajdiak, CSc., Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc., RNDr. Ján Luha, CSc., RNDr. Peter Mach, , PhD., RNDr. Samuel Koróny.

Na príprave a zostavení tohoto čísla participovali: Ing. Vladimír Úradníček, Ph.D., RNDr. Samuel Koróny, Prof. Ing. Jozef Chajdiak, CSc., RNDr. Ján Luha, CSc., Ing. Mária Kanderová, PhD., Ing. Rudolf Gavliak.

Recenziu príspevkov zabezpečili: Prof. Ing. Jozef Chajdiak, CSc., Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc., RNDr. Ján Luha, CSc., Ing. Vladimír Úradníček, Ph.D., RNDr. Peter Mach, RNDr. Samuel Koróny.

Výbor SŠDS

FORUM STATISTICUM SLOVACUM

Vydavateľ
Slovenská štatistická a demografická spoločnosť
Miletičova 3
824 67 Bratislava 24
Slovenská republika

Redakcia
Miletičova 3
824 67 Bratislava 24
Slovenská republika

Fax
02/63812565

e-mail
chajdiak@statis.biz
Jan.Luha@statistics.sk

Registráciu vykonalo
Ministerstvo kultúry Slovenskej republiky

Registračné číslo
3416/2005

Tematická skupina
B1

Dátum registrácie
22. 7. 2005

Objednávky
Slovenská štatistická a demografická spoločnosť
Miletičova 3, 824 67 Bratislava 24
Slovenská republika
IČO: 178764
Číslo účtu: 0011469672/0900

ISSN 1336-7420

Redakčná rada
RNDr. Peter Mach – *predseda*

Prof. Ing. Jozef Chajdiak, CSc. – *šéfredaktor*

RNDr. Ján Luha, CSc. – *tajomník*

členovia:
Ing. Mikuláš Cár, CSc.
Ing. Ján Cuper
Ing. Edita Holičková
Doc. RNDr. Ivan Janiga, CSc.
Ing. Anna Janusová
RNDr. PaedDr. Stanislav Katina
Prof. RNDr. Jozef Komorník, DrSc.
RNDr. Samuel Korónyi
Doc. Ing. Milan Kovačka, CSc.
Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.
Prof. RNDr. Jozef Mládek, DrSc.
Doc. RNDr. Oľga Nánásiová, CSc.
Doc. RNDr. Karol Pastor, CSc.
Doc. RNDr. Rastislav Potocký, CSc.
Doc. RNDr. Viliam Páleník, PhD.
Ing. Iveta Stankovičová, PhD.
Doc. RNDr. Beata Stehlíková, CSc.
Prof. RNDr. Michal Tkáč, CSc.
Ing. Vladimír Úradníček, PhD.
Ing. Boris Vaňo
Doc. MUDr Anna Volná, CSc., MBA.
Ing. Mária Vojtková, PhD.
Prof. RNDr. Gejza Wimmer, DrSc.
Mgr. Milan Žirko

Ročník
I.

Číslo
1/2005

Cena výtlačku 500 SKK / 20 EUR
Ročné predplatné 1500 SKK / 60 EUR

OBSAH

Andrej Balciar: Conditional Beta-Convergence of Average Productivity of Labour Among Members of the European Union **2**

Jaroslav Barochovský: Meranie potenciálneho produktu SR metódou produkčnej funkcie..... **9**

Oľga Ciliková: Výber vzorky v audite a ostatné výberové testovacie postupy **14**

Stefan Covaci: Model normálneho polo - normálneho rozdelenia stochastickej produkčnej hranice..... **22**

Rudolf Gavliak - Vladimír Úradníček - Emília Zimková: Testovanie kointegrácie nestacionárnych časových radov **29**

Michal Grell: Rozhodovacie úlohy a ich zabezpečenie..... **37**

Vladimír Hiadlovský - Pavol Kráľ: Využitie diskriminačnej analýzy na predikovanie finančnej situácie podnikov v SR..... **44**

Karel Hrach: Výsledky aplikace analýzy přežití na reálná data o nezaměstnanosti **50**

Ľubica Hrnčiarová - Milan Terek : Analýza zoskupení bodov v regulačných diagramoch..... **56**

Ján Hrubý: Regionálne rozloženie chovov hospodárskych zvierat pri vstupe Slovenskej republiky do EÚ **62**

Jozef Chajdiak: Rozdelenie pridanej hodnoty vo firmách SR 2003 (početnosti podľa dosiahnutých hodnôt vybraných ukazovateľov)..... **69**

Ivan Janiga - Ivan Garaj: On Exact Computation of One-sided Tolerance Factors of Normal Distributions **74**

Mária Kanderová: Harmonická analýza ako nástroj periodickej zložky modelovania časového radu..... **80**

Samuel Koróny: Citlivosť regresnej priamky na odľahlý bod pre malé súbory..... **85**

Pavol Kráľ - Peter Laco - Žaneta Šulajová: Probabilistic Method of Deriving Inflation Expectations from Business Tendency Survey in Slovakia **89**

Peter Krištofík: Modelové riešenie vplyvu finančného rozhodovania (prostredníctvom nákladov zastúpenia) na kapitálovú štruktúru podnikov v SR..... **95**

Zlata Kropková - Zlata Sojková: Komparácia krajín EÚ z hľadiska vybraných socio-ekonomických ukazovateľov **102**

Viera Labudová: Použitie viacrozmerných metód pri lineárnom usporiadaní objektov (priemyselných podnikov)**109**

Ján Luha: Meranie spoľahlivosti výskumov verejnej mienky pomocou intervalov spoľahlivosti pre podiely..... **116**

Silvia Megyesiová: Klasifikácia krajín na základe zvolených kritérií **126**

Pavol Kráľ - Gabriela Nedelová: Odhad Cobb – Douglasovej produkčnej funkcie vybraného slovenského podniku **134**

Ladislava Olšarová: Metódy výpočtu poistného v prípade konštantných a stochastických úrokových mier **140**

Marta Orviská: Alternatívny model merania veľkosti daňových únikov a tieňovej ekonomiky **143**

Martin Pavlík: Prognózovanie dane z príjmu právnických osôb **154**

Zuzana Poláková: Vývoj počtu obyvateľstva ekonomicky činného v pôdohospodárstve v SR **159**

Zlata Sojková – Zlata Kropková: Skúmanie konvergenčných tendencií z hľadiska HDP v krajinách EÚ **163**

Jana Špirková: Štatistické hypotézy o vzťahoch medzi početnosťami **169**

Zuzana Šuranová: Symbióza poistnej matematiky a finančného účtovníctva v IAS 19 – Zamestnanecké požitky **175**

Milan Terek – Iveta Lišková: Štatistické navrhovanie spoločného použitia regulačného diagramu priemerov a regulačného diagramu rozpätí **181**

Michal Tkáč: Štatistické nástroje metódy Six Sigma **187**

Renáta Turisová: Zamestnanosť a nezamestnanosť v Košickom regióne **192**

Mária Vojtková: Aplikácia vybraných viacrozmerných metód pri analýze efektívnosti priemyselných podnikov **197**

Alena Kaščáková: Dotazníkový prieskum zameraný na skúmanie spotrebiteľského správania domácností SR na trhu telefónnych a telefaxových služieb **203**

Ivan Žežula: Implementácia približného riešenia mnohorozmerného Berens-Fisherovho problému v STATE **208**

Iveta Príhodová: Modely volatility (variability) I **217**

Životopis Prof. Jozefa S o j k u, CSc. **226**

Conditional Beta-Convergence of Average Productivity of Labour Among Members of the European Union

Andrej Balciar

Abstract: The paper deals with the convergence of average productivity of labour based on the Ramsey model of economic growth. In our contribution the Ramsey model of an open economy is refined by the assumption that capital per effective labour is partially financed by borrowings from abroad. In our contribution an empirical research on conditional beta-convergence of average productivity of labour among new and old members of the European Union using Eurostat data is presented. Structural policy implications are suggested.

Keywords: average productivity of labour, conditional beta-convergence, regression, structural policy.

Introduction

To ensure higher standard of living of the citizens, it is required to increase the value added produced by the economy. The necessary condition for the future economic progress of the country is a rise of productivity of labour. Economies with lower productivity of labour can benefit from experience and technological improvements of developed economies. The main resource of economic growth is a technological change. In the spring of the year 2005 the European Commission decided to focus efforts on two main areas: productivity and employment.

The goal of the paper is to empirically test whether the gap of average productivity of labour among old and new members of the EU was decreased in the period of years 1995 – 2004.

1. The Ramsey model of economic growth

The model was constructed by F. P. Ramsey (1928) and further developed by D. Cass (1965) a T. C. Koopmans (1965) with the goal to endogenize the saving rate in a closed economy (Gandolfo, G., 1997, pp. 378-384). The saving rate in such an economy is determined by optimizing of the utility of households and the profit of enterprises on the competitive markets. Then the model was extended for the case of an open economy. It is assumed that there are three sectors in the economy: households, enterprises and foreign capital markets.

Utility per household, $u(c)$, is a function of consumption per household, $c(t)$. We assume that the number of households rises by the constant rate n and normalize the number of households at time 0 to unity. Then total utility of households, $U(c,t)$, is given by

$$U(c,t) = u\left[c(t)\right]e^{nt}. \tag{1}$$

We assume that the function U has following properties:

$$U_c = \frac{\partial U}{\partial c} > 0,\ U_{cc} = \frac{\partial^2 U}{\partial c^2} < 0,\ \lim_{c\to 0}\frac{\partial U}{\partial c} = \infty,\ \lim_{c\to\infty}\frac{\partial U}{\partial c} = 0. \tag{2}$$

The assumptions (2) express that $U(c,t)$ is increasing in c and concave. Elasticity of marginal utility per household, $\sigma(c)$, is defined by

$$\sigma(c) = -c\frac{U_{cc}}{U_c}. \tag{3}$$

Our goal is to maximize present value, W, of all future total utilities of households:

$$\max_{\{c(t)\}} W = \int_0^\infty u\left[c(t)\right].e^{n.t}e^{-\rho.t}dt, \tag{4}$$

where ρ is a discount factor.

We assume that assets per effective labour, $\hat{a}$, rise with wage per effective labour, $\hat{w}$, increase with interest payments from assets given by world interest rate, r, fall with consumption per effective labour, $\hat{c}$, and fall because of the growth of population and technological progress:

$$\hat{a}' = \hat{w} + r.\hat{a} - \hat{c} - (n+x).\hat{a}. \tag{5}$$

The flow of profit of all enterprises in the economy, $\pi(t)$, is determined by the difference between value added of all enterprises in the economy and costs of the enterprises. Value added of all enterprises is given by the neoclassical production function, $F\left(K,\hat{L}\right)$, with two production factors capital, K, and effective labour, $\hat{L}$. As costs we consider interest payments from capital determined by world interest rate, r, depreciation given by the rate, δ, and wages given by the wage rate, w:

$$\pi(t) = F\left(K,\hat{L}\right) - (r+\delta).K - w.L. \tag{6}$$

Enterprises operating in the competitive market maximize profit for given r, w and $\hat{L}$ if:

$$\frac{\partial \pi}{\partial \hat{k}} = 0. \tag{7}$$

Marginal productivity of labour determines wage rate:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = w. \tag{8}$$

We consider an open economy, then the gap between capital per effective labour, $\hat{k}$, and assets per effective labour, $\hat{a}$, corresponds to the net debt per effective labour, $\hat{d}$:

$$\hat{d} = \hat{k} - \hat{a}. \tag{9}$$

R. J. Barro and X. X. Sala-i-Martin considered the cases $\hat{d} = \hat{k}$ and $\hat{d} = 0$. In our contribution we assume that capital is partially financed by borrowings from abroad:

$$\hat{d} = p.\hat{k}, \ 0 < p < 1, \tag{10}$$

where *p* is a debt-to-capital ratio.

We will consider a Cobb-Douglas production function $F\left(K, \hat{L}\right) = K^{\alpha}.\hat{L}^{1-\alpha}$, where α is elasticity of capital with respect to change in value added. The equation (5) can be re-written in the form (Balciar, A., 2005):

$$\hat{k}' = \frac{1}{1-p}\hat{k}^{\alpha} - \frac{(r+\delta).p}{1-p}\hat{k} - (x+n+\delta).\hat{k} - \frac{1}{1-p}\hat{c}. \tag{11}$$

We assume that capital per effective labour, $\hat{k}(t)$, is bounded by its initial value, $\hat{k}(0)$, and its equilibrium, $\hat{k}_e$:

$$\hat{k}(0) < \hat{k}(t) < \hat{k}_e. \tag{12}$$

We also assume that consumption per effective labour, $\hat{c}(t)$, is positive and less than average productivity of effective labour, $\hat{y}(t)$:

$$0 < \hat{c}(t) < \hat{y}(t). \tag{13}$$

Consider Hamiltonian J:

$$J = e^{-\rho.t}U(c,t) + \frac{\lambda}{1-p}.\left(f\left(\hat{k}\right) - p.(r+\delta).\hat{k} - (x+n+\delta).(1-p).k - c.e^{-x.t}\right). \tag{14}$$

We are finding maximum inside the field determined by conditions (12) and (13) utilizing canonical equations:

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0, \ \frac{\partial^2 J}{\partial c^2} = e^{-\rho.t}U_{cc} < 0. \tag{15}$$

A. Balciar (2005) derived the following differential equation:

$$\frac{\hat{c}'}{\hat{c}} = \frac{1}{\sigma(c).(1-p)}\left[\frac{\partial f\left(\hat{k}\right)}{\partial \hat{k}} - p.(r+\delta) - (n+\delta+\rho).(1-p) - \sigma(c).(1-p).x\right]. \tag{16}$$

The equations (11) and (16) create the differential system of the Ramsey model for an open economy. Solving this system we obtain a solution of the differential system of the Ramsey model:

$$\log \hat{y}(t) = e^{-\beta.t} \log \hat{y}(0) + \left(1 - e^{-\beta.t}\right) \log \hat{y}_e , \tag{17}$$

where $\beta > 0$ is the convergence coefficient and y_e is equilibrium of average productivity of effective labour.

2. Conditional beta-convergence of average productivity of labour

Absolute beta-convergence among economies is defined as a negative relation between the growth rates of average productivity of labour and its initial levels. In order to test absolute beta-convergence we use linear regression, which can be derived from (17):

$$\frac{1}{T}\left(\log \hat{y}_i(T) - \log \hat{y}_i(0)\right) = a - \frac{1}{T}\left(1 - e^{-\beta.T}\right) \log \hat{y}_i(0) + e_i , \tag{18}$$

where $\frac{1}{T}\left(\log \hat{y}_i(T) - \log \hat{y}_i(0)\right)$ is logarithm of average growth rate of average productivity of effective labour in economy i in the period of length $T+1$, $\log \hat{y}_i(0)$ is logarithm of the initial level of average productivity of effective labour, a - constant, e_i - random error.

If the different economies have the different technological and behaviour parameters, then they will have the different steady states. The growth rate of each economy will be positively related to the distance from its own steady state. This concept is known as conditional convergence (Sala-i-Martin, X. X., 1996, pp. 1027). To test the hypothesis of conditional convergence one has to hold constant the steady state of each economy by introducing other variables:

$$\frac{1}{T}\left(\ln \hat{y}_{T,i} - \ln \hat{y}_{0,i}\right) = a - \frac{1}{T}\left(1 - e^{-\beta.T}\right) \ln \hat{y}_{0,i} + \boldsymbol{\psi}_i . \boldsymbol{X}_i + e_i , \tag{19}$$

where $\boldsymbol{\psi}_i$ is a vector of parameters, $\boldsymbol{X}_i$ is a vector of variables that hold constant steady state of average productivity of effective labour in economy i.

If the estimate of β is positive and statistically significant, then the data set exhibits conditional beta-convergence. To test the hypothesis of conditional convergence we took the following variables: propensity to investment, share of government expenditure on GDP and share of employed people on total population (see table 1).

Table 1 Data Description

Variables	Definitions / Units
Gross domestic product - GDP	Gross domestic product (mil. € in constant prices of year 1995)
Employment - EMP	Persons in employment (annual average, 1000 persons)
Average population - POP	Average number of inhabitants for the year* (1000 inhabitants)
Average productivity of labour	Gross domestic product / employment
Propensity to investment	Gross capital formation / gross domestic product
Share of government expenditure on GDP	Final consumption expenditure of general government / gross domestic product
Share of employed people on total population	Employment / total population

Source: EUROSTAT, own calculations

We estimated parameters of the regression utilizing a method of ordinary least squares. The results of the regression confirm existence of conditional beta-convergence among EU24 and among EU9. In the case of EU15, the estimate of β is small positive and regression is not statistically significant (P-value of F-ratio is 0,6347). The EU9-economies converge conditionally with higher speed than the enlarged EU24 (see table 2).

Table 2 Conditional beta-convergence based on cross-section data

Economies	Beta	t-value of *b*	Sig. level of *b*	Darb-Wat Stat.	P-value of F-ratio	R^2
EU24	0,0237	-6,2526	0,0000	2,7626	0,0000	0,7960
EU9	0,0253	-3,3821	0,0277	2,5907	0,0997	0,8045
EU15	0,0048	-0,5112	0,6203	2,9716	0,6347	0,7960

There are three problems identified for a cross-section regression: an omitted variable bias - differences in production functions across countries are not captured by cross-section regression, limiting the time series - not all available information are utilized, and endogenity problem - explanatory variables are correlated each other. The panel data approach minimizes

* Estimate for the year 2004 is based on assumption of the same growth rate of average population as in the year 2003

the omitted variable problem by allowing for the differences in production functions in the form of individual country effects. It also allows to control for time specific effects. Time specific dummies enable to explain influence of structural changes in economies which cannot be described by economic variables. Finally, the panel data approach increases the number of observation (N. Islam, 1995).

Utilizing panel data, for EU15 the estimate of β is negative, i.e. the data set does not exhibit conditional beta-convergence among old members of the EU. Again, the new members converge conditionally faster than the enlarged EU24. In the case of utilizing time specific dummies the coefficient of determination is higher for all considered groups of economies (see table 3, table 4).

Table 3 Conditional beta-convergence based on panel data without time specific dummies

Economies	**Beta**	**t-value of *b***	**Sig. level of *b***	**Darb-Wat Stat.**	**P-value of F-ratio**	**R^2**
EU24	0,0190	-6,2640	0,0000	2,0330	0,0000	0,3201
EU9	0,0247	-3,1795	0,0021	1,9462	0,0006	0,2262
EU15	-0,0005	0,0888	0,9294	1,8772	0,2304	0,0419

Table 4 Conditional beta-convergence based on panel data with time specific dummies

Economies	**Beta**	**t-value of *b***	**Sig. level of *b***	**Darb-Wat Stat.**	**P-value of F-ratio**	**R^2**
EU24	0,0184	-6,0533	0,0000	2,1612	0,0000	0,3670
EU9	0,0219	-2,7763	0,0071	2,1394	0,0074	0,3114
EU15	-0,0014	0,2909	0,7716	2,2628	0,0005	0,2406

3. Conclusion and structural policy implications

There are disputes led by economic theorists about the definition of structural policy. Structural policy cannot substitute adaptable activity of the enterprises, when market conditions are changed. Therefore, characteristic features of stabilization policy are selectivity and limited time of its application. Motivation for decision-making of the government is a discrepancy between real market mechanism and the goals of society.

In the field of structural policy there are three priority goals of the EU:

- decreasing of regional disparities,

- support of area suffering from re-structuring of industry and services,
- support of modernization the education.

The instrument of economic and social cohesion within the EU is structural funds. To implement structural funds in Slovakia the National Development Plan was prepared. The demand for financial support from structural funds considerably exceeds the available financial resources. The future development of Slovakia depends on quality of approved projects and quality of their implementation.

Bibliography

1. BALCIAR, A. 2005. *Measuring disparities of average productivity of labour among new and old members of the European Union*. In : IX. International Young Scholars´ Conference. Prague : University of Economics.
2. BARRO, R. J., SALA-I-MARTIN, X. X. 1995. Economic Growth. New York : McGraw Hill, Inc., 1995. ISBN 0-07-003697-7.
3. GANDOLFO, G. Economic Dynamics. 1997. Berlin : Springer, 1997. ISBN 3-540-62760-X.
4. EUROSTAT. Economy and finance. Available at the internet: http://epp.eurostat.cec.eu.int/portal/page?_pageid=0,1136173,0_45570701&_dad=portal&_schema=PORTAL
5. ISLAM, N. 1995. Growth Empirics: A Panel Data Approach. The Quarterly Journal of Economies, 110, 1995, No. 4, pp. 1127-1170.
6. SALA-I-MARTIN, X. X. 1996. The Classical Approach to Convergence Analysis. The Economic Journal, Vol. 106, No. 437 (July 1996), pp. 1019-1036.

Meranie potenciálneho produktu SR metódou produkčnej funkcie

Jaroslav Barochovský

Abstract: The output gap is defined as the difference between the observed level of an economy output and its trend or potential level. In the short term, an economy can produce above its potential level (a positive output gap) through unusually high levels of labour force participation, capacity utilisation, or technical progress. However, a positive output gap tends to generate inflationary pressures on the markets for factors of production. Once inflation accelerates, output will have to fall below its potential level (a negative output gap) to increase available resources and reduce the pressure on prices. Therefore, measures of the output gap are often used in macroeconomic analysis to assess current and future levels of inflationary pressures in the economy. This contribution using production function approach to estimate potencial product and output gap.

Potenciálny produkt a produkčná medzera

Produkčná medzera HDP je rozdiel medzi skutočným a potenciálnym HDP. Hrá dôležitú úlohu v oblasti menovej politiky pri plnení inflačných cieľov a regulácii ekonomického vývoja. Produkčná medzera určuje či sa ekonomika nachádza nad resp. pod úrovňou potenciálneho produktu. V prípade, že je skutočný rast rýchlejší ako potenciálny rast, v ekonomike vznikajú vo zvýšenej miere inflačné tlaky čo. V opačnom prípade ekonomika nerastie takým tempom, ako by to bolo možné aj bez zvýšenia rizika inflácie.

Produkčná medzera HDP je nemerateľná veličina, a preto je potrebné jej priebeh odhadnúť. V posledných rokoch bolo vyvinutých mnoho spôsobov pre výpočet potenciálneho produktu ekonomiky. Prvý zo spôsobov je vyhladzovanie reálneho HDP použitím jednofaktorového Hodrick-Prescott filtra. Tento spôsob sme využili v publikácii [5]. Druhou alternatívou je prístup vychádzajúci z produkčnej funkcie, ktorá je založená na vzťahoch medzi výrobnými faktormi v ekonomike.

Produkčná funkcia

OECD prístup pre odhad potenciálneho produktu vychádza z teórie produkčnej funkcie. Hlavná výhoda tohto prístupu je jeho silné prepojenie s ekonomickou teóriou, čo umožňuje ľahko pochopiť determinanty vývoja potenciálneho produktu. OECD odporúča z viacerých druhov produkčný funkcií Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu, najmä kvôli svojej relatívnej jednoduchosti a prehľadnosti. V rámci produkčnej funkcie je výška potenciálneho produktu závislá od základných zdrojov produkcie t.j. práci a kapitálu a efektivite využitia týchto zdrojov (SPF – súhrnná produktivita faktorov).
Dvojfaktorová Cobb-Douglasova produkčná funkcia pre celú ekonomiku má tvar:

$$Y_t = SPF_t . K_t^{(1-\alpha)} . L_t^{\alpha} \qquad (1)$$

kde:
Y = Produkt

L = Práca
K = Kapitál
SPF = súhrnná produktivita faktorov
α = podiel práce na produkte

Údaje

Pre odhad produkčnej medzery sme použili ročné údaje Slovenského štatistického úradu o vývoji HDP v stálych cenách v Slovenskej republike za roky 1995-2005. Práca je meraná ako fyzický priemerný počet pracovníkov v civilnom sektore národného hospodárstva. Kapitál predstavuje hrubú zásobu strojov a zariadení, budov a stavieb v stálych cenách.

Potenciálny produkt

Pre výpočet potenciálneho produktu, bolo potrebné určiť podiel práce α. Ten sa stanovil ako priemerný podiel náhrad zamestnancom na HDP v bežných cenách za sledované obdobie. Podiel práce tak činil 44,5 % a podiel kapitálu 55,5 %. Stanovenie α ako priemerného podielu práce (resp. podiel náhrad zamestnancom) na produkte používajú taktiež aj medzinárodné inštitúcie. Vo vyspelých štátoch je však tento podiel vyšší.

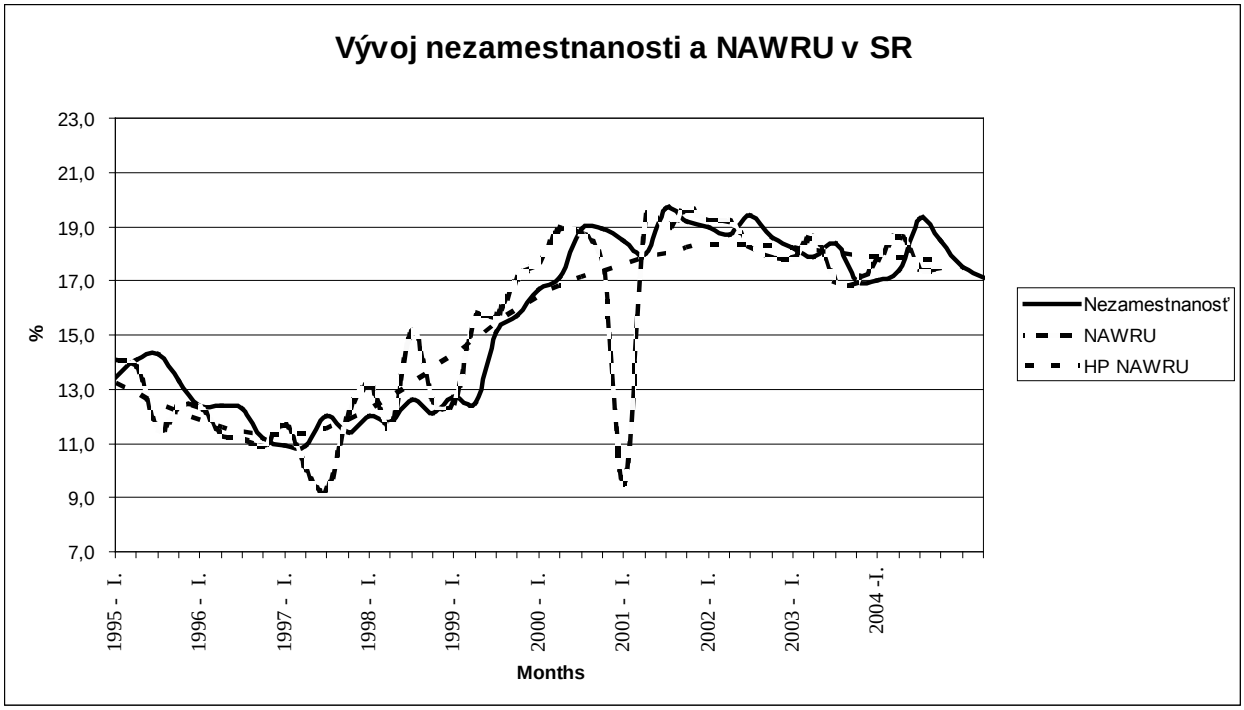
Pri znalosti počtu pracovníkov (práce L) a zásoby kapitálu v stálych cenách (K) sme SPF získali podľa rovnice (1) ako rezíduum. Takto zistenú súhrnnú produktivitu faktorov SPF sme potom vyhladili, aby sme získali trend vývoja súhrnnej produktivity faktorov SPF. Potenciálny HDP sme potom vypočítali dosadením trendovej súhrnnej produktivity faktorov SPF, zásoby kapitálu K a plnej (potenciálnej) zamestnanosti L späť do produkčnej funkcie. Potenciálna zamestnanosť je definovaná ako najvyššia úroveň zamestnanosti, pri ktorej nedochádza k inflačným tlakom.

$$\ln Y^{pot} = SPF^{pot} + \alpha \ln L^{pot} + (1-\alpha).K \qquad (2)$$

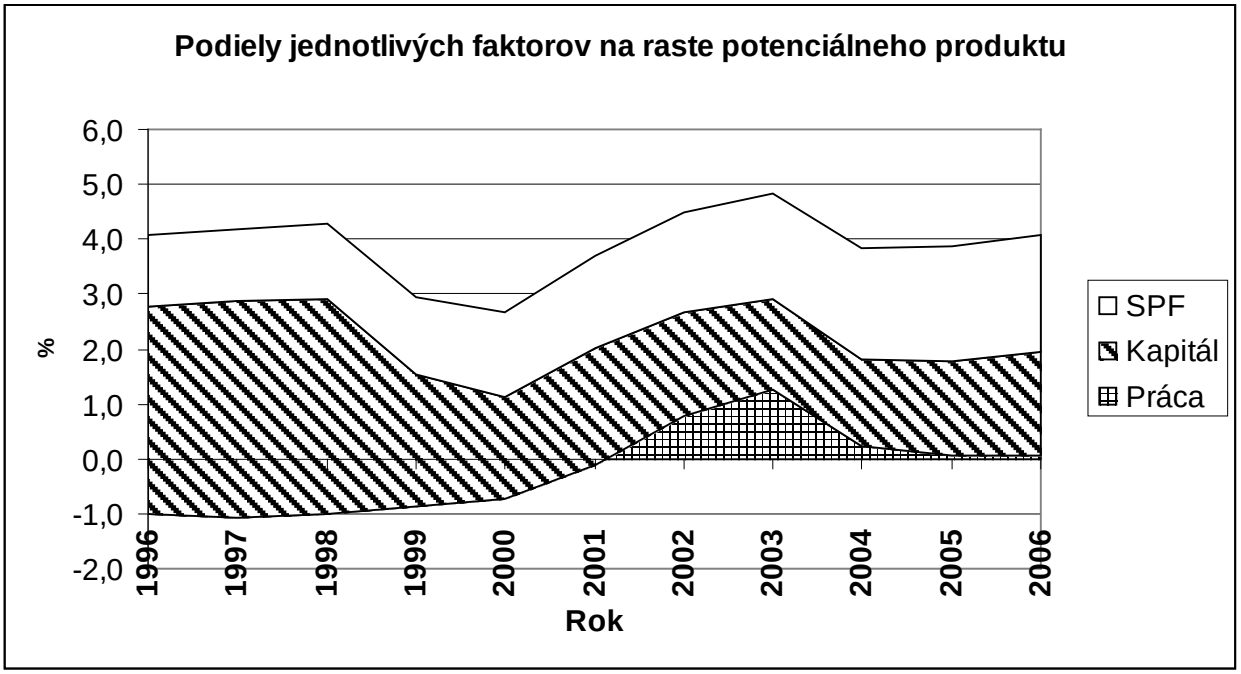
Potenciálna zamestnanosť

V príspevku [4] sme sa zaoberali odhadom ukazovateľa NAWRU, ktorý určuje potenciálnu úroveň nezamestnanosti, pri ktorej nedochádza k zrýchlenému nárastu miezd.

Pre vytvorenie ukazovateľa NAWRU pre Slovenskú ekonomiku sa použili štvrťročné údaje o vývoji reálnych miezd a údaje o výške nezamestnanosti za roky 1995 – 2005. Časový rad NAWRU sme vyhladili pomocou Hodric-Prescot filtra s parametrom λ=1600. Vývoj nezamestnanosti a ukazovateľa NAWRU je zobrazený na grafe 1.



Graf 1.



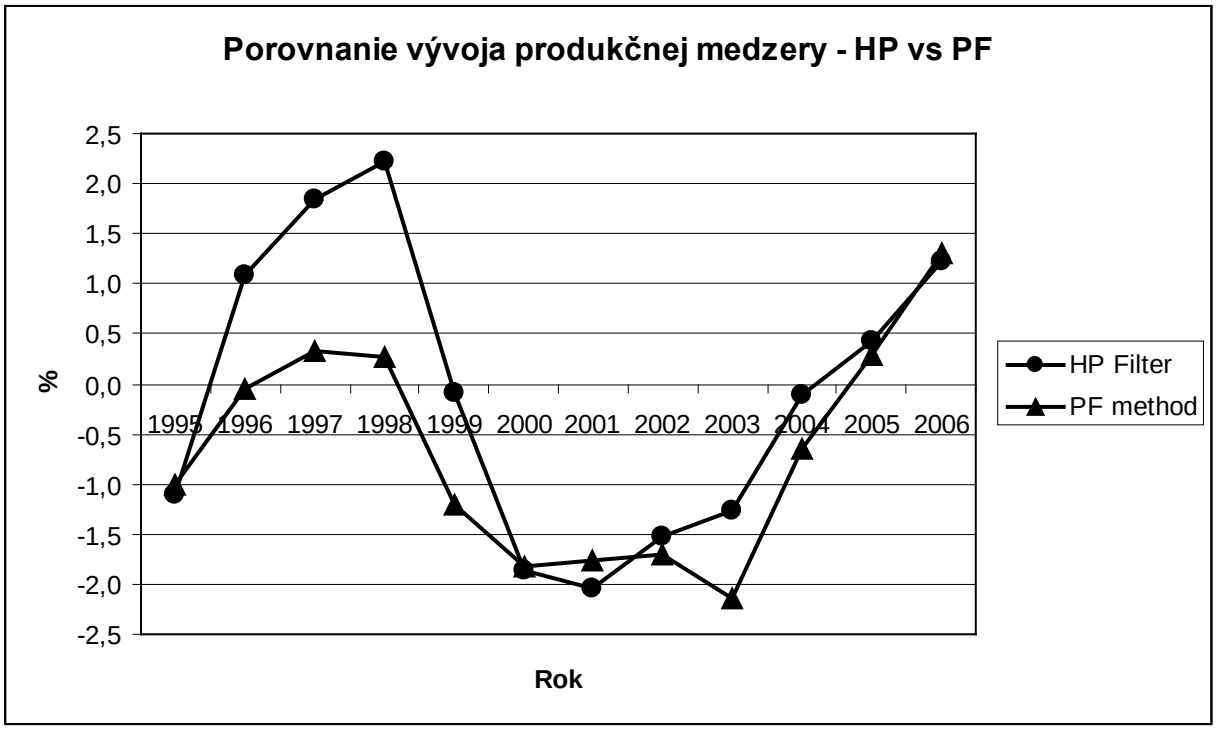
Graf 2.

Stanovenie podielu jednotivých faktorov

Dosadením potenciálnej zamestnanosti, kapitálu a súhrnnej produktivity faktorov do rovnice (2) získame podiely jednotlivých faktorov na raste potenciálneho produktu a taktiež aj jeho celkovú

hodnotu. Z grafu 2 vidíme, že rast bol v rokoch 1996 až 2000 ťahaný najmä zvýšenou akumuláciou kapitálu. Práca ako zdroj produkcie bola brzdou rastu potenciálneho produktu.
Od roku 1998 sa na Slovensku uskutočňovali štrukturálne reformy v oblastiach ekonomiky s vysokou zamestnanosťou, ktoré rapídne zvyšovali nezamestnanosť až do roku 2001. V tomto roku došlo k spomaleniu rastu nezamestnanosti a postupne aj k jej mierne poklesu. To prispelo k nárastu podielu faktoru práce na raste potenciálneho produktu ekonomiky.

Porovnanie výsledkov merania produkčnej medzery



Graf 3.

Na grafe 3. sú zobrazené produkčné medzery odhadnuté dvomi rôznymi spôsobmi. Prvá bola vypočítaná pomocou Hodrick – Prescot filtra, v druhej bol použitý opísaný spôsob Cobb-Douglasovej funkcie. Obe krivky majú už na prvý pohľad podobný priebeh. Oba grafy poukazujú na to, že slovenská ekonomika sa nachádza nad úrovňou potenciálneho produktu, čo by mohlo viesť inflačným tlakom. Toto by mohlo viesť k záveru, odporučiť centrálnej banke zvýšiť základnú úrokovú sadzbu za účelom spomalenia rastu ekonomiky.

Záver

V tomto príspevku bola pre odhad potenciálneho produktu a produkčnej medzery SR použitá metóda produkčnej medzery. Z dôvodu nedostupnosti dát bolo nutné pracovať s ročnými dátami čo výrazne skrátilo časový rad. Napriek tomu výsledok korešponduje s výsledkom predchádzajúceho príspevku, ktorý odhadoval produkčnú medzeru pomocou Hodrick-Prescott filtra. Produkčná funkcia navyše umožnila zistiť podiel faktorov na raste potenciálneho produktu,

a tak lepšie pochopiť príčiny jeho vývoja. Potenciálna zamestnanosť bola odhadnutá pomocou indikátora NAWRU, ktorý udáva mieru nezamestnanosti, pri ktorej nedochádza k zrýchlenému nárastu miezd.

Bibliography

[1] Adams C., and D. T. Coe, 1990. "A Systems Approach to Estimating the Natural Rate of Unemployment and Potential Output for the United States", IMF Staff Papers, Vol. 37 No.2.
[2] Hájek, M. - Bezděk, V.: Odhad potenciálního produktu a produkční mezery v ČR, ČNB, Praha 2000.
[3] Okun, A. M.: Potential GNP: Its Measurement and significance, Cowles Foundation, Yale University, 1962.
[4] Zimková, E., Barochovský, J.: Structural Unemployment in Slovakia, Czech Republic and Poland ,AMSE 2005, Wroclaw
[5] Zimková, E., Barochovský, J.: Je dynamika hospodárskeho rastu SR udržateľná? FERNSTAT, Zborník z konferencie aplikovanej štatistiky FernStat 2004, Tajov, 2004.
[6] Guidebook to program Eviews 4.0.

Autor

Ing. Jaroslav Barochovský
Katedra kvantitatívnych metód a informatiky
Ekonomická fakulta
Univerzita Mateja Bela
Tajovského 10
975 90 Banská Bystrica
Slovenská republika
jaroslav.barochovsky@umb.sk

Výber vzorky v audite a ostatné výberové testovacie postupy

Oľga Ciliková

Abstract: Cieľom príspevku je naznačiť použitie výberu vzorky založeného na princípoch teórií pravdepodobnosti a matematickej štatistiky, ktoré audítor aplikuje na zostatok na účte alebo na skupinu transakcií. Problematika výberu vzorky v audite je aplikovaná v Medzinárodnom audítorskom štandarde 530 (ISA), ktorý poskytuje návod na používanie postupov pri výbere vzorky v audite a ostatných prostriedkov výberu položiek na testovanie za účelom zhromaždenia audítorských dôkazov.

Key words: International Standard on Auditing, audítorské dôkazy, audítorske riziko, kontrolné riziko, výber vzorky, pravdepodobnostná a nepravdepodobnostná výberová metóda, základný súbor, štatistická jednotka, výber charakteristík, hodnotový výber, stratifikácia vzorky

Úvod

Audítor pri získavaní audítorských dôkazov pracuje s rôznymi druhmi informácií a s veľkým počtom informácií, využíva postupy, kde overuje len určitú časť položiek (informácií). Na základe tohto overenia sa snaží formulovať názor na celú oblasť. Aby tento názor bol platný, musí audítor postupovať podľa určitých zásad. Tieto zásady sa týkajú aj výberu vzorky. Výber vzorky vychádza z medzinárodných audítorských štandardov (International Standard on Auditing – ISA) a najvýraznešie sa vzťah audítora a štatistika prejavuje v štandarde 530 – Výber vzorky v audite a ostatné výberové testovacie postupy.

1. Všeobecné a špecifické možnosti použitia výberu vzorky pri audite

Definícia Americkej účtovníckej asociácie (American Accounting Association) definuje audit, že je systematický proces objektívneho získavania a hodnotenia dôkazov týkajúcich sa tvrdení o ekonomických činnostiach a udalostiach za účelom získania stupňa zhody medzi týmito očakávaniami a stanovenými kritériami. Reprezentuje aj komunikáciu výsledkov auditu konečným užívateľom informácií.

Audit ako analytický proces býva často považovaný za súčasť účtovníctva. Audit však kladie dôraz na samotné potvrdenie finančných výkazov a údajov v nich obsiahnutých. Účtovníctvo zahŕňa zbieranie, sumarizovanie, spracovanie a interpretovanie finančných dát. Audit naopak, využíva teóriu dôkazov na overenie celkovej primeranosti prezentovaných finančných výkazov. Práve všeobecne akceptované účtovnícke princípy (GAAP) tvoria prepojenie účtovníctva a auditu. Z týchto princípov vychádzajú tak účtovníci pri vedení účtovníctva svojej firmy ako účtovnej jednotky, tak aj audítori pri overovaní účtovnej závierky. To je aj dôvod prečo audítorovi nestačí, aby bol oboznámený s audítorskými metódami, musí byť oboznámený aj s účtovnými zásadami a so samotnou účtovníckou praxou.

Audítor pri výkone svojej práce postupuje v súlade s Medzinárodnými audítorskými štandardmi (International Standards on Auditing – ISA). Tieto obsahujú základné princípy a nevyhnutné postupy spolu so súvisiacim návodom vo forme vysvetlenia alebo iných materiálov. Základné princípy a nevyhnutné postupy sa majú interpretovať v kontexte s vysvetleniami alebo inými materiálmi, ktoré poskytujú návod na ich aplikáciu. Pri audítorskom overovaní účtovnej závierky vychádza audítor, ako sme už vyššie uviedli, z viacerých základných princípov. Jedným z takýchto princípov je stanovenie audítorského rizika. Definícia audítorského rizika by mala byť základom všetkého rozhodovania sa.

Audítorské riziko (audit risk) je riziko, že audítor môže nie vlastnou vinou zlyhať pri vhodnom vyjadrení svojho názoru týkajúceho sa účtovnej závierky, ktorá v skutočnosti obsahuje závažné nedostatky. Jednoduchšie povedané, ide o pravdepodobnosť predloženia audítorskej správy bez výhrady na tú účtovnú závierku, ktorá obsahuje závažné nedostatky.

Audítorské riziko má jednotlivé zložky, ako sú prirodzené, kontrolné a detekčné riziko. Prirodzené (inherent risk) a kontrolné (control risk) riziko určujú spoločne pravdepodobnosť, že účtovná závierka obsahuje významné nesprávnosti. Audítorské riziko spája pravdepodobnosť jednotlivých troch typov rizík. Pre nás na tomto mieste bude významné iba detekčné (detection risk) riziko, ako jediná závislá premenná. Audítor po preverení prirodzeného a kontrolného rizika uskutočňuje substantívne testy. Tieto testy sú zamerané na obmedzenie detekčného rizika. Substantívne testovanie (substantive audit testing) je proces získavania dôkazov týkajúcich sa samotných hospodárskych transakcií a konečných zostatkov. Sú to testy detailov analytických postupov uskutočňovaných za účelom zistenia závažných chýb v konečných zostatkoch jednotlivých účtov.

Na dosiahnutie cieľa auditu musí audítor voliť vhodné audítorské postupy (procedúry). Audítor nemôže overovať kompletne všetky skutočnosti. Súvisí to s prirodzenými obmedzeniami účtovného systému v spoločnosti alebo systému vnútorných kontrol a mohlo by to byť organizačne a technicky nemožné a ekonomicky neúnosné z hľadiska nákladov potrebných na audítorskú prácu. Preto je bežnou metódou práce audítora metóda testov a výberov. Existuje v podstate nekonečné množstvo kombinácií rôznych audítorských procedúr a audítor si podľa vlastného uváženia vyberá také, aby znížil svoje riziko na akceptovateľne nízku úroveň.

Vo väčšine prípadov nie je možné pri audite overiť všetky položky v jednotlivých oblastiach účtovnej závierky, či to už z hľadiska vecnej správnosti alebo spoľahlivosti. Audítor preto spravidla overuje len určitú časť položiek a na základe tohto overenia a ďalších postupov formuluje názor na celú oblasť. Aby tento názor bol platný, mal by audítor pri overovaní postupovať podľa určitých zásad. Tieto zásady sa týkajú aj výberu vzorky. Audítorský medzinárodný štandard 530 – Výber vzorky v audite a ostatné výberové testovacie postupy poskytuje návod na používanie postupov pri výbere vzorky v audite a ostatných prostriedkov výberu položiek na testovanie za účelom zhromaždenia audítorských dôkazov.

„Výber vzorky v audite“ (výber vzorky) zahŕňa aplikovanie audítorských postupov na menej ako 100 % položiek v rámci zostatku účtu alebo skupiny transakcií tak, aby všetky jednotky vzorky mali možnosť byť vo výbere. Toto umožní audítorovi získať a zhodnotiť audítorské dôkazy o niektorých charakteristikách vybraných položiek s cieľom sformulovať alebo prispieť k sformulovaniu záveru vzhľadom na populáciu, z ktorej sa vzorka vybrala. Pri výbere vzorky v audite sa môže používať buď štatistický alebo neštatistický prístup (ISA 530).

Populácia podľa ISA predstavuje celý komplet dát, z ktorého sa vyberá vzorka, a o ktorom chce audítor urobiť záver. Výber vzorky predstavuje univerzálny nástroj pre uskutočňovanie auditu. Neobmedzuje sa len na audit podnikateľských subjektov, ale sa dá využiť aj pre audit iných typov subjektov (v bankovníctve, v nepodnikateľských subjektoch). Môže slúžiť aj vo vnútornom audite.

Možnosti využitia výberových metód pri uskutočňovaní auditu vyplývajú z koncepcie auditu, ktorá vychádza z rizikovej orientácie prístupu k auditu, kde sa audítor snaží o minimalizáciu audítorskeho rizika. S audítorským rizikom tiež úzko súvisí princíp významnosti, ktorý je definovaný v ISA 320 – Audítorská významnosť. Štandard definuje významnosť: „Informácia je významná, ak jej vynechanie alebo vykázanie nesprávnym spôsobom by mohlo ovplyvniť ekonomické rozhodnutia osôb, ktoré vychádzajú z finančných výkazov. Významnosť závisí od veľkosti položky alebo chyby, posudzovanej v konkrétnych

súvislostiach jej vynechania alebo nesprávneho vykázania. Teda významnosť predstavuje skôr hranicu alebo hraničný bod a nie nejakú základnú kvalitatívnu charakteristiku, ktorú daná informácia musí mať, aby mohla byť považovaná za užitočnú". Vzťah audítorského rizika a významnosti je nepriamo úmerný. Čím vyššia je úroveň významnosti, t.j. čím vyššiu nesprávnosť je audítor v účtovnej závierke ochotný prijať, resp. bude môcť tolerovať, tým nižšie bude jeho audítorské riziko a naopak.

Bez ohľadu na to, či audítor použije pri uskutočnení auditu akékoľvek postupy, spravidla len vo výnimočných prípadoch bude môcť uskutočniť testy na všetkých položkách v overovaných súboroch. To vytvára možnosti pre použitie výberových metód pri audite. Výber vzorky možno použiť všade tam, kde základný súbor, t.j. súbor, z ktorého sa vyberá vzorka, zahŕňa veľký počet položiek (obvykle sa v literatúre uvádza viac ako 500), aby bol výber efektívny.

2. Koncepcia výberu vzorky pre potreby auditu

Použitie výberu vzorky pri audite ovplyvňuje predovšetkým hodnotenie kontrolného rizika. Vplyv hodnotenia kontrolného rizika na použitie výberu vzorky závisí od troch základných úrovní – vysoké kontrolné riziko, stredné kontrolné riziko a nízke kontrolné riziko. Ak je kontrolné riziko vysoké, tak je vhodné 100%-né overovanie, prípadne keď audítor overuje malý počet položiek s vysokými hodnotami.

Výber položiek na základe vlastného úsudku uprednostňuje audítor vtedy, ak dobre pozná podnikanie auditovanej spoločnosti a spolieha sa na svoj odhad rizika. V tomto prípade audítor si vyberá položky podľa vlastného uváženia. Pri takomto výbere vzorky hovoríme o neštatistickom výbere vzorky.

Výber reprezentatívnej vzorky založený na princípoch teórií pravdepodobnosti a matematickej štatistiky aplikuje audítor na zostatok na účte alebo na skupinu transakcií. Cieľom tohto štatistického výberu vzorky je snaha získať informácie o celej populácii na základe preverenia len vybraných položiek z príslušnej populácie.

Pri postupe výberu by mali byť uplatnené nasledovné kroky:

- stanovenie cieľov
- určenie výberovej metódy
- definovanie základného súboru a štatistickej jednotky
- definovanie výnimočných podmienok
- určenie veľkosti vzorky
- určenie metódy výberu
- realizácia plánu výberu
- hodnotenie výsledkov výberu
- zaznamenanie priebehu výberu

Stanovenie cieľov auditu, t.j. je potrebné získať dôkazné informácie pri zvolení správnej metódy výberu vzorky, pretože to ovplyvní aj ďalšie fázy procesu výberu, napr. definovanie základného súboru.

Určenie výberovej metódy – audítor sa môže rozhodnúť o pravdepodobnostnom alebo nepravdepodobnostnom výbere vzorky. Pri obidvoch metódach audítor musí uplatniť svoj profesionálny úsudok, a to už v priebehu prípravy a plánovania auditu. Akonáhle sa audítor rozhodne využiť výberové metódy (pravdepodobnostné a nepravdepodobnostné), musia byť splnené základné požiadavky:

- **Plánovanie.** V tejto fáze musí audítor zhodnotiť vzťahy medzi výberom vzorky a cieľom auditu alebo vnútornej kontroly.
- **Výber.** Vybrané položky musia byť reprezentatívne vzhľadom ku skúmanému súboru.
- **Vyhodnotenie.** Audítor by mal výsledok výberového riešenia zovšeobecniť na celý súbor a zhodnotiť riziko výberu. Tiež by mal zhodnotiť kvalitatívne aspekty výsledku výberu.

Uvedené požiadavky sú neoddeliteľnou súčasťou pravdepodobnostných výberových metód. Výberové metódy sú založené na predpoklade, že vybraná vzorka poskytuje uspokojivé informácie o danom súbore, t.j. vzorka bude reprezentatívna. Obidve metódy (pravdepodobnostné aj nepravdepodobnostné) sa výrazne spoliehajú na úsudok audítora. Riziko výberu (neistota) existuje vždy, a najmä vtedy, keď závery o danom súbore sú vyvodené relatívne z malej vzorky v porovnaní k veľkosti daného súboru.

Pravdepodobnostné výberové metódy sú objektívnejšie a spoľahlivejšie a preto by audítor mal dať prednosť tomuto výberu. Nepravdepodobnostné výberové metódy nevyužívajú pre stanovenie veľkosti vzorky matematické postupy. Skôr využívajú aproximácie a odhady, akoby sa riadili striktnými požiadavkami pravdepodobnostného plánovania.

Základné rozdiely medzi pravdepodobnostným
a nepravdepodobnostným výberovým postupom

	Výber	Vyhodnotenie
Pravdepodobnostný výber	využitie štatistických metód náhodného výberu	matematické zhodnotenie rizík spojených s výberovým preverením
Nepravdepodobnostný výber	náhodný výber založený na aproximácii a odhadoch	zhodnotenie rizika výberu je založené na úsudku osoby uskutočňujúcej výber

Pravdepodobnostné výberové metódy sa členia do dvoch základných skupín:
- metódy výberu charakteristík
- metódy hodnotového výberu.

Výber charakteristík (attributes sampling) používame najčastejšie vtedy, keď našim cieľom je zistenie stupňa dodržiavania základných kontrolných postupov. Od internej kontroly sa očakáva, že budú fungovať rovnakým spôsobom pre operácie rôznej výšky, ale vysporiadané budú odlišne. Napríklad pri obstaraní dlhodobého hmotného majetku v obstarávacej cene do 100 tis. Sk môže schvaľovať finančný riaditeľ, obstaranie do 1 000 tis. Sk predstavenstvo a pre obstaranie nad 1 000 tis. Sk bude potrebné vypísať výberové konanie.

Hodnotový výber (variable sampling) sa používa k zabezpečeniu a kontrole peňažných súm. Vzorka podľa hodnôt je kvantitatívna, pretože ohodnocuje údaje peňažnými jednotkami. Vzorka podľa hodnôt je typická, ak vykonávame substantívne testy pre odhad nesprávneho peňažného vyjadrenia – ocenenia (napr. aká je odchýlka reálnej ceny od účtovnej ceny).

Definovanie základného súboru a štatistickej jednotky vyplýva z cieľa kontroly. Ak je cieľom kontroly stanovenie stupňa dodržiavania predpísaných postupov pri schvaľovaní úhrad faktúr, bude súbor tvoriť všetky úhrady, ktoré boli realizované v priebehu účtovného obdobia. Ak je cieľom získať informácie o všetkých platbách došlých k určitému dátumu, bude súbor definovaný pre položky, ktoré zahŕňajú došlé príjmy k tomuto dátumu.

Na druhej strane, ak pri testovaní vecnej správnosti chce audítor overiť, či určitý zostatok alebo obrat účtu nie je podhodnotený, t.j. či v súbore nechýbajú niektoré položky, nie je možné takýto súbor definovať ako základný, pretože jeho kontrolou by spravidla nebolo možné zistiť chýbajúce položky. Miesto toho je potrebné ako základný súbor definovať „súvzťažný“ súbor, prostredníctvom ktorého je možné overiť úplnosť pôvodného súboru. Napríklad pri testovaní tržieb nebude možné definovať súbor faktúr ako základný súbor, ak sa audítor chce uistiť, že všetky dodávky boli vyfakturované. Namiesto toho môže audítor definovať ako základný súbor dodacích listov a prostredníctvom tohto súboru odkontrolovať, či sú tržby úplné.

Štatistická jednotka je obvykle definovaná ako jednotlivý prvok tvoriaci súbor a môže zahrňovať dokumenty, zápisy, položky na jednotlivých riadkoch, či iné prvky (napr. jedna Sk). Na základe vyššie uvedeného príkladu, by každá platba mala predstavovať jednotku vybranej vzorky, každý zostatok účtu, odberateľská faktúra alebo individuálne obdržaná platba od zákazníka by mala predstavovať jednotku vybranej vzorky pre testy vecnej správnosti.

Ak daný súbor nie je tvorený relatívne homogénnymi položkami, tak audítor by mal posúdiť, či je vhodné ho brať ako jeden súbor, či ako dva alebo viac súborov. Rozdelenie súboru na podsúbory hovoríme o stratifikácii vzorky. Pri vykonávaní substantívnych postupov sa často zostatok účtu alebo skupina transakcií stratifikuje podľa peňažnej hodnoty. Toto umožňuje, aby sa väčšia časť prác na audite nasmerovala na položky s vyššími hodnotami, ktoré môžu obsahovať najväčšie potenciálne peňažné chyby z hľadiska nadhodnotenia. Podobne populácia sa môže stratifikovať podľa jednotlivých charakteristík, ktoré indikujú vyššie riziko chyby, napríklad pri testovaní ocenenia pohľadávok sa zostatky môžu stratifikovať podľa veku.

Definovanie výnimočných podmienok sa uskutočňuje ešte pred plánom výberu. Výnimočné podmienky sa všeobecne definujú ako odchýlky od predpísaného fungovania vnútornej kontroly. Z tohto vyplýva, že odchýlky sa týkajú testov spoľahlivosti a testov vecnej správnosti.

Určenie veľkosti vzorky – pri určovaní veľkosti vzorky má audítor zvážiť, či riziko pri výbere vzorky je zredukované na prijateľne nízku úroveň. Čím nižšie riziko je audítor ochotný akceptovať, tým väčšia musí byť veľkosť vzorky. Veľkosť vzorky sa môže určiť **odborným úsudkom** (neštatistická metóda) a je založená na odbornom úsudku (napríklad málo, veľa, 10 položiek a pod.) a môže sa určiť na štatistickej báze. Pri štatistickej vzorke nie je možné použiť neorganizovaný výber.

Audítori pri výbere vzorky by mali mať na pamäti niekoľko dôležitých kritérií:

- veľkosť vzorky pre pravdepodobnostné a nepravdepodobnosté postupy by mala byť zhruba rovnaká
- veľkosť vzorky by sa mala zvyšovať so zvyšujúcim sa významom (stupňom požadovanej spoľahlivosti) uskutočňovaného testu
- veľkosť vzorky by sa mala zvýšiť, pokiaľ množstvo chýb v danom súbore bude vyšší ako očakávané
- veľkosť vzorky by sa mala znížiť, ak sa zvýši úroveň prípustnej chyby

- čím väčšia je veľkosť vzorky, tým je menšia pravdepodobnosť, že audítor dospeje k nesprávnym záverom a tým nižšie je audítorske riziko.

Z vyššie uvedeného vyplýva, že audítor by mal stanoviť nasledovné parametre, ktoré sa používajú pri výpočtoch veľkosti vzorky:

- prípustná chyba
- spoľahlivosť
- očakávaná miera odchýlok alebo chýb.

Určenie metódy výberu – najčastejšie používané metódy sú:

- výber pomocou náhodných čísel
- systematický výber
- viacstupňový výber
- oblastný (blokový) výber.

Metóda výberu pomocou náhodných čísel obvykle uľahčuje použitie vhodného počítačového programu generujúceho náhodné čísla alebo použitie tabuliek náhodných čísel. Výber pomocou náhodných čísel z numericky vyjadrenej postupnosti zabezpečuje rovnosť výberu pre každú položku, bez ohľadu na výšku peňažnej sumy. Pokiaľ predstavuje celkový peňažný objem položiek zahrnutých do vzorky významnú položku, potom na základe osobného úsudku je možné tento súbor stratifikovať tak, aby overovanie zahrnovalo len položky väčšieho peňažného objemu.

Systematický výber zahŕňa výber vzorky, ktorý je založený na jednom alebo viac jednotných výberových intervaloch. Jednotný interval sa vypočíta vydelením počtu položiek v súbore požadovanou veľkosťou vzorky. Zvolí sa náhodný začiatočný bod (štartovací bod), ktorým je nižšie číslo ako tento výberový interval. Náhodný začiatok možno zvoliť použitím náhodného čísla, prípadne inou objektívnou metódou. Napríklad súbor má 10 000 položiek, z nich má audítor vybrať 100 položiek. Výberový interval sa vypočíta (10 000 delené 100), t.j. podiel veľkosti základného súboru a vzorky. Audítor vyberie položku zodpovedajúcu náhodnému začiatku a tak každá stá položka bude predmetom overenia. Audítor napríklad vybral náhodný začiatok položku s číslom 15, potom 115, 215, 315, atď. bude predmetom overovania, až prejde celý základný súbor.

Viacstupňový (sekvenčný) výber zahrňuje následnosť niekoľkých jednotlivých výberov na niekoľkých stupňoch. Príkladom takéhoto výberu môže byť výber najprv vzorky zostatkov podľa odberateľov a potom výber faktúr z každého vybraného zostatku.

Oblastný výber (výber v blokoch) spočíva v tom, že celý základný súbor najprv rozdelíme na niekoľko samostatných oblastí, pričom tvoríme tieto oblasti tak, aby obsahovali jednotky rovnakých vlastností. Každá oblasť (blok) je sama osebe rovnorodým celkom ako pôvodný základný súbor.

Realizácia plánu výberu – na vybraných položkách vzorky sa uskutočnia naplánované testy.

Hodnotenie výsledkov výberu – keď sa vybrané položky preskúmajú, audítor zovšeobecní výsledky vzorky na celý súbor, z ktorého bola vzorka vybraná. Týmto postupom audítor buď dosiahne požadovanú úroveň spoľahlivosti uskutočnených testov alebo dôjde k záveru, že bude treba uskutočniť dodatočné testy. Akékoľvek chyby, ktoré boli pri výberovom postupe zistené, je potrebné ich zhodnotiť kvalitatívne a kvantitatívne. Audítor má vykonať audítorské postupy vhodné na dosiahnutie príslušného cieľa testu na každej testovanej položke. Ak nie je vhodné na vybranej položke vykonať test, je potrebné vybrať inú položku. Ak nie je možné na vybranej položke vykonať test ani náhradným spôsobom, je potrebné toto považovať za chybu.

Pri kvalitatívnom hodnotení audítor posudzuje povahu a príčiny nesprávnosti. Napríklad nesprávnosti, ktoré boli spôsobené podvodom alebo porušením určitej právnej normy, môžu byť vážne a vyžadujú si okamžitú reakciu audítora.

Vzhľadom k tomu, že účelom testovania vzorky je dospieť k záveru o súbore, z ktorého bola vybraná predmetná vzorka, je treba výsledky hodnotiť i kvantitatívne. I keď existuje celý rad používaných metód, najbežnejšie v praxi sú:

- pomerné hodnoty
- metóda priemernej odchýlky, resp. odhad strednej hodnoty základného súboru.

Podľa pomernej metódy sa súhrnná hodnota nesprávností zistených na vybratej vzorke vyjadruje ako percento z celkovej hodnoty tejto vzorky a toto percento sa potom vzťahuje na hodnotu celého súboru. Podľa metódy priemernej odchýlky sa súhrnná hodnota zistených nesprávností na vybranej vzorke vydelí počtom skúmaných položiek, aby sme získali hodnotu priemernej odchýlky pre každú položku. Táto hodnota sa potom vynásobí celkovým počtom položiek v súbore, z ktorého bola vzorka vybraná. Takto dostaneme odhadovaný stupeň nesprávností v súbore.

Zaznamenanie priebehu výberu sa robí do pracovnej dokumentácie audítora, ktorá by mala obsahovať popis plánu výberu a ako boli uplatnené výsledky hodnotenia. Niektoré štatistické výberové programy obsahujú aj dokumentačný modul, ktorý je možné použiť k obstaraniu záznamu o celom postupe. Pracovná dokumentácia by mala obsahovať záznam o počte a druhoch chýb, ktoré boli vo vzorke zistené, tiež skutočný preverený počet položiek a záver. V závere sa hodnotia výsledky, či sú prijateľné alebo neprijateľné. V prípade, že sú výsledky považované za neprijateľné, mala by pracovná dokumentácia obsahovať dopad tohto zistenia na plán auditu.

Záver

V príspevku sú naznačené vybrané metódy pre základné druhy audítorských testov, t.j. pre testy spoľahlivosti a testy vecnej správnosti. Okrem týchto metód existuje celý rad iných metód výberu vzorky, ktoré audítor môže pri uskutočňovaní auditu využiť. Preto skôr má príspevok doporučený charakter a dodržiavanie postupov nie je povinné, i keď žiadúce, pretože vychádza z osvedčenej audítorskej praxe. Hlavným cieľom bolo stručne naznačiť fungovanie postupov výberu vzorky v audite a jej praktické využitie pri overovaní účtovnej závierky.

Účelom medzinárodného audítorského štandardu 530 (ISA) je predovšetkým poskytnúť návod na používanie postupov pri výbere vzorky v audite. Výber vzorky v audite zahŕňa aplikovanie audítorských postupov na menej ako 100 % položiek v rámci zostatku účtu alebo skupiny transakcií. Štatistický výber vzorky je akýkoľvek prístup k výberu vzorky, ktorý má tieto charakteristiky:

- náhodný výber vzorky
- použitie teórie pravdepodobnosti na hodnotenie výsledkov na základe výberu vzorky vrátane zhodnotenia rizika pri výbere vzorky.

Ak prístup k výberu vzorky nemá uvedené charakteristiky, tak sa považuje za neštatistický výber vzorky.

Literatúra:

1. Príručka medzinárodných usmernení pre audit, uisťovacie služby a etiku (slovenský preklad), Medzinárodná federácia účtovníkov, vydanie 2003

2. KASZASOVÁ, K., PAULE, I. a kolektív. 2004. Bratia Sabovci, Zvolen 2004. ISBN 80-89029-90-6
3. CYHELSKÝ, L. – KAHOUNOVÁ, J. – HINDLS, R. : Elementární statistická analýza. Management Press, Praha 1996.
4. NAGY, J. – KLIMO, J. – HAVIAR, M. – LAUČÍK, Z.: Audítorské postupy. Súvaha, spol. s r. o., Bratislava 1999. ISBN 80-88727-27-8
5. KANDEROVÁ, M. – ÚRADNÍČEK, V: Aplikovaná štatistika vo finančno-ekonomickej praxi. OZ Financ, Banská Bystrica 2005. ISBN 80-968102-8-9.
6. Účtovníctvo, audítorstvo, daňovníctvo, Súvaha, spol. s r. o., ročník 2004

Model normálneho polo-normálneho rozdelenia stochastickej produkčnej hranice
Normal half-normal distribution Model of Stochastic Production Frontier

Stefan Covaci[1]

Abstract: In this paper a stochastic frontier is used to analyze technical efficiency of a sample of Slovak cooperatives. The classical Cobb-Douglas production function is used to estimate the level of technical efficiency. The analysis is based on the data obtained from the data set of 1,007 agricultural enterprises in 2000. The results of analysis indicate that the cooperatives operating on the larger acreage reached large level of technical efficiency. The average technical efficiency of cooperatives with the acreage to 500 ha is the lowest and represents 70.52 percent of potential output. The highest level of technical efficiency is achieved by cooperatives with the acreage over 2,000 ha - 87.42 percent. We found statistical significant difference between size groups in average level of technical efficiency.

Keywords: normal half-normal distribution model, technical efficiency

Abstrakt: Ako metodologický prístup boli použité stochastické fronty na analýzu technickej efektívnosti poľnohospodárskych podnikov na Slovensku. Ako základ bola použitá Cobb-Douglasova produkčná funkcia na odhad úrovne technickej efektívnosti. Údajovú základňu tvorila vzorka 1007 poľnohospodárskych podnikov z roku 2000. Výsledky analýzy potvrdili, že podniky hospodáriace na väčšej výmere poľnohospodárskej pôdy dosahujú vyššiu úroveň technickej efektívnosti. Najnižšiu úroveň technickej efektívnosti dosiahli podniky hospodáriace na výmer do 500 ha, a to 70.52 percent z potenciálneho výstupu. Najvyššia úroveň technickej efektívnosti bola zistená pre podniky hospodáriace na výmere nad 2000 ha, a to 87.42 percent z potenciálneho výstupu. Boli zistené štatisticky preukazné rozdiely v priemernej úrovni technickej efektívnosti medzi veľkostnými skupinami poľnohospodárskych podnikov.

Kľúčové slová: model normálneho polo-normálneho rozdelenia, technická efektívnosť

Parametrické metódy stochastickej produkčnej hranice patria do skupiny exaktných metód, pomocou ktorých je možné hodnotiť mieru technickej efektívnosti podnikov, skupín podnikov, odvetvia i celého národného hospodárstva. Ich využitie v poľnohospodárstve je vhodné, nakoľko je to odvetvie veľmi citlivé na náhodnú zložku, a uvedená metodológia to dokáže zohľadniť.

Cieľ, materiál a metódy

Model stochastickej produkčnej funkcie, ktorý má log-lineárnu Cobb-Douglasovu formu, môže byť napísaný v tvare

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_n \ln x_{ni} + v_i - u_i \,, \qquad (1)$$

kde y_i je vektor výstupu pre *i* producentov, $i = 1,...,N$, x_i je vektor *K* vstupov použitých na výrobu výstupu pre *i* producentov, $f(x_i, \beta)$ je produkčná hranica, β je vektor odhadovaných parametrov, v_i je obojstranný komponent náhodnej zložky a u_i je nezáporný komponent

[1] Ing. Stefan Covaci, Slovenská poľnohospodárska univerzita, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Katedra štatistiky a operačného výskumu, stefan.covaci@fem.uniag.sk

technickej neefektívnosti. Pre komponent náhodnej zložky, v_i, sa predpokladá že má nezávislé a identické rozdelenie ako normálne rozdelenie, nezávislé na zložke, u_i. Pre zložku neefektívnosti u_i, môžeme predpokladať, že má polo-normálne rozdelenie, exponenciálne rozdelenie, useknuté-normálne rozdelenie a gamma rozdelenie. Za predpokladu, že v_i a u_i majú nezávislé rozdelenie na x_i, odhad modelu stochastickej hranice pomocou metódy najmenších štvorcov poskytuje konzistentné odhady pre všetky beta koeficienty s výnimkou lokujúcej konštanty. Metóda najmenších štvorcov neposkytuje odhady technickej efektívnosti pre jednotlivých producentov. Pre získanie úrovne technickej efektívnosti pre *i*-teho producenta je potrebné oddeliť zložku náhodných vplyvov, v_i od zložky technickej neefektívnosti, u_i, ktoré sú získané z odhadov zložky ε_i pre každého producenta. Toto vyžaduje určité predpoklady rozdelenia pre oba parametre, v_i a u_i.

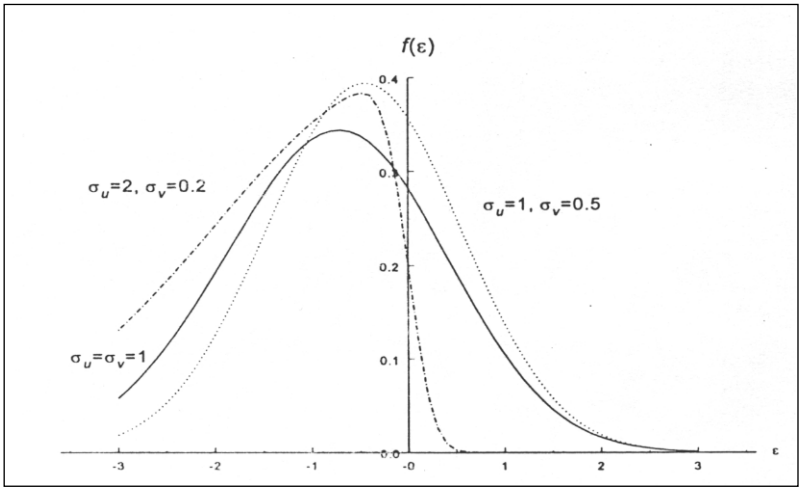
Kumbhakar a Lovell (2000), uviedli nasledovné predpoklady pre model normálneho polo-normálneho rozdelenia:

i. $v_i \sim iid\ \ N(0,\sigma_v^2)$

ii. $u_i \sim iid\ \ N^+(0,\sigma_u^2)$, a má ne-negatívne polo-normálne rozdelenie

iii. v_i a u_i sú nezávisle rozdelené medzi sebou

Prvý predpoklad, premenná, v_i, je nezávislá a má identické rozdelenie ako normálne rozdelenie. Druhý predpoklad je založený na vierohodnej vete, že modálna hodnota technickej efektívnosti je nula. Prvá časť tretieho predpokladu je jasná, ale druhá časť je problematická, ak producenti majú určité poznatky o ich technickej efektívnosti, čo môže mať vplyv na výber daných vstupov do produkčného procesu. Polo-normálne normálne rozdelenie obsahuje dva parametre, σ_u a σ_v, resp. σ a λ. Na obrázku 3.3 sú načrtnuté tri rozdelenia prislúchajúce trom kombináciám σ_u a σ_v. Všetky tri rozdelenia sú negatívne zošikmené, s negatívnym modusom a taktiež aj strednou hodnotou, pre $\sigma_u > 0$. Parametre rozdelenia σ a λ sú odhadované spoločne s parametrami β, a je možné testovať štatistickú hypotézu $\lambda = 0$, kde test je založený na odhade maximálnej vierohodnosti pre premennú λ. Coelli (1998) uviedol, že v tomto prípade je najvhodnejšie použiť jedno-stranný test vierohodnosti, ktorého štatistika má asymtotické rozdelenie ako zmiešané χ^2 rozdelenie.



Obrázok 1 Polo-normálne normálne rozdelenia
Zdroj: Kumbhakar a Lovell (2000)

Ďalším krokom je získanie odhadov technickej efektívnosti pre každého producenta a to odhadnutím premennej $\varepsilon_i = v_i - u_i$, ktorá má evidentne obsiahnuté informácie o premennej u_i. Ak $\varepsilon_i > 0$, je šanca, že u_i nie je veľké, čo vedie k tomu, že producenti sú relatívne efektívni, na druhej strane, ak $\varepsilon_i < 0$, existuje predpoklad, že u_i je veľké, čo vedie k tomu, že producenti sú relatívne neefektívni. Problémom môže byť, ako získať informácie ohľadom u_i obsiahnuté v ε_i. Jondrow et. al. (1982) našli spôsob výpočtu odhadov technickej

efektívnosti pre jednotlivých producentov, a to vo forme podmieneného rozdelenia:

$$f(u \mid \varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \cdot \exp\left\{-\frac{(u-u_*)^2}{2\sigma_*^2}\right\} / \left[1-\Phi\left(\frac{u_*}{\sigma_*}\right)\right] \tag{2}$$

kde $\mu_* = -\varepsilon\sigma_u^2/\sigma^2$ a $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_v^2/\sigma^2$. Keďže $f(u \mid \varepsilon)$ má rozdelenie ako $N^+(\mu_*, \sigma_*^2)$, potom stredná hodnota alebo modus tohto rozdelenia môže slúžiť ako estimátor pre u_i. Stredná hodnota je daná nasledovným vzťahom:

$$E(u_i \mid \varepsilon_i) = \mu_{*i} + \sigma_* \left[\frac{\phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)}\right] = \sigma_* \left[\frac{\phi(\varepsilon_i\lambda/\sigma)}{1-\Phi(\varepsilon_i\lambda/\sigma)} - \left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right)\right] \tag{3}$$

resp. modus:

$$M(u_i \mid \varepsilon_i) = \begin{cases} -\varepsilon_i\left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}\right) & \text{ak } \varepsilon_i \le 0 \\ 0 \end{cases} \tag{4}$$

$E(u_i \mid \varepsilon_i)$ je zaužívané viacej ako $M(u_i \mid \varepsilon_i)$, napriek faktu, že $M(u_i \mid \varepsilon_i)$ má lákavejšiu interpretáciu ako odhad maximálnej vierohodnosti. Po získaní odhadov pre u_i, môže sa pristúpiť k odhadom technickej efektívnosti pre každého producenta, podľa vzťahu:

$$TE_i = \exp\left\{-\overset{\circ}{u}_i\right\} \tag{5}$$

kde $\overset{\circ}{u}_i$ môže byť $E(u_i \mid \varepsilon_i)$ alebo $M(u_i \mid \varepsilon_i)$.

Daný model bol aplikovaný na vzorke poľnohospodárskych podnikov z roku 2000, rozdelených podľa:

- právnej formy
  - poľnohospodárske družstvá a obchodné spoločnosti
- veľkosti podnikov
  - do 500 ha, od 501 do 1000 ha, od 1001 do 1500 ha, od 1501 do 2000 ha a nad 2000 ha poľnohospodárskej pôdy.

Cieľom príspevku bolo konštrukcia a vyhodnotenie daného modelu, ako aj testovanie veľkosti podniku na výslednú úroveň technickej efektívnosti. Na odhad parametrov stochastického modelu a pre ostatné výpočty bol použitý štatistický balík STATA 8. Pre overenie výsledkov odhadov maximálnej vierohodnosti bol použitý software FRONTIER 4.1.

Dosiahnuté výsledky a diskusia

Ako premenná výstupu bola zvolená celková výroba vyjadrená v tis. Sk a ako vstupy boli zvolené spotreba materiálu a energie, služby, mzdy, celkový majetok vyjadrené v tis. Sk a premenná výmera poľnohospodárskej pôdy v ha. Tabuľka 1 uvádza sumárnu štatistiku premennej výstupu a jednotlivých premenných vstupov.

Tabuľka 1 Sumárna štatistika vstupov a výstupu

variable	mean	sd	min	max	cv	iqr	N
vyroba	27365.25	28462.36	191	186092	1.040091	29175	1007
mate	16943.49	17331.92	303	106777	1.022925	16770	1007
sluzby	4129.366	3735.617	82	29712	.9046466	4218	1007
mzdy	7212.641	6324.458	92	33179	.8768574	7176	1007
majetok	60234.14	58887.4	550	361516	.9776416	67568	1007
poda	1485.226	1102.068	10	6731	.7420205	1216	1007

Priemerná hodnota dosahovaného výstupu je v sledovanom súbore 27365.25 tis. Sk zo štandardnou odchýlkou 28462.36 tis. Sk, čo naznačuje vysokú variabilitu výstupu – výroba pre sledovaný súbor poľnohospodárskych družstiev. Najväčšia variabilita bola zistená pri vstupe celkový majetok, a to vo výške 58887.4 tis. Sk. Z tohto dôvodu bola zaradená do modelov umelá premenná, ktoré má za úlohu rozdeliť štatistický súbor do viacerých skupín podľa veľkostnej kategórie.
Odhady parametrov modelu pomocou metódy najmenších štvorcov sú uvedené v tabuľke 2. Model ako celok je štatisticky významný a vysvetľuje variabilitu celkovej výroby na 95.78 percent (Adj R-squared). Všetky koeficienty modelu sú štatisticky vysoko významné.

Tabuľka 2 Výstup z lineárnej regresie – Cobb-Douglasova produkčná funkcia

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =    1007
-------------+------------------------------           F(  5,  1001) = 4569.02
       Model |   1282.5092     5   256.50184           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  56.1954628  1001  .056139324           R-squared     =  0.9580
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9578
       Total |  1338.70466  1006  1.33072034           Root MSE      =  .23694
------------------------------------------------------------------------------
    lnvyroba |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      lnmate |   .7507196   .0180863    41.51   0.000     .7152282     .786211
    lnsluzby |   .2318625   .0140954    16.45   0.000     .2042025    .2595224
      lnmzdy |   .2428124   .0164821    14.73   0.000      .210469    .2751558
   lnmajetok |   .0674079   .0137915     4.89   0.000     .0403444    .0944714
      lnpoda |  -.2363356   .0136388   -17.33   0.000    -.2630995   -.2095717
       _cons |  -.2141802    .072628    -2.95   0.003    -.3567008   -.0716597
------------------------------------------------------------------------------
```

Vzhľadom na charakter Cobb-Douglasovej produkčnej hranice, vstupné údaje boli logaritmicky transformované, čím funkcia získala nasledovný tvar:

$$\ln vyroba_{odh} = \beta_0 + \beta_1 \ln mate + \beta_2 \ln sluzby + \beta_3 \ln mzdy + \beta_4 \ln majetok + \beta_5 \ln poda + v_i - u_i \quad (6)$$

Parametre produkčných funkcií boli kvantifikované pre každú veľkostnú kategóriu
Tabuľka 3 uvádza odhadnuté parametre produkčnej funkcie pomocou metódy maximálnej vierohodnosti. Zvolená bola Cobb-Douglasova produkčná funkcia, ktorá je zaujímavá preto, že jednotlivé koeficienty pri vstupoch predstavujú koeficienty elasticity. Súhrnne tak bolo kvantifikovaných 5 produkčných funkcií a z nich boli odvodené koeficienty technickej efektívnosti pre každý podnik. Vzhľadom na rozsiahlosť výstupov, uvádzame len relevantné výstupy. Priamo ich hodnoty možno interpretovať ako percentuálnu zmenu výstupu vyvolanú percentuálnym zvýšením daného vstupu. Všetky koeficienty modelov sú štatisticky významné na hladine významnosti alfa = 0.05. Koeficienty prvého vstupu – materiál a energia – majú najväčší vplyv v porovnaní s ostatnými koeficientmi vstupov na celkovú výrobu a ich hodnoty sa výrazne nelíšia – minimálna hodnota koeficientu 0.631 pre veľkostnú skupinu do 500 ha a maximálna hodnota 0.735 pre kategóriu 1501-2000 ha. Percentuálne zvýšenie tohto vstupu vyvolá zvýšenie celkovej výroby od 0.631 percent do 0.735 percent. Porovnaním koeficientov z hľadiska veľkostnej kategórie možno konštatovať nižšiu elasticitu výroby vo vzťahu k tomuto vstupu v malých podnikoch a vyššiu elasticitu výroby u podnikov hospodáriacich na väčšej výmere. Druhým v poradí z hľadiska významnosti a stability je koeficient elasticity nákladov vynaložených na služby. Jeho hodnoty približne klesajú s rastom výmery poľnohospodárskej pôdy, čo znamená že zvyšovaním veľkosti podniku sa znižujú náklady na služby. Koeficienty elasticity pre náklady vynaložené na mzdy sú tretie v poradí vplyvu na celkovú výrobu, jeho hodnoty rastú s veľkostnou skupinou podnikov. S veľkosťou podniku rastie aj počet pracovníkov a taktiež rastie aj počet manažérskych pracovníkov, ktorí majú podstatne vyšší plat, čo sa odzrkadľuje vo výške nákladov na mzdy. Vplyv koeficientov

elasticity pre majetok je v intervale od 0.088 percent do 0.149 percent. Hodnoty koeficientov elasticity pre vstup – poľnohospodárska pôda - majú záporné hodnoty, čo vedie k tomu že zvyšovanie tohto vstupu má za následok znižovanie celkovej výroby v intervale od 0.151 percent do 0.516 percent, alebo zníženie tohto vstupu prinesie pozitívnejšie výsledky v hospodárení.

Hodnoty funkcie vierohodnosti nie je možné porovnať z hľadiska veľkostných skupín, ale v porovnaní s jednostranným testom vierohodnosti – LR testom v príslušnej veľkostnej skupine, vo všetkých piatich prípadoch bola zamietnutá štatistická hypotéza $\gamma = 0$, čo znamená že dané modely zahŕňajú aj zložku neefektívnosti a sú vhodnejšie na popísanie daných skutočností v porovnaní s modelom Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie odhadnutej pomocou regresnej analýzy.

Tabuľka 3 Parametre Cobb-Douglasových produkčných funkcií pre skupiny podnikov klasifikovaných podľa výmery poľnohospodárskej pôdy

	Veľkostné kategórie				
	do 500 ha	**501-1000 ha**	**1001-1500 ha**	**1501-2000 ha**	**nad 2000 ha**
lnmate	.63084**	.67186**	.72495**	.73529**	.69454**
lnsluzby	.27313**	.24711**	.26007**	.21051**	.19007**
lnmzdy	.19733**	.27520**	.27171**	.26469**	.33172**
lnmajetok	.11533**	.10627**	.10575**	.14952**	.08887**
lnpoda	-.15037**	-.27028**	-.51650**	-.41426**	-.22497**
Počet poz.	144	256	230	139	238
sigma v	.15473	.09071	.08843	.06539	.07885
sigma u	.53088	.34586	.22862	.20409	.18399
Sigma^2	.30578	.12785	.06008	.04593	.04007
lambda	3.43089	3.81285	2.58515	3.12106	2.33332
gama	**0.92169**	**0.93564**	**0.86984**	**0.90690**	**0.84482**
Log likelihood	-47.2080**	31.6099**	98.1965**	83.1661**	143.6248**
LR test[2]	20.31	37.98	26.65	16.08	15.05

** Hladina významnosti 5%; * Hladina významnosti 10%

Hodnoty gamma koeficientov, keďže sú menšie ako jedna, dané modely sú signifikantne odlišné od deterministických modelov, ktoré nezahŕňajú náhodné zložky, v_i. Premenná gamma predstavuje pomer variancie technickej efektívnosti jednotlivých producentov k celkovej variancie výstupu. Hodnota gamma pre prvú veľkostnú kategóriu je 0.92169, čo znamená, že 92.17% variability výstupu medzi poľnohospodárskymi podnikmi je pripisovaná rozdielom v technickej efektívnosti. Pre druhú kategóriu to je 93.56%, pre tretiu je to 86.98%, pre štvrtú 90.69% a poslednú veľkostnú kategóriu 84.48%.

Tabuľka 4 Základné popisné charakteristiky technickej efektívnosti pre zvolený model

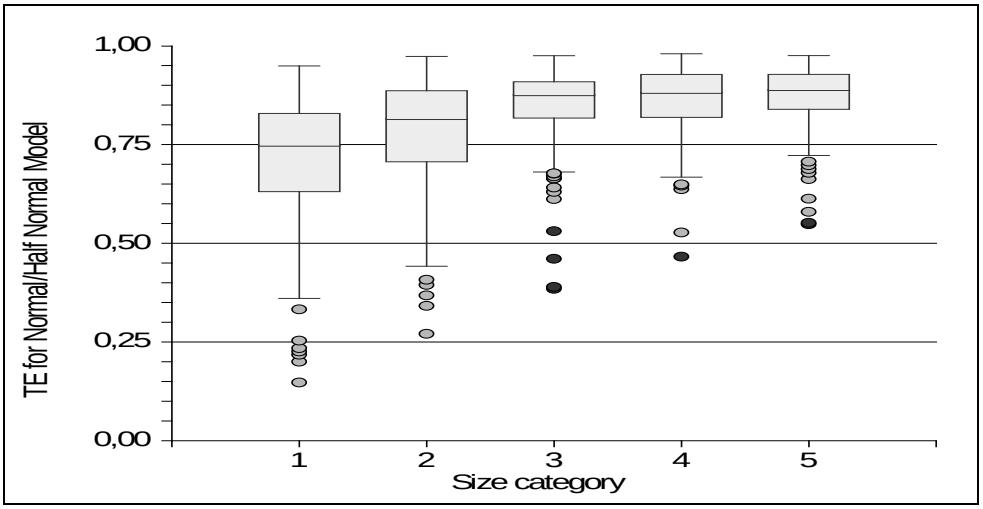
```
Summary for variables: TE Normal/Half-Normal Model
     by categories of: velkat (velkostna kategoria)

  velkat |      mean        sd       min       max        cv       iqr         N
---------+--------------------------------------------------------------------
       1 |  .7052024  .1678567  .1474323  .9498001  .2380263  .1964216       144
       2 |  .7827937  .1368253  .2709445  .9739567  .174791   .1800106       256
       3 |  .8477202  .092929   .3848645  .9757856  .1096223  .0917181       230
       4 |  .8595856  .0894674  .466439   .9807225  .104082   .1087278       139
       5 |  .8742505  .0735094  .5486412  .9760589  .0840828  .0874442       238
-------------------------------------------------------------------------------
```

[2] Testovacia charakteristika je počítaná podľa vzťahu:

$LR = -2\{\ln[L(H_0)/L(H_1)]\} = -2\{\ln[L(H_0)] - \ln[L(H_1)]\}$, kde $L(H_0)$ a $L(H_1)$ predstavujú hodnoty funkcie vierohodnosti pri nulovej a alternatívnej hypotéze. Ak je nulová hypotéza pravdivá, daná testovacia štatistika má všeobecne asymptotické rozdelenie ako χ^2 rozdelenie zo stupňami voľnosti rovných počtu obmedzujúcich podmienok.

Z kvantifikovaných stochastických produkčných funkcií sú odvodené miery technickej efektívnosti. Tabuľka 4 uvádza základné štatistické charakteristiky technickej efektívnosti v členení podľa veľkostných skupín podnikov. Z priemerných koeficientov technickej efektívnosti možno vidieť rastúcu mieru technickej efektívnosti zo zväčšujúcou sa výmerou poľnohospodárskej pôdy. Táto situácia na Slovensku je odrazom všeobecnej politiky vlády, ktorá bola ešte stále zameraná na podporu veľkých fariem (Csaki et. al 2003).
Na obrázku 2 je načrtnutá technická efektívnosť poľnohospodárskych podnikov zoradených do piatich veľkostných kategórii pomocou krabicového grafu. V každej veľkostnej kategórii boli zistené mierne vybočené hodnoty. Extrémne hodnoty TE boli zistené iba pre tretiu, štvrtú a piatu veľkostnú skupinu, najviac podnikov s extrémne nízkou hodnotou TE efektívnosti bolo v kategórii od 1001 do 1500 ha. Najnižšia variabilita v úrovni TE bola zaznamenaná pre veľkostnú skupinu nad 2000 ha – 8.408 percent, na druhej strane najvyššia variabilita bola zistená pre veľkostnú kategóriu do 500 ha – 23.803 percent.



Obrázok 2 Úroveň TE podľa veľkostných kategórii
Zdroj: Vlastné výpočty

Pri skúmaní štatistickej preukaznosti rozdielov v technickej efektívnosti medzi podnikmi hospodáriacimi na rôznej výmere poľnohospodárskej pôdy bola aplikovaná analýza rozptylu. Testy normality potvrdili neplatnosť normality v úrovni technickej efektívnosti, výsledky sú uvedené v tabuľke 5, a preto bola použitá neparametrická obdoba jednoduchej analýzy rozptylu - Kruskal-Wallisov test poradí.

Tabuľka 5 Testy normality pre úroveň TE

Normality Tests			
Assumption	**Test Value**	**Prob Level**	**Decision (0,01)**
Skewness Normality of Residuals	-14.5736	0.000	Reject
Kurtosis Normality of Residuals	9.0883	0.000	Reject
Omnibus Normality of Residuals	294.9874	0.000	Reject
Modified-Levene Equal-Variance Test	24.3562	0.000	Reject
Bartlett's test for equal variances	175.3658	0.000	Reject

Kruskal-Wallisov test potvrdil rozdiely v úrovni technickej efektívnosti medzi veľkostnými skupinami poľnohospodárskych podnikov – hodnota testovacej štatistiky – 197.118, na hladine významnosti alfa=0.0001. Následne boli vypočítané testy kontrastov. Tabuľka 6 uvádza rozdiely medzi jednotlivými veľkostnými skupinami. Skupina testov kontrastov potvrdila rozdiely medzi veľkostnými skupinami, a to Bonfferoniho test, Duncanov test, Sheffeho test a Tukey-Kramerov test.

Tabuľka 6 Testy kontrastov pre jednotlivé veľkostné skupiny podnikov

Group	Count	Mean	Different From Groups
1	144	0.7052	2, 3, 4, 5
2	256	0.7828	1, 3, 4, 5
3	230	0.8477	1, 2
4	139	0.8596	1, 2
5	238	0.8743	1, 2

Záver

Príspevok prezentuje jeden z možných spôsobov odhadu technickej efektívnosti poľnohospodárskych podnikov pomocou stochastických hraníc produkčných možností. Keďže ide o parametrický prístup, bola zvolená Cobb-Douglasova produkčná funkcia. Táto funkcia je zaujímavá pre jej jednoduché použitie a taktiež jej koeficienty sú koeficienty elasticity vstupov. Na báze realizovanej analýzy možno konštatovať, že uvažované vstupy vysokou mierou determinujú dosahovanú úroveň efektívnosti využitia vstupov, čo dokumentujú štatisticky významné koeficienty kvantifikovaných produkčných funkcií. Dosiahnuté výsledky analýz sú v súlade s tým, čo je prezentované často poľnohospodárskymi ekonómami, že efektívnejšie fungujú podniky hospodáriace na väčšej výmere pôdy. Priemerná úroveň technickej efektívnosti podnikov hospodáriacich na výmere viacej ako 2000 ha dosahovala 0.8742, čiže podniky hospodáriace v tejto kategórii sú efektívne na 87.42 percent. Zo znižovaním výmery poľnohospodárskej pôdy sa znižuje aj priemerná úroveň technickej efektívnosti, v kategórii do 500 ha bola zistená technická efektívnosť na úrovni 70.52 percent. Neparametrickou analýzou rozptylu boli zistené signifikantné rozdiely v úrovni technickej efektívnosti medzi veľkostnými kategóriami.

Použitá literatúra

BATTESE, G.E..1992. Frontier Production Functions and technical Efficiency. In: Agricultural Economics, Vol 7, 1992, p. 185-208

COVACI, S.: Modely stochastických produkčných hraníc. In: Medzinárodní Baťovy Doktorandské Konference, Zlín 2005, ISBN: 80-7318-257-2

CSAKI, C. et. al.: The Agricultural Sector of Slovakia on the Eve of EU Accession, Eurasian Geography and Economics, 2003, 44, No. 4, pp. 305-320

LATRUFFE, L. a kol: Determinant of technical efficiency of crop and livestock farms in Poland. France: Institut National de la recherche Agronomique, Unité d`Econimie et Sociologie Rurales Paris, 2002, s. 31

Web: http://www.rennes.inra.fr/economie/index.htm

KUMBHAKAR, S.C. – LOVELL K.C.A.: Stochastic Frontier Analysis. United Kingdom: Cambridge University Press, 2000, ISBN 0-521-48184-8

SCOTT LONG, J. and FREESE, J: Regression Models for Categorical Dependent Variables Using Stata, Stata Press, 4905 Lakeway Drive, College Station, Texas 77845, 2001, ISBN 1-881228-62-2

SOJKOVÁ, Z.:2001: Assessment of cooperatives efficiency using stochastic parametric approach. In: Agric. Econ., 47, 2001 (8) s. 361-364. ISSN: 0139-570X

SOJKOVÁ, Z. – COVACI, S.: Analýza technickej efektívnosti poľnohospodárskych podnikov slovenska. In: Acta economica et informatica, ročník 8, číslo 1/2005, vedecký časopis pre ekonomiku a informatiku v poľnohospodárstve, SPU v Nitre, ISSN 1335-2571

Testovanie kointegrácie nestacionárnych časových radov

Rudolf Gavliak[1], Vladimír Úradníček[2], Emília Zimková[3]

Abstract: Purchasing power parity is the cornerstone of many theoretical models and is important for understanding the relationship between nominal exchange rate and inflation differential. The hypothesis says that nominal exchange rate moves with inflation change. Higher inflation in economy causes nominal exchange rate depreciation. This contribution proofs validity of two models describing purchasing power parity relationship in Slovak republic. The empirical analyses applied on Slovak conditions demonstrated no-cointegration except the 2003-2005 period. However the values of co-integration vector do not correspond the purchasing power parity assumption. So we reject the purchasing power parity evidence in Slovak republic.

Key words: nominal exchange rate, inflation rate, Purchasing power parity (PPP), least squares method, co-integration tests, ADF (Augmented Dickey-Fuller) stacionarity test, Johansen´s test, Granger causality test, Phillips-Perron unit root test, maximal likelihood method.

1. Úvod

V ekonomickej teórii existujú dve základné hypotézy skúmania vzťahu medzi menovým kurzom a úrokovou mierou. Prvý názorový prúd je reprezentovaný chicagskou školou a predpokladá dokonalú flexibilitu cien. Cenová hladina sa teda prispôsobuje okamžite. Monetaristi predpokladajú stabilný dopyt po peniazoch, ktorý je funkciou obmedzeného počtu agregátnych ekonomických premenných (dôchodku a úrokovej miery).

Predpokladajú platnosť nasledujúceho vzťahu:

$$e_{D/F} = (m_D - m_F) - \eta\left(y_D - y_F\right) + \sigma\left(i_D - i_F\right), \tag{1}$$

kde,

m_D, m_F je logaritmus domácej, resp. zahraničnej peňažnej masy,

y_D, y_F je logaritmus domáceho, resp. zahraničného reálneho dôchodku,

i_D, i_F je domáca, resp. zahraničná nominálna úroková sadzba,

$e_{D/F}$ je logaritmus promptného nominálneho menového kurzu.

Táto rovnica sa nazýva aj redukovanou formou determinácie menového kurzu v monetaristickom koncepte. Z tejto rovnice vyplýva, že za predpokladu konštantného pomeru ponuky peňazí a reálneho dôchodku doma a v zahraničí, v prípade rastu domácej úrokovej miery rýchlejším tempom ako v zahraničnej zemi, dôjde k depreciácii meny domácej krajiny.

Ďalej predpokladajme platnosť Fisherovej rovnice pre domácu aj zahraničnú ekonomiku v tvare :

$$i_D = i^e_{r/D} + \pi^e_D, \quad i_F = i^e_{r/F} + \pi^e_F \tag{2}$$

kde,

[1] Ing. Rudolf Gavliak, Ekonomická fakulta, UMB, Banská Bystrica, rudolf.gavliak@umb.sk
[2] Ing. Vladimír Úradníček, PhD., Ekonomická fakulta, UMB, Banská Bystrica, vladimir.uradnicek@umb.sk
[3] Ing. Emília Zimková, PhD., Ekonomická fakulta, UMB, Banská Bystrica, emilia.zimkova@umb.sk

$i^e_{r/D}, i^e_{r/F}$ je domáca, resp. zahraničná reálna očakávaná reálna úroková miera,
π^e_D, π^e_F je domáca, resp. zahraničná očakávaná inflácia.

Potom vzťah (1) sa dá vyjadriť aj nasledujúcim spôsobom:

$$e_{D/F} = \alpha + \beta\left(\pi^e_D - \pi^e_F\right). \tag{3}$$

Za predpokladu, že stredná hodnota očakávaní inflácie o jedno obdobie dopredu $E_{t-1}\left(\pi_t\right)$ vo Fisherovej rovnici je zapísaná ako:

$$\pi_t = \alpha + \beta \cdot i_t + \eta_t\,, \tag{4}$$

to znamená, že zvýšenie očakávanej miery inflácie v domácej ekonomike oproti zahraničiu povedie k depreciácii domácej meny. Dôvodom je znížený dopyt po peniazoch a zvýšený dopyt po tovaroch a službách, čo spôsobí rast domácej cenovej hladiny, zníženú konkurencie schopnosť, deficit bežného účtu platobnej bilancie a znehodnotenie domácej meny.

V prípade existencie dlhodobého vzťahu medzi rozdielom v miere inflácie v domácej a zahraničnej ekonomike a nominálneho devízového kurzu hovoríme o platnosti parity kúpnej sily. Rozlišujeme absolútnu a relatívnu paritu kúpnej sily. Absolútna forma hovorí o proporcionálnom vzťahu výmenného kurzu a pomeru domácich a zahraničných cien:

$$E_{D/F} = \frac{P_D}{P_F} \tag{5}$$

Ak platí tento vzťah, potom podiel výmenného kurzu v dvoch nasledujúcich obdobiach sa dá zapísať nasledujúcim spôsobom:

$$\frac{E_{D/F,1}}{E_{D/F,0}} = \frac{\dfrac{P_{D,1}}{P_{F,1}}}{\dfrac{P_{D,0}}{P_{F,0}}} = \frac{P_{D,1}\cdot P_{F,0}}{P_{D,0}\cdot P_{F,1}} = \frac{\dfrac{P_{D,1}}{P_{D,0}}}{\dfrac{P_{F,1}}{P_{F,0}}}. \tag{6}$$

Nech ďalej pre mieru inflácie platí vzťah:

$$\frac{P_{D,1}}{P_{D,0}} = 1+\pi_{D,1} \;\; a \;\; \frac{P_{F,1}}{P_{F,0}} = 1+\pi_{F,1} \tag{7}$$

Potom dosadením do vzťahu (6) dostaneme nasledujúci podiel:

$$\frac{E_{D/F,1}}{E_{D/F,0}} = \frac{1+\pi_{D,1}}{1+\pi_{F,1}} \tag{8}$$

Po úprave dostaneme relatívny tvar parity kúpnej sily:

$$\frac{E_{D/F,1}-E_{D/F,0}}{E_{D/F,0}} = \frac{\pi_{D,1}-\pi_{F,1}}{1+\pi_{F,1}} \tag{9}$$

Tempo zmeny priameho devízového kurzu je možné vyjadriť ako absolútnu diferenciu domácej a zahraničnej inflácie prepočítanú deflátorom inflácie v zahraničnej ekonomike.
Za predpokladu stabilnej a nízkej inflácie v zahraničnej ekonomike sa výraz v menovateli na pravej strane zanedbáva a tempo zmeny devízového kurzu je priamoúmerné rozdielu inflácií:

$$\frac{E_{D/F,1}-E_{D/F,0}}{E_{D/F,0}} = \pi_{D,1}-\pi_{F,1} \tag{10}$$

Za predpokladu platnosti parity kúpnej sily v exaktnej forme je možné z tohto vzťahu vyjadriť devízový kurz bežného obdobia, pomocou inflačného diferenciálu a výmenného kurzu základného obdobia:

$$E_{D/F,1} = E_{D/F,0} \cdot \left(1 + \frac{\pi_{D,1} - \pi_{F,1}}{1 + \pi_{F,1}}\right) \tag{11}$$

Na testovanie dlhodobého vzťahu medzi devízovým kurzom a infláciou použijeme nasledujúci vzťah:

$$\log(E_{D/F}) = \alpha + \beta \log(P_D) + \gamma \log(P_F) + \varepsilon_t \,, \tag{12}$$

kde

ε_t sú reziduá regresie,

$\alpha, \beta, \gamma,$ sú odhadované regresné parametre.

2. Testované modely

Prvý z modelov, ktorý budeme testovať je vzťah vychádzajúci z monetaristickej teórie. Skúma proporcionálny vzťah devízového kurzu a inflačného diferenciálu.

Vzhľadom na skutočnosť, že Slovenská republika dosahuje najväčší podiel zahraničného obchodu s krajinami Európskej únie, budeme skúmať vzťah inflačného diferenciálu medzi krajinami Eurozóny a Slovenskou republikou. Model stanovíme v nasledujúcom tvare:

$$e_{SK/EU,t} = \alpha + \beta\left(\pi_{SK,t} - \pi_{EU,t}\right) + \eta_t \tag{13}$$

Kointegráciu potvrdíme buď *Engle – Grangerovým* dvojstupňovým ADF testom stacionarity reziduí, alebo Johansenovým kointegračným testom.

Za predpokladu platnosti exaktného tvaru parity kúpnej sily bude $\beta = 1$ a táto hodnota parametra sa bude nachádzať v kointegračnom priestore. Ďalej z dôvodu existencie obojstranného vzťahu medzi domácou cenovou hladinou a výmenným kurzom musíme potvrdiť exogenitu inflačného diferenciálu. Na potvrdenie kointegrácie v exaktnom tvare musia teda platiť všetky tri podmienky.

Druhý model vychádza z relatívneho tvaru parity kúpnej sily:

$$\log\left(E_{D/F,t}\right) = \alpha + \beta \cdot \log(1 + \pi_{D,t}) + \gamma \cdot \log(1 + \pi_{F,t}) + \eta_t \tag{14}$$

Kointegráciu potvrdíme niektorým zo spomínaných kointegračných testov.

Za predpokladu platnosti exaktného tvaru parity kúpnej sily bude pre regresné koeficienty platiť: $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $\gamma = -1$ a tieto hodnoty parametrov sa budú nachádzať v kointegračnom priestore. Ďalej musíme potvrdiť exogenitu inflácie v SR a v krajinách EÚ. Na potvrdenie kointegrácie v exaktnom tvare musia byť splnené všetky tri podmienky.

Vstupné dáta tvoria časové rady priameho kurzu EUR/SKK, Harmonizovaný index spotrebiteľských cien (HICP) a Medziročná miera inflácie (v %) od januára 1997 do júla 2005. Výpočty boli urobené v ekonometrickom programe Eviews 4.0.

Najjednoduchšou možnosťou skúmania dlhodobého vzťahu medzi premennými je metodika *Engleho a Grangera* (1987). Predpokladáme, že časové rady v pôvodnej regresii sú integrované rádu jeden (*~I (1)*), za predpokladu kointegrácie premenných v regresii sú reziduá tejto regresie stacionárne (ε_t *~I (0)*).

Stacionarita časového radu sa testuje pomocou testov zo skupiny testov jednotkových koreňov. V našom prípade testujeme stacionaritu pomocou ADF testu (*Augmented Dickey – Fuller test*). Testovacia tohto testu má tvar:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{k=1}^{m} \alpha_k \Delta Y_{t-k} + \varepsilon_t , \qquad (15)$$

kde

Y_t predstavuje reziduá v čase t,

ΔY_{t-k} je diferencia reziduí oneskorená o k – období,

β_1, β_2 predstavujú konštantu a parameter lineárneho trendu času,

δ je testovaný parameter,

α_k sú koeficienty pri oneskorených diferenciách reziduí.

Platí, že časový rad je nestacionárny, ak $\delta = 0$. Testujeme nasledovné hypotézy:

$$H_0 : \delta = 0$$
$$H_1 : \delta < 0 \qquad (16)$$

Pri voľbe tvaru testovacej štatistiky ADF testu zahrňujeme do testovacej štatistiky konštantný člena a lineárny trend. Takisto môžeme voliť počet oneskorených diferencií reziduí, ktoré zahrnieme do testovacej štatistiky. Zmyslom týchto krokov je zabezpečiť odstránenie (alebo aspoň zníženie) autokorelácie reziduí ε_t v testovacej štatistike (15).

Výsledky testovania kointegrácie premenných prvého modelu (13) aj druhého modelu (14) dvojstupňovou *Engle – Grangerovou* metodológiou sú znázornené v tabuľke 1.

	Inflácia meraná HICP			Medziročná miera inflácie (v %)		
	ADF štatistika	5 % hladina významnosti	1 % hladina významnosti	**ADF štatistika**	5 % hladina významnosti	1 % hladina významnosti
Model 1						
Január 1997 - júl 2005	-1,499607	-2,8909	-3,4979	-2,180318	-2,8906	-3,4972
Január 2000 - júl 2005*	**-3,38677**	-1,9456	-2,5994	-1,084438	-2,9069	-3,5345
Január 2003 - júl 2005	-1,902469	-2,975	-3,6959	-1,049917	-3,5796	-4,3226
Model 2						
Január 1997 - júl 2005	-2,309859	-2,8909	-3,4979	-2,258416	-2,8906	-3,4972
Január 2000 - júl 2005*	**-3,311822**	-2,9069	-3,5345	-1,619718	-2,9069	-3,5345
Január 2003 - júl 2005	-2,851949	-2,975	-3,6959	-2,407217	-2,9665	-3,6752

Tabuľka 1 Testovanie parity kúpnej sily pomocou ADF testu

Nulovú hypotézu o jednotkovom koreni reziduí regresie prvého modelu (12) zamietame na najbežnejšej 5 % hladine významnosti ako aj 1 % hladine významnosti, iba ak sme posunuli začiatok testovaného obdobia na január 2000. Na pôvodnom časovom rade začínajúcom sa v januári 1997 sa stacionarita reziduí nepotvrdila. Druhý model takisto potvrdil stacionaritu reziduí regresie, čiže kointegráciu, v skrátenom časovom rade dát, začínajúcom sa v januári 2000. V tomto prípade sa však stacionarita regresných reziduí potvrdila len na hladine významnosti 0,05.

Tieto závery platia iba pre vzťah inflácie a výmenného kurzu v prípade, že infláciu meriame pomocou harmonizovaného indexu spotrebiteľských cien (1995 = 100). V prípade, rozdielu inflácií v SR a krajinách Eurozóny vyjadrenej rozdielom medziročných mier inflácie (v %) sa kointegrácia (parita kúpnej sily) nepotvrdila ani v jednom zo skúmaných prípadov.

ADF test (1987) patrí do skupiny testov s nulovou hypotézou o neexistencii kointegrácie. Monte Carlo simulácie ukázali, že tieto testy relatívne často zamietajú hypotézu nekointegrácie. Práve preto považujeme za potrebné testovať kointegráciu výmenného kurzu a rozdielu inflácie aj pomocou iných techník.

Robustnejším testom je Johansenov test (1995) založený na metóde maximálnej vierohodnosti.

Štatistika LR testu kointegrácie nemá za predpokladu platnosti nulovej hypotézy χ^2 rozdelenie a rozdelenie tejto štatistiky závisí na predpokladoch ohľadne trendu obsiahnutého v dátach. Uvažujeme s nasledujúcimi prípadmi: model neobsahuje lokujúcu konštantu ani trend, časové rady obsahujú deterministický trend, alebo stochastický trend a prípady, keď niektorý z časových radov obsahuje trend a iný ďalší časový rad je bez trendu. V našom prípade dosahovali najnižšie hodnoty AIC modely s predpokladom lineárneho trendu. Ako prvú sme testovali hypotézu o neexistencii kointegračného vzťahu, a v prípade jej zamietnutia hypotézu o dvoch , resp. troch kointegračných vzťahoch v prípade druhého modelu.

Hodnoty testovacej štatistiky založenej na stope matice modelu VAR (*trace statistic*) sú uvedené v tabuľke 2.

Johansenov - Juseliusov test kointegrácie									
			Inflácia meraná HICP				Medziročná miera rastu CP (v %)		
			Trace štatistika	5 % hladina významnosti	1 % hladina významnosti		Trace štatistika	5 % hladina významnosti	1 % hladina významnosti
Model 1									
Január 1997 - júl 2005	r = 0		7,99	15,41	20,04		5,57	15,41	20,04
	r ≤ 1		2,59	3,76	6,65		1,48	3,76	6,65
Január 2000 - júl 2005	r = 0		15,25	15,41	20,04		6,02	15,41	20,04
	r ≤ 1		0,43	3,76	6,65		0,17	3,76	6,65
Január 2003 - júl 2005	r = 0 **		18,98	25,32	30,45	a)	42,36	15,41	20,04
	r ≤ 1		5,85	12,25	16,26		1,60	3,76	6,65
Model 2									
Január 1997 - júl 2005	r = 0		38,09	42,44	48,45		22,33	29,68	35,65
	r ≤ 1		20,23	25,32	30,45		7,03	15,41	20,04
	r ≤ 2		6,97	12,25	16,26		2,21	3,76	6,65
Január 2000 - júl 2005	r = 0		23,04	29,68	35,65		20,33	29,68	35,65
	r ≤ 1		8,56	15,41	20,04		3,09	15,41	20,04
	r ≤ 2		0,51	3,76	6,65		0,06	3,76	6,65
Január 2003 - júl 2005	r = 0 **		28,06	29,68	35,65	b)	48,01	29,68	35,65
	r ≤ 1		10,53	15,41	20,04		14,58	15,41	20,04
	r ≤ 2		0,50	3,76	6,65		1,51	3,76	6,65

Normalizované kointegračné koeficienty (smerodajná odchýlka)

a) KURZ INFLAN_DIF

1.000000 0.330374

(0.03174)

b) LOG_KURZ LOG_INFLAN_SK LOG_INFLAN_EU

1.000000 0.036050 -0.065007

(0.00563) (0.02963)

Tabuľka 2 Testovanie parity kúpnej sily pomocou Johansenovho testu

Vzťah pre výpočet uvedenej štatistiky je definovaný nasledujúcim spôsobom:

$$LR(r \mid k) = -n \sum_{i=r+1}^{k} \log(1-\lambda_i) \tag{17}$$

kde,

λ_i je vlastná hodnota matice modelu VAR (Π),

n je dĺžka analyzovaných časových radov.

Testovacia štatistika je založená na stope matice Π modelu VAR (Vektor Autoregression) v tvare:

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \mathrm{B} x_t + \varepsilon_t \tag{16}$$

Táto štatistika testuje nulové hypotézy o r kointegračných vzťahoch, oproti alternatívnej hypotéze o k kointegračných vzťahoch, kde k je počet endogénnych premenných modelu VAR a $r = 0,1,.....k-1$.

V prípade prvého modelu (k = 2) testujeme v prvom rade nulovú hypotézu o neexistencii kointegračného vzťahu. V prípade zamietnutia nulovej hypotézy testujeme nulovú hypotéze o „najviac jednom“ kointegračnom vzťahu. V prípade druhého modelu (k = 3) testujeme takisto hypotézy ako v prípade prvého modelu, ale navyše aj hypotézu o existencii najviac dvoch kointegračných vzťahov.

V prípade, že sme vyjadrili rozdielny vývoj cien v SR a krajinách Eurozóny pomocou indexu HICP nebola ani v jednom prípade Johansenovým testom potvrdená kointegrácia medzi rozdielom cenovej hladiny a výmenným kurzom. Ani v prípade skrátenia časového radu o obdobie rokov 1997 – 1999. Analyzované časové rady sme skrátili o toto obdobie, vzhľadom na mnoho politických a ekonomických zmien v Slovenskej republike, ktoré mali vplyv na hodnoty dát analyzovaných časových radov.

Kointegráciu sa podarilo potvrdiť iba v prípade, že sme inflačný diferenciál merali pomocou rozdielu medziročnej inflácie v SR a v Eurozóne. V prípade oboch modelov sa podarilo potvrdiť kointegráciu až v najkratšom analyzovanom intervale, začínajúcom sa v januári 2003. V oboch prípadoch bol za významný určený jeden kointegračný vzťah. Kointegračné koeficienty a ich smerodajné odchýlky sú uvedené pod tabuľkou 2.

V prípade prvého modelu sme v prípade platnosti exaktnej formy parity kúpnej sily očakávali jednotkovú hodnotu kointegračného koeficienta pri inflačnom diferenciáli. Hodnota koeficientu 0,33 znamená zhodnotenie kurzu koruny o jednu korunu pri znížení inflačného diferenciálu o 3 p. b. v období od januára 2003. V prípade druhého modelu nie sú znamienka kointegračných parametrov v zhode s očakávaniami. Rast inflácie v Slovenskej republike vedie k zhodnoteniu koruny a rast inflácie v krajinách Eurozóny opačne spôsobuje depreciáciu koruny. Výsledky kointegračných testov sú nejednoznačné . Dôvodom je krátke trvanie analyzovaného obdobia.

3. Záver

Zistili sme, že koitegrácia medzi vývojom inflačného diferenciálu a výmenným sa potvrdila iba v období 2000 – 2005. Výsledky štatistických testov sú ale nepresvedčivé, keďže hodnoty

testovacích štatistík sa príliš nevzďaľujú od hraničných hodnôt a v prípade obdobia rokov 2003 – 2005 ide o príliš krátke obdobie na vyvodenie záverov.

Aj v prípade potvrdenia kointegrácie, medzi analyzovanými časovými radmi sú hodnoty odhadnutých parametrov v rozpore s teóriou parity kúpnej sily, s výnimkou obdobia rokov 2003 – 2005, čo je potvrdené modelom 1. Výsledné kointegračné parametre modelu 2 hovoria o existujúcom slabom vzťahu v období 2003 -2005, kde je zhodnocovanie koruny sprevádzané klesajúcim inflačným diferenciálom. Podľa nášho názoru zhodnocovanie výmenného kurzu bolo ovplyvnené neekonomickými faktormi a na znižovanie inflačného diferenciálu vplývala stagnácia liberalizácie cien na Slovensku v predchádzajúcom období. V tabuľke 3 sú uvedené hodnoty výmenných kurzov v parite kúpnej sily a indexy cenových hladín.

Rok	ER in PPP	P_H/P_F
1995	14,8	38,2%
1996	15,1	38,7%
1997	16,1	42,2%
1998	16,7	42,3%
1999	17,5	39,6%
2000	18,2	42,7%
2001	18,5	42,7%
2002	18,5	43,3%
2003	19,4	46,7%
2004	20,5	51,3%

Tabuľka 3 Výmenný kurz v parite kúpnej sily a index cenových hladín v SR ku krajinám Eurozóny.

Z údajov v tabuľke 3 vyplýva približovanie cenovej hladiny v Slovenskej republike k cenovej hladine v krajinách Eurozóny. Napriek tomu, ale výmenný kurz po zohľadnení parity kúpnej sily zďaleka nedosahuje nominálny výmenný kurz. Súčasný stav teda nie je rovnovážny. Keďže požiadavkou existencie parity kúpnej sily je dosiahnutie rovnovážneho stavu, nemôže platnosť tohto ekonomického zákona byť v podmienkach SR potvrdená. Podľa nášho názoru prebieha SR v súčasnosti špecifickým konvergenčným procesom, ktorý znemožňuje platnosť parity kúpnej sily. Ďalší dôvod absencie dlhodobého vzťahu medzi infláciou a výmenným kurzom vidíme v odlišných makroekonomických podmienkach v porovnaní s obdobím vzniku teórie parity kúpnej sily. Predpokladom je dominancia vplyvu bežného účtu platobnej bilancie v rámci platobnej bilancie. Predpokladá sa menší dopyt po statkoch a službách po ich zdražení aj zo zahraničia, čo spôsobuje depreciáciu meny. Dnes sa ukazuje že efekt vyššej inflácie je sprevádzaný aj vyššími úrokovými sadzbami, dopytom po kapitáli a zhodnotením meny. Ukazuje sa, že práve tento efekt v súčasnosti prevláda.

4. Literatúra

BAHMANI, M. – GOSWAMI, G. G. 2005. Black Market Exchange Rates and Purchasing Power Parity in Emerging Economies. In: Emerging Markets Finance and Trade. č. 41, 2005, s. 37–52.

ENGLE, R. F. – GRANGER, C. W. J. 1987. Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. In: Econometrica, č. 55, 1987, s. 251–276.

GRANGER, C.W. – NEWBOLD, P. 1974. Spurious Regression in Econometrics. In: Journal of Econometrics, č. 2, 1974, s. 111 – 120.

GREEN, W. H. 1997. Econometric Analyses. Londýn: Prentice – Hall, 1997. s. 852 – 859.

JOHANSEN, S. – JUSELIUS, K. 1990. Maximum Likelihood Estimation and Inferences on Cointegration - with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, č. 52, 1990, s. 169–210.

KANDEROVÁ, M. 2004. Metódy prognózovania sezónnosti v ekonomických časových radoch. In : ACTA FACULTATIS AERARI PUBLICI. 2004, č. 1. Banská Bystrica : Fakulta financií UMB, 2004, s. 53 – 60.

PHILLIPS, P. C. B. – OULIARIS, S. 1990. Asymptotic properties of residual based tests for cointegration. In: Econometrica, č. 58, 1990, s. 165 – 193.

PHILLIPS, P.C.B. – PERRON, P. 1988. Testing for a Unit Root in Time Series Regression. In: *Biometrika*, č. 75, 1988, s. 335 – 346.

PHILLIPS, P. C. B. 1986. Understanding Spurious Regressions in Econometrics. In: Journal of Econometrics, č. 33, 1986, s. 311 – 340.

Rozhodovacie úlohy a ich zabezpečenie

Michal Grell

Úvod

Predmetom rozhodovania je *riešenie problému*. Problém vzniká spravidla v situácii, keď *riešime rozpor medzi cieľom, ktorý treba dosiahnuť, a prostriedkami, ktoré sú na jeho dosiahnutie k dispozícii, pričom existuje viac možností riešenia daného problému* [6]. Kvalita rozhodovania závisí od množstva a kvality informácií o *objekte* (časť objektívnej reality, v rámci ktorej bol formulovaný problém a stanovený cieľ riešenia), ktoré má *subjekt* (rozhodovateľ) k dispozícii a od rozhodovacích schopností a možností subjektu. Napríklad podľa [8] bolo analyzovaných 56 konkrétnych systémov na podporu rozhodovania (Decision Support Systems) a na základe tejto analýzy definovaných 7 tried rozhodovacích systémov. Sú to tieto systémy (v zátvorke sú uvedené možnosti, ktoré poskytujú):

- *databázové systémy* (bezprostredný výber jednotlivých položiek z dátových súborov),
- *informačné súbory* (manipulácia s dátami pomocou špeciálnych príkazov),
- *informačné systémy* (prístup do malých báz dát a aplikácie malých ekonomických modelov),
- *automatizované informačné systémy* (porovnávanie skutočnosti so zámermi pomocou výpočtov),
- *simulačné modely* (modelovanie dosahu zámerov pomocou simulácií),
- *systémy na riešenie optimalizačných modelov* (riešenie a aplikácia optimalizačných výpočtov),
- *expertné systémy* (vytváranie konkrétnych návrhov na rozhodnutie - správajú sa ako expert).

Aplikácia kvantitatívnych metód v rozhodovaní prechádzala dlhodobým vývojom a postupne sa vyvinuli rôzne predstavy rôznych autorov o jednotlivých etapách implementácie týchto metód v riadení[1]. Metodológia týchto prístupov sa však v podstate nelíši a zahrnuje obyčajne niekoľko etáp, nadväzujúcich procesov a činností, ktoré možno podľa [1] všeobecne vymedziť v tab. 1.

Rozhodovacie úlohy v podniku a verejnej správe

Rozhodovacie úlohy v podniku sa môžu realizovať napríklad v týchto oblastiach (v zátvorke sú uvedené niektoré typy úloh):

- rozvoj podniku (výber optimálnej koncepcie rozvoja podniku),
- investičný rozvoj (hodnotenie investičných zámerov),
- technický rozvoj (optimalizácia technických projektov, výber optimálnej konštrukcie nového výrobku),
- organizácia a plánovanie (optimálna organizačná štruktúra podniku, optimalizácia hospodárskeho plánu),
- výroba (optimalizácia výrobného plánu, výber optimálnej technológie, výber nového výrobku, racionalizácia dopravy v podniku),
- odbyt (výber objednávok z hľadiska cieľov podniku, optimálna organizácia skladov),
- personálny manažment (výber vhodného pracovníka).

[1] Rozhodovanie chápeme ako funkciu riadenia, pričom s rozvojom matematickej a systémovej školy riadenia sa rozhodovanie začalo považovať za základ riadenia [9].

ETAPA	PROCES	OBSAH PROCESU	ČINNOSŤ
Identifikácia a definícia problému	Definovanie cieľa	Klasifikačné znaky rozhodovania	Výber faktorov a obmedzujúcich podmienok Finančné a organizačné zabezpečenie
Riešenie problému rozhodovania - tvorba modelu	Konštrukcia rozhodovacej úlohy	Zadanie Formulovanie Klasifikovanie Výber metódy	Funkčný model Dátový model Analýza a realizácia metódy (softvérová podpora) Tvorba ISPR ako podsystému (nástroje Business Intelligence) Finančné a organizačné zabezpečenie
Výber riešenia: interpretácia získaných výsledkov a rozhodnutie	Analýza výsledkov	Kvalitatívna a kvantitatívna analýza	Rozhodnutie o realizácii najvýhodnejšieho variantu riešenia Finančné a organizačné zabezpečenie
Realizácia prijatého rozhodnutia	Koordinácia aktérov rozhodovania	Dosiahnutie vzájomného súladu iniciátorov, riešiteľov, koncových rozhodovateľov	Overenie vhodnosti realizovaného rozhodnutia

Tab. 1 Základné etapy, procesy a činnosti v rozhodovacom procese

Rozhodovacie úlohy vo verejnej správe majú obyčajne charakter *výberu verejných projektov*. Takýmito verejnými projektmi sú napr. projekty vojenských operácií, riadenia letovej prevádzky, projekty šírenia chorôb a ochrany proti nim, projekty využitia zdrojov zdravotníckych zariadení, rozmiestňovania policajných staníc, riešenia zberu odpadkov, snehovej kalamity, projekty v sociálnej sfére na simulovanie dôsledkov zavádzania nového systému sociálneho zabezpečenia a prevádzky výkonných pracovísk, obsluha vojenských útvarov logistickými základňami, výber portfólia investičných výdavkov a pod.

Hlavné metódy operačnej analýzy

Používanie modelovej techniky charakterizuje predovšetkým *operačnú analýzu*, ktorej metódy sú už súčasťou v podstate každého rozhodovacieho modelu. Medzi jej hlavné metódy patria [7]:

- *Matematické programovanie*. Pomocou matematických modelov určuje postup ako nájsť optimálne riešenie daného problému. Podľa jednotlivých druhov

modelov, z ktorých pri optimalizácii vychádzame, rozoznávame najmä *lineárne, nelineárne a dynamické programovanie*.

- *Teória hromadnej obsluhy* (teória frontov) sa používa na riešenie kapacitných problémov, optimálnej organizácie práce obsluhy riadených strojov a pod.
- *Teória skladov a zásob* rieši problémy spojené so zásobovaním a zabezpečovaním priebehu výrobného procesu.
- *Teória obnovy* sa uplatňuje na skúmanie efektívnosti obnovy výrobného zariadenia, na projektovanie atď.
- *Teória nadväzujúcich procesov* rieši problémy riadenia zložitých činností, ich plánovania a kontroly. Používajú sa metódy *CPM* (Critical Path Method) a *PERT* (Program Evalution and Review Technique).
- *Štruktúrna analýza* sa používa na riešenie problémov proporcionálnosti.

Niektoré typy modelov v podnikovej praxi

Jednotlivé typy modelov a zodpovedajúcich rozhodovacích úloh stručne charakterizujeme v ďalšom texte.

Bilančné modely

Sú najpoužívanejšie a najstaršie modely v ekonomických aplikáciách, ktoré boli pôvodne konštruované na zobrazenie makroekonomických vzťahov. Postupne sa rozšírili aj na podnikovú úroveň. Bilančný model je vo formalizovanej podobe sústavou rovníc, väčšinou lineárnych, a cieľom jeho riešenia je výpočet hodnôt požadovaných veličín zo zadaných parametrov[2].

V podnikovej praxi sa obyčajne zostavujú tieto modely:

- *model materiálových tokov na operatívne riadenie výroby* (detailný rozpis výrobných úloh na jednotlivé výrobné linky, stroje alebo pracoviská),
- *model hodnotových vzťahov v materiálových tokoch*,
- *model technologického procesu* (opis priebehu technologických procesov).

Grafické modely

Predstavujú skupinu modelov na báze poznatkov teórie grafov. Začiatky rozvoja metód sieťovej analýzy datujeme do obdobia 50. rokov minulého storočia. Tieto metódy umožňujú koordinovať veľké množstvo činností, ktoré na seba vecne, technologicky a časovo nadväzujú. Súbor činností je obyčajne označovaný ako *projekt*.

Zostavujeme spravidla tieto modely:

- *sieťový model projektu* (výstavba nového podniku),
- *časová analýza sietí* (modelovanie faktoru času),
- *analýza tokov v sieti* (rekonštrukcia výrobnej linky).

Modely matematického programovania

Zaraďujeme ich medzi modely, ktoré umožňujú nájsť optimálny variant riešenia rozhodovacieho problému.

Príklady rozhodovacích úloh môžu byť:

- *optimalizácia výrobného programu*,

[2] Poznamenávame, že všetky operácie, ktoré potrebujeme na riešenie bilancií, možno efektívne realizovať v prostredí tabuľkových procesorov (napr. Excel).

- *optimalizácia štruktúry projektov*,
- *priraďovanie výrobných úloh na pracovisko*,
- *optimalizácia dopravných ciest* (dopravné úlohy).

Modely hromadnej obsluhy

Modelujú proces uspokojovania požiadaviek na obsluhu nájdením optimálnej štruktúry obslužných systémov. Táto oblasť aplikácie je označovaná aj ako *teória front* (Queuning Theory). Riešenie týchto problémov má spravidla tieto výstupy:

- ✓ očakávaný počet požiadaviek na obsluhu,
- ✓ využitie inštalovaných obslužných miest,
- ✓ dĺžka frontu, doba čakania na obsluhu,
- ✓ optimálny počet inštalovaných obslužných miest.

V praxi najčastejšie riešime úlohu *optimalizácie systémov hromadnej obsluhy*, t.j. aký počet obslužných miest treba inštalovať, aby služba bola konkurencieschopná.

Modely riadenia zásob

Konštrukciu modelov zásob ovplyvňujú najmä tieto faktory:

- Veľkosť dopytu v sledovanom období

  Môžu nastať tieto prípady:
  - ✓ dopyt ako konštanta,
  - ✓ dopyt určujeme rozdelením pravdepodobnosti,
  - ✓ dopyt ako intervalový odhad.
- Priebeh spotreby daného výrobku v čase

  Ide o spotrebu:
  - ✓ spojitú v čase,
  - ✓ nespojitú v čase,
  - ✓ spojitú v množstve,
  - ✓ nespojitú v množstve.

Každá zásoba môže mať tri hlavné zložky:

- bežná zásoba,
- poistná zásoba,
- technologická zásoba.

Modely formulované v teórii zásob sú zamerané na hľadanie takého spôsobu doplňovania, udržovania a čerpania zásob, ktorý zaistí ich ekonomicky efektívne fungovanie v reprodukčnom procese. Rozlišujeme *deterministické* a *stochastické* modely zásob.

Lokalizačné modely

Riešime nimi úlohy, ktoré možno klasifikovať na základe:

- počtu lokalizovaných objektov (jedného alebo viacerých), ktorý môže byť vopred zadaný alebo je predmetom optimalizácie,
- množiny disponibilných miest (neohraničená, diskrétna),
- umiestnenia objektov (v rovine, priestore), ktoré môžu, ale nemusia, byť vo vzájomnej interakcii.

V praxi možno riešiť tieto úlohy:

- *lokalizácia jedného objektu v rovine*,
- *lokalizácia viacerých objektov v rovine*.

Modely teórie hier

Predmetom teórie hier je modelovanie takých prípadov, v ktorých výsledok rozhodovacieho procesu ovplyvňuje *viac účastníkov*, ktorí buď majú záujem o výsledky rozhodnutí (tzv. racionálni účastníci), alebo ich nezaujímajú, hoci ich ovplyvňujú (tzv. indiferentní účastníci). Teória hier si vytvorila vlastný pojmový aparát:

- ✓ rozhodovacia úloha sa nazýva *hra*,
- ✓ účastníci rozhodovacej úlohy sú *hráči*,
- ✓ varianty rozhodnutia, ktoré môžu hráči prijať, sú *stratégie*,
- ✓ výnos, ktorý hráči získajú, je *výhra*.

Hry môžeme ďalej klasifikovať takto:

- konečné hry (množina stratégií je konečná),
- nekonečné hry (množina stratégií je nekonečná),
- hry s konštantným súčtom výhier, špeciálne hry s nulovým súčtom (suma výhier je konštantná); tieto hry zaraďujeme medzi antagonistické hry.
- hry s premenlivým súčtom výhier, označujeme ich aj ako neantagonistické hry, ktoré môžu byť kooperatívne a nekooperatívne,
- hry v normálnom tvare (na výsledok rozhodnutia nemajú vplyv indiferentní účastníci).

Ako príklady rozhodovacích úloh uvádzame:

- *hra dvoch hráčov v normálnom tvare* (môže ísť napr. o dva podniky, ktoré sa rozhodujú o účasti na predajných trhoch),
- *hra dvoch hráčov s nekonštantnou sumou výhier* (môže ísť napr. o dva podniky rýchleho občerstvenia, ktoré uvažujú vynaložiť prostriedky na reklamu a ich rozličný podiel bude mať vplyv aj na rôzny podiel podnikov na tržbách),
- *kooperatívne hry*,
- *nekonečné hry dvoch hráčov*,
- *nekooperatívne hry s n hráčmi* (napr. voľba výrobného programu),
- *hry proti prírode* (pôsobenie náhodných vplyvov).

Simulačné modely

Zobrazujú správanie reálneho objektu pomocou počítača. Prekonávajú problémy analyticky riešiteľných modelov, ktoré vystupujú predovšetkým ako homomorfné modely, a tým môžu vo veľkej miere zjednodušovať objektívnu realitu.

Simulácia je proces tvorby logicko-matematického modelu reálneho objektu, systému definovaného na tomto objekte alebo procesu rozhodovania a realizovanie veľkého množstva experimentov s cieľom:

- ✓ opísať systém,
- ✓ poznať jeho vlastnosti,
- ✓ odhadnúť jeho budúce správanie,
- ✓ nájsť riešenie problému,
- ✓ navrhnúť a overiť novú štruktúru systému.

Pojem simulácie je však širší ako len *počítačová simulácia*. Obyčajne zahrnuje experimenty s reálnymi objektmi, ktoré môžu predstavovať prevádzkové poruchy výrobných zariadení, aerodynamické experimenty s modelmi dopravných prostriedkov, trenažéry a pod.

Najpoužívanejšie sú však simulácie na počítačových modeloch, ktoré možno realizovať v prostredí *tabuľkových procesorov* (napr. Excel) alebo pomocou špeciálnych *softvérových produktov*.

Prognostické modely

Metódy používané na odhad budúceho vývoja sledovaných veličín možno v podstate zaradiť do dvoch skupín:

- *kvantitatívne metódy*, keď sú k dispozícii kvantitatívne informácie o doterajšom vývoji sledovaných veličín a predpokladáme, že doterajší vývoj bude pokračovať, potom prognóza je výsledkom predĺženia doterajšieho trendu do budúcnosti (označujeme ich aj ako *extrapolačné metódy*),
- *kvalitatívne metódy*, ktoré sa používajú v ostatných prípadoch a ďalej sa nimi nebudeme podrobnejšie zaoberať.

V praxi sa stretávame s aplikáciou *metódy kĺzavých priemerov* a *regresných prognostických modelov*.

Záver

Vývoj rozhodovacích metód postupne vedie k tomu, že rozlišovanie rozhodnutí z hľadiska ich programovateľnosti alebo neprogramovateľnosti sa stáva nepodstatným, pretože aj neprogramovateľné rozhodnutia sú zvládnuté špeciálnym softvérom. Kvalitný softvér (program) je teda základným prostriedkom formalizovania rozhodovacieho procesu. Pre praktické použitie majú veľký význam *štandardné programy* na rozhodovacie metódy, ktoré možno na základe zobrazenia rozhodovacej situácie spravidla rozdeliť do troch skupín [5]:

- rozhodovacia analýza (využívajú sa matice),
- rozhodovací strom (vetvený graf),
- rozhodovacie tabuľky (využívajú sa tabuľky).

Z hľadiska softvérového zabezpečenia ide predovšetkým o metódy operačnej analýzy. Softvérové produkty môžeme rozlišovať napr. podľa toho, či ide o hotové programové balíky alebo programovacie jazyky. Z hľadiska väzby na rozhodovacie metódy ich môžeme v podstate začleniť do troch skupín a to ako softvérové produkty, ktoré predstavujú [4]:

- kompaktnú rozhodovaciu metódu (napr. Excel, GPSS, SAS),
- rozhodovaciu metódu s možnosťou doprogramovania (napr. Excel+VBA, Soritec),
- súbor rozhodovacích metód (napr. QMWin, QSB+, SAP R/3).

Softvér na rozhodovanie by mal spĺňať najmä tieto základné požiadavky:

- modulárnosť riešenia,
- vzájomná prepojiteľnosť používaných produktov,
- *user friendly* zabezpečovania informačných vstupov,
- prehľadnosť a vypovedacia schopnosť výstupov,
- predpoklady začleňovania produktov do informačných systémov na podporu rozhodovania v podnikoch alebo verejnej správe,
- dostupnosť produktov.

Literatúra

[1] Chajdiak, J., Grell, M.: Podpora rozhodovacích procesov. Bratislava: STATIS (v tlači).
[2] Chajdiak, J., Komorník, J., Komorníková, M.: Štatistické metódy. Bratislava: STATIS, 1999.
[3] Chajdiak, J.: Ekonomická analýza stavu a vývoja firmy. Bratislava: STATIS, 2004.
[4] Grell, M.: Informačné systémy v národnom hospodárstve. Bratislava: EKONÓM, 2005.
[5] Goga, M.: Kvantitatívny manažment. Bratislava: IURA EDITION, 2000.
[6] Gros, I.: Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. Praha: Grada Publishing, 2003.
[7] Alexy, J.: Systémová a operačná analýza v riadení podnikov. Bratislava: ALFA, 1986.
[8] Alter, S.: Decision Support Systems. Current Practise and Continuing Challangeas. England, London: Addison-Wesley, 1980.
[9] Porvazník, J.: Celostný manažment. Piliere kompetentnosti v riadení. Bratislava: SPRINT, 1999.

Kontakt:

Ing. Michal Grell, PhD.
Katedra aplikovanej informatiky
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita Bratislava
Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava
E-mail: grell@euba.sk.

Využitie diskriminačnej analýzy na predikovanie finančnej situácie podnikov v SR

Vladimír Hiadlovský, Pavol Kráľ

Úvod

Finančná situácia podniku bezprostredne vypovedá o výsledkoch dosiahnutých v jednotlivých oblastiach podnikovej aktivity a dáva komplexný obraz o jeho výkonnosti. Preto je nevyhnutné venovať analýze finančnej situácie dôležitú pozornosť.

V rámci finančnej analýzy ex post sa zameriavame na súčasné výsledky, ich vysvetlenie pomocou pohľadu do minulosti. Zisťujeme príčiny dosiahnutého stavu, sledujeme dynamiku vývoja podnikových výsledkov spolu s ich priestorovou komparáciou. Jedná sa o podstatnú časť praktickej finančnej analýzy, ktorá umožňuje „diagnostikovať finančné zdravie“ podniku a určiť pozitívne i negatívne faktory, ovplyvňujúce dosiahnutý stav. Retrospektívne orientovaná finančná analýza nám odpovie na otázku ako je na tom podnik po finančnej stránke, kde sú jeho silné a slabé miesta i to, ktoré činitele a akým smerom pôsobili na súčasnú finančnú situáciu.

Na dosiahnutom stave ale už nič nezmeníme. Dôležitosť pomerových finančných ukazovateľov nespočíva len v samotnom reflektovaní súčasného finančného stavu, sú tiež dôležitými indikátormi budúceho finančného vývoja podniku a základným nástrojom predikčných modelov finančnej analýzy ex ante. Obsahom komplexnej finančnej analýzy je i prognóza budúcej finančnej situácie podniku. Včasné upozornenie na nebezpečenstvá vo vývoji finančného zdravia umožnia manažérovi prijať adekvátne opatrenia s dostatočným časovým predstihom, skôr než dôjde k finančnej kríze. Práve schopnosť poukázať na hroziace anomálie vo finančnom vývoji podniku i v čase relatívne stabilnej finančnej situácie je najväčšou devízou metód finančnej analýzy ex ante.

Metodologický aparát finančnej analýzy ex ante

Metódy prognózovania finančnej situácie musia umožniť s primeranou spoľahlivosťou zaradenie podniku do kategórie prosperujúcich, resp. neprosperujúcich podnikov. To si vyžaduje, aby celková finančno-ekonomická výkonnosť a výsledky podniku boli „pretavené“ do veľmi hutného, najlepšie jednočíselného vyjadrenia. Spoločné všetkým metodikám je, že vychádzajú zo súboru vybraných finančných ukazovateľov skonštruovaných na základe informácií z bežnej účtovnej závierky.

Na konštrukciu integrálneho ukazovateľa, ktorým prognózujeme finančný vývoj podniku, možno použiť nasledovné skupiny metód:

a) metódy bodového hodnotenia,
b) matematicko-štatistické metódy,
c) metódy multikriteriálneho hodnotenia,
d) neurónové siete.

My sa v ďalšom texte zameriame na matematicko-štatistické metódy využívajúce diskriminačnú analýzu.

Matematicko-štatistické metódy majú v predvídaní finančného vývoja podniku veľmi široké použitie. Ich prednosťou je, že závery získané ich pomocou, nie sú ovplyvnené subjektívnymi názormi a skúsenosťami expertov, ale sú exaktné. Podľa počtu ukazovateľov, s ktorými jednotlivé modely pracujú, rozlišujeme jednorozmernú, resp. viacrozmernú diskriminačnú analýzu.

Pri jednorozmernej diskriminačnej analýze sa klasifikujú podniky ako prosperujúce, či neprosperujúce a hodnotí sa ich vyhliadka do budúcnosti len na základe jedného ukazovateľa.

Preto treba zvoliť ukazovateľ s dobrou rozlišovacou schopnosťou. Problematikou jednorozmernej diskriminačnej analýzy sa zaoberal Beaver. Jednorozmerná diskriminačná analýza nezískala významnejšie miesto v predikčných finančných analýzach. Vytýka sa jej predovšetkým nejednoznačnosť, pretože umožňuje hodnotiť podnik na základe jedného ukazovateľa ako neprosperujúci (bankrotujúci), podľa iného ukazovateľa je zase radený medzi prosperujúce. Okrem toho je pravdou, že niektoré ukazovatele majú dobrú schopnosť prognózovať vývoj finančnej situácie len v spojení s inými ukazovateľmi. Pri ich izolovanom vnímaní je táto schopnosť minimálna, či podstatne menšia.

Toto viedlo k zavedeniu viacrozmernej diskriminačnej analýzy do finančnej predikcie. Pri tomto postupe sa posudzuje prosperita podniku na základe výpočtu syntetickej veličiny, do ktorej sú zhrnuté finančné ukazovatele s najlepšou vypovedacou schopnosťou, pričom im je priradená zodpovedajúca váha.

Diskriminačná funkcia má tvar:

$$Z = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n.$$

Spoločným cieľom všetkých analýz skúmajúcich insolventnosť je nájsť väčší alebo menší počet vhodných ukazovateľov x_i, ktoré umožnia posúdiť budúci vývoj. Postup týchto analýz spočíva v konfrontácii dostatočne veľkého počtu solventných podnikov z určitého odvetvia a geografickej oblasti s rovnako veľkým počtom podnikov insolventných. Týmto spôsobom sa spracuje mnoho ukazovateľov, ktoré pre každé z obidvoch skupín vykazujú typické hodnoty. Tie najvhodnejšie ukazovatele sú potom pomocou rôznych štatistických metód, najmä pomocou multivariančnej diskriminačnej analýzy, ďalej skúmané a sú im priradené váhy a_i. Následne sú vytvorené deliace hodnoty, na základe ktorých je možné zaraďovať podnik do rôznych bonitných tried a prognózovať jeho finančnú budúcnosť. Diskriminačná funkcia by mala byť skonštruovaná tak, aby odstup medzi priemernou hodnotou diskriminačnej funkcie v skupine prosperujúcich a v skupine neprosperujúcich podnikov bol čo najväčší a zaradenie podniku do príslušnej bonitnej triedy bolo jednoznačné.

Ak je počet ukazovateľov pri viacrozmernej diskriminačnej analýze rovný n, vytvárajú n-dimenzionálny priestor. Úlohou diskriminačnej analýzy je určiť optimálnu rozlišovaciu rovnicu (n-1) rozmerného priestoru (nazvime ju nadrovina).

Každý zo skupiny hodnotených podnikov má svoj obraz v n-rozmernom ukazovateľovom priestore formou bodu, ktorého súradnice sú hodnoty jednotlivých ukazovateľov. Cieľom je nájsť vo vnútri tohto priestoru rozlišovaciu nadrovinu, ktorá optimálne rozlíši obidve skupiny (prosperujúce podniky od neprosperujúcich).

Optimálne rozlíšenie zabezpečí funkcia (rovnica) obsahujúca také ukazovatele x_i a ich váhy a_i, pri ktorých vykazuje priemerná hodnota takejto funkcie (Z-skóre) v skupine prosperujúcich a v skupine neprosperujúcich podnikov najväčší rozdiel.

Viacnásobnú diskriminačnú analýzu využíva vo svojich prácach mnoho autorov. Ako prvý použil tento postup na prognózovanie finančnej situácie podnikov Altman (1968). Podľa neho o budúcom finančnom vývoji najlepšie vypovedá 5 ukazovateľov. Altman stanovil diskriminačnú funkciu zvlášť pre podniky s verejne obchodovateľnými akciami a zvlášť pre ostatné podniky. Rozdielne stanovil aj hranice pásiem na predikovanie budúcnosti podniku. Altmanovo Z-skóre je u nás najpoužívanejšou metódou prognózovania finančného vývoja podniku.

V predloženom príspevku aplikujeme na vybrané podniky analogický metodický postup, ako použil vo svojej práci Altman. Analyzoval 66 podnikov, ktoré rozdelil na dve rovnako početné skupiny. Jednu tvorili podniky prosperujúce, druhou skupinou boli podniky neprosperujúce.

Východiskovú maticu objektov a ich charakteristík v našom prípade predstavovalo 42 podnikov pôsobiacich v odvetví chemického priemyslu (OKEČ 24). Individuálne účtovné

závierky za roky 2001-2003 vybraného súboru podnikov poskytla spoločnosť Trend holding, s.r.o. Charakteristikami každého analyzovaného objektu bolo 24 pomerových finančných ukazovateľov. Takto zadefinovanú maticu sme podrobili viacrozmernej diskriminačnej analýze. Relevantné diskriminujúce faktory boli vyberané z nasledujúceho súboru ukazovateľov:

X_1 – tržby / celkové aktíva,
X_2 – tržby / pohľadávky,
X_3 – záväzky / cash flow,
X_4 – vlastné imanie / celkové aktíva,
X_5 – (čistý zisk + zdanené úroky) / celkový kapitál,
X_6 – zásoby / tržby,
X_7 – (zisk pred zdanením + úroky) / celkový kapitál,
X_8 – čistý zisk / celkové aktíva,
X_9 – čistý zisk / vlastné imanie,
X_{10} – vlastné imanie / záväzky,
X_{11} – cash flow / cudzí kapitál,
X_{12} – odpisy / dlhodobý hmotný majetok,
X_{13} – záväzky / pohľadávky,
X_{14} – záväzky / celkový majetok,
X_{15} – zisk pred zdanením / záväzky,
X_{16} – obežný majetok / záväzky,
X_{17} – vlastné imanie / dlhodobý majetok,
X_{18} – pridaná hodnota / tržby,
X_{19} – čistý zisk / tržby,
X_{20} – pridaná hodnota / počet zamestnancov,
X_{21} – pridaná hodnota / celkový kapitál,
X_{22} – pridaná hodnota / dlhodobý hmotný majetok,
X_{23} – pridaná hodnota / vlastné imanie,
X_{24} – tržby / počet zamestnancov.

Na samotnú analýzu sme použili voľbu diskriminačná analýza z programového balíka SPSS. V ďalšom texte sme z priestorových dôvodov použili len časť získaných výstupov. Na zostrojenie diskriminačnej funkcie sme použili dáta z roku 2002 a overovali sme ju na dátach z roku 2003.

V prvom kroku našej analýzy urobíme simultánny test zhody vektorov stredných hodnôt prosperujúcich a neprosperujúcich podnikov, ktorý nám poslúži na identifikáciu premenných, ktoré majú najlepšiu diskriminačnú schopnosť.

Tests of Equality of Group Means

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
X1	,985	,475	1	31	,496
X2	,987	,393	1	31	,535
X3	1,000	,001	1	31	,970
X4	,982	,576	1	31	,453
X5	,806	7,471	1	31	,010
X6	,947	1,734	1	31	,198
X7	,791	8,197	1	31	,007
X8	,808	7,346	1	31	,011

X9	,999	,016	1	31	,901
X10	,972	,879	1	31	,356
X11	,837	6,030	1	31	,020
X12	,973	,849	1	31	,364
X13	,989	,342	1	31	,563
X14	,995	,158	1	31	,694
X15	,851	5,421	1	31	,027
X16	,968	1,031	1	31	,318
X17	,996	,128	1	31	,723
X18	,985	,479	1	31	,494
X19	,824	6,606	1	31	,015
X20	,803	7,613	1	31	,010
X21	,975	,782	1	31	,383
X22	,985	,482	1	31	,493
X23	,944	1,850	1	31	,184
X24	,869	4,685	1	31	,038

Variables Failing Tolerance Test(a)			
	Within-Groups Variance	**Tolerance**	**Minimum Tolerance**
X24	13217535,441	,007	,001
a Minimum tolerance level is ,001.			

Z predchádzajúceho je zrejmé, že dobrú diskriminačnú schopnosť (na hladine významnosti 5%) majú len premenné x_5, x_7 (má najlepšiu diskriminačnú schopnosť), x_8, x_{11}, x_{15}, x_{19}, x_{20}, ktoré použijeme v samotnej diskriminačnej analýze.

Box's Test of Equality of Covariance Matrices

Test Results		
Box's M		144,704
F	**Approx.**	3,459
	df1	28
	df2	1112,926
	Sig.	,000
Tests null hypothesis of equal population covariance matrices.		

Aj keď sme zamietli zhodu kovariačných matíc jednotlivých skupín, ukazuje sa, že vypočítaná diskriminačná funkcia má napriek tomu dobré vlastnosti:

Summary of Canonical Discriminant Functions

Eigenvalues				
Function	**Eigenvalue**	**% of Variance**	**Cumulative %**	**Canonical Correlation**
1	,749(a)	100,0	100,0	,654
a First 1 canonical discriminant functions were used in the analysis.				

Wilks' Lambda				
Test of Function(s)	**Wilks' Lambda**	**Chi-square**	**df**	**Sig.**
1	,572	15,378	7	,031

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené koeficienty diskriminačnej funkcie. Deliacou hodnotou je jednoduchý aritmetický priemer hodnôt diskriminačnej funkcie spočítanej po dosadení priemerných hodnôt parametrov pre jednotlivé skupiny, v našom prípade je to po zaokrúhlení na 3 desatinné miesta približne -0,36.

Canonical Discriminant Function Coefficients	
	Function
	1
X5	-5,897
X7	54,215
X8	-43,704
X11	11,900
X15	-13,195
X19	8,976
X20	,001
(Constant)	-3,611
Unstandardized coefficients	

Deliacou hodnotou je jednoduchý aritmetický priemer hodnôt diskriminačnej funkcie spočítanej po dosadení priemerných hodnôt parametrov pre jednotlivé skupiny (nájdeme ich v nasledujúcej tabuľke). V našom prípade je to po zaokrúhlení na 3 desatinné miesta približne -0,36.

Functions at Group Centroids	
	Function
2sk	**1**
1	,553
2	-1,272
Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means	

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené výsledky klasifikácie s využitím získanej funkcie, pre dáta roku 2002 i roku 2003. Vidíme, že naša funkcia klasifikuje veľmi dobre.

Classification Results(a,b)						
				Predicted Group Membership		Total
	2sk			1	2	
Cases Selected	**Original**	**Count**	**1**	20	3	23
			2	2	8	10
		%	**1**	87,0	13,0	100,0
			2	20,0	80,0	100,0
Cases Not Selected	**Original**	**Count**	**1**	19	2	21
			2	2	8	10
		%	**1**	90,5	9,5	100,0
			2	20,0	80,0	100,0
a 84,8% of selected original grouped cases correctly classified.						
b 87,1% of unselected original grouped cases correctly classified.						

Je zrejmé, že firmy, ktoré majú hodnotu diskriminačného skóre blízku deliacemu bodu, môžu byť zaradené do rôznych skupín, aj keď rozdiel medzi ich skóre je veľmi malý. Ako pomôcku pre praktickú aplikáciu sme teda po vzore Altmana stanovili tzv. šedú zónu okolo deliaceho bodu (na určenie hraníc šedej zóny sme použili v absolútnej hodnote najvyššie diskriminačné skóre podnikov chybne zaradených do jednotlivých skupín). Hranice šedej zóny sú nasledujúce $(-0{,}837;0{,}369)$. Zaradeniu podnikov, ktorých hodnota diskriminačné skóre sa bude nachádzať v tejto zóne, musíme potom venovať zvýšenú pozornosť.

Výstupom našej analýzy je teda diskriminačná funkcia pre podniky pôsobiace v odvetví chemického priemyslu na základe analýzy ich účtovných výkazov za obdobie rokov 2001-2003, ktorá má nasledovný tvar:

$$Z = -3{,}611 - 5{,}897 * x_1 + 54{,}215 * x_2 - 43{,}704 * x_3 + 11{,}9 * x_4 - 13{,}195 * x_5 + 8{,}976 * x_6 + 0{,}001 * x_{20}$$

x1 – (čistý zisk + zdanené úroky) / celkový kapitál,
x2 – (zisk pred zdanením + úroky) / celkový kapitál,
x3 – čistý zisk / celkové aktíva,
x4 – cash flow / cudzí kapitál,
x5 – zisk pred zdanením / záväzky,
x6 – čistý zisk / tržby,
x7 – pridaná hodnota / počet zamestnancov.

Pri hodnote Z-skóre presahujúcom hodnotu 0,369 interpretujeme finančnú budúcnosť podniku ako uspokojivú, ak je hodnota nižšia ako –0,837, podnik je ohrozený v blízkej budúcnosti finančnými problémami. V prípade nadobudnutia hodnôt z intervalu tzv. šedej zóny hovoríme o nevyjasnenej budúcej finančnej situácii analyzovaného podniku.

Záver

Metódy finančnej analýzy ex ante poskytujú okamžitý obraz o najbližšej finančnej budúcnosti podniku a tým upozorňujú na blížiace sa finančné anomálie a do istej miery usmerňujú prijaté rozhodnutia. Slovenské podniky sa pri aplikácii predikčných modelov nemôžu držať odporúčaných hodnôt prognostických metód, ktoré vznikli v úplne inom ekonomickom prostredí a v inom čase.

Literatúra

1. Altman, E. I.. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. In: The Journal of Finance, No. 4, 1968.
2. Hebák, P., Hustopecký, J.: Vícerozměrné statistické metody, SNTL, ALFA, Praha, 1987.
3. Lesáková, Ľ.: Metodológia finančnej analýzy v malých a stredných podnikoch. EF UMB. Banská Bystrica, 2001.
4. Zalai, K.: Osobitosti prognózovania finančného vývoja slovenských podnikov. In: Biatec č.1., 2000.

Autori

Ing. Vladimír Hiadlovský
Katedra ekonomiky a manažmentu podniku
Tajovského 10
975 90 Banská Bystrica
vladimir.hiadlovsky@umb.sk

Mgr. Pavol Kráľ
Katedra kvantitatívnych metód a informatiky
Tajovského 10
975 90 Banská Bystrica
pavol.kral@umb.sk

Výsledky aplikace analýzy přežití na reálná data o nezaměstnanosti

Karel Hrach[1]

Úvod

Analýza přežití (survival analysis) umožňuje analyzovat dobu do výskytu sledovaného jevu, a to i v případě cenzorování. Cenzorování znamená, že sledování některých statistických jednotek bylo ukončeno dříve, než u nich sledovaný jev nastal. Podrobnosti o analýze přežití lze získat například v literatuře [1], [2], [4], [5]. V rámci tohoto příspěvku jsou prezentovány výsledky aplikace této metody na reálná data získaná od osmi úřadů práce na území bývalého Severočeského kraje. Jde o část výsledků v rámci grantu GAČR 402/04/0263 "Statistické metody a nezaměstnanost". Analýzy byly prováděny s pomocí SW STATISTICA.

Data obsahují údaje od úřadů práce ve městech Děčín, Most, Chomutov, Litoměřice, Louny, Teplice v Čechách a Ústí nad Labem (bývalé okresy na nynější úrovni NUTS 4, patřící do Ústeckého kraje v severozápadní části České Republiky) a navíc ještě od úřadu práce Česká Lípa (tento okres patří již do Libereckého kraje, ale hraničí s okresy Děčín a Litoměřice). Z databáze uvedených úřadů práce byly získány anonymizované záznamy o těch uchazečích o zaměstnání (dále: UOZ), kteří vstoupili do evidence během roku 2001. Přes 70 tisíc získaných záznamů obsahuje údaje o pohlaví, věku, vzdělání, zdravotním a rodinném stavu. Jejich sledování bylo zakončeno k 31.12.2003. Během sledování byl zjišťován celkový počet evidencí (někteří UOZ vstupovali do evidence opakovaně), délka první zaznamenané evidence, důvod jejího ukončení, celková délka všech zaznamenaných evidencí, případná účast v programech typu aktivní politika zaměstnanosti a celková částka vyplacená danému UOZ. V publikaci [3] byly uvedeny výsledky analýzy přežití pro dobu do konce první evidence zahájené během roku 2001, ovšem bez ohledu na to, zda šlo skutečně o zcela první evidenci. V rámci tohoto příspěvku budou uvedeny nové výsledky analýzy pro ty případy, kdy šlo skutečně o první evidenci (tj. daný UOZ nebyl evidován před zahájením studie, tedy před rokem 2001).

Porovnání funkcí přežití pro dobu první evidence

K analýzám bylo zapotřebí vytvořit na základě získaných dat cenzorovací index, tedy veličinu indikující, zda byla první evidence daného UOZ zakončena úspěšně (nalezením uplatnění na trhu práce), či zda skončila jiným způsobem (např. úmrtím daného UOZ). Všichni UOZ byli podle dosaženého vzdělání rozděleni do čtyř kategorií (vzdělání základní, středoškolské bez maturity, středoškolské s maturitou, vysokoškolské) a podle věku taktéž do čtyř kategorií (s hranicemi 22, 32 a 42 let). Funkce přežití modelující dobu trvání první evidence pak mohly být porovnány s ohledem na pohlaví, vzdělanostní nebo věkovou kategorii. Porovnání mohlo být díky velkým rozsahům provedeno zvlášť v každém okrese. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 1, na obrázku 1 je pro ilustraci znázorněna situace alespoň pro jednu veličinu v jednom z okresů.

[1] RNDr. Karel Hrach, Ph.D., Katedra matematiky a statistiky, Fakulta sociálně-ekonomická, Univerzita J.E.Purkyně Ústí nad Labem

Tabulka 1: Počet UOZ při první evidenci a výsledné p-hodnoty testů porovnávajících funkci přežití mezi jednotlivými kategoriemi (pohlaví 2 kategorie, věk a vzdělání 4 kategorie) v každém okrese.

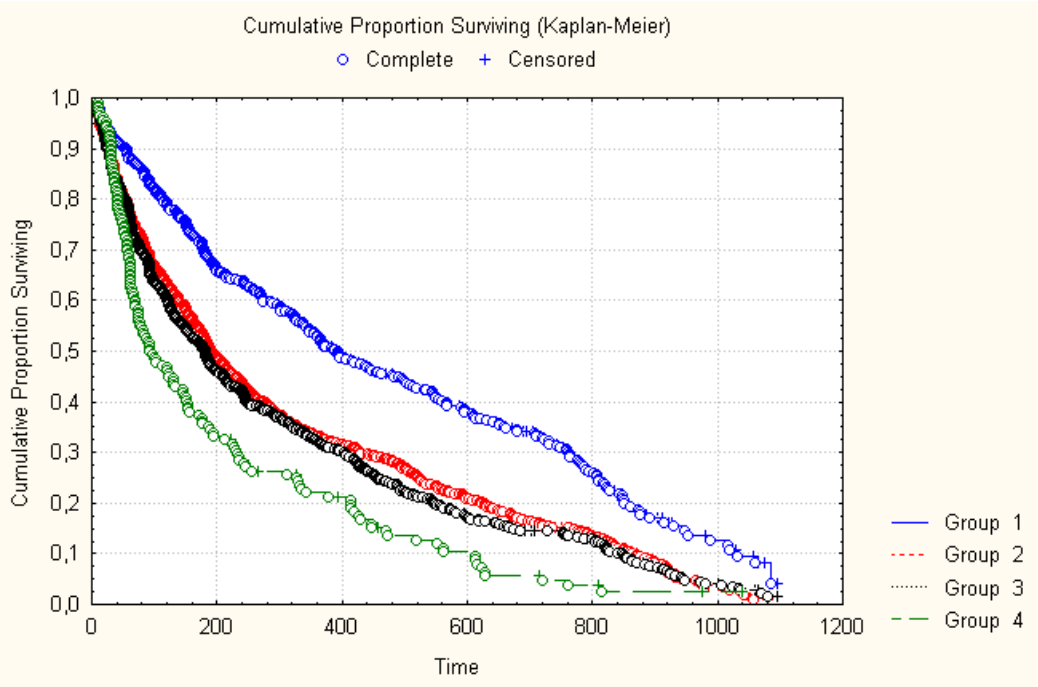
	Počet UOZ	Pohlaví	Věk	Vzdělání
Česká Lípa	2807	0,130380	< 0,000001	< 0,000001
Chomutov	3561	0,067700	< 0,000001	< 0,000001
Děčín	3614	0,735210	< 0,000001	< 0,000001
Louny	2699	0,930940	0,000050	< 0,000001
Litoměřice	3146	0,164270	0,004280	< 0,000001
Most	3706	0,605470	< 0,000001	< 0,000001
Teplice v Č.	3425	0,889670	< 0,000001	< 0,000001
Ústí n.L.	3483	0,688090	< 0,000001	< 0,000001
celkem	26441			

Zdroj: Vlastní výpočty.

Co se týká proměnné pohlaví, nebyly ani v jednom okrese prokázány na 5% hladině významnosti rozdíly mezi muži a ženami v době do ukončení první evidované nezaměstnanosti. Naopak co se týká proměnných věk, resp. vzdělání, ve všech okresech byly prokázány na 5% hladině významnosti rozdíly mezi čtyřmi věkovými, resp. vzdělanostními kategoriemi.

Obrázek 1 ilustruje typický případ, kdy nejdéle zůstávají v evidenci UOZ se základním vzděláním (horní křivka). Medián funkce přežití (tj. zde doba, do níž zůstává v evidenci polovina UOZ) činí zhruba 400 dní. Poloviční medián vykazují obě skupiny středoškoláků, ať již s maturitou nebo bez ní (obě prostřední křivky). V nejlepší situaci jsou vysokoškoláci (dolní křivka), u nichž má medián funkce přežití hodnotu zhruba 100 dní.

Obrázek 1: Funkce přežití podle vzdělanostních kategorií (horní křivka odpovídá nejnižšímu vzdělání, atd.) v Ústí nad Labem.



Tabulka 2: Výsledné p-hodnoty testů porovnávajících pro každou uvedenou vzdělanostní úroveň rozdíly mezi věkovými kategoriemi, zvlášť pro muže a ženy (v závorce počet UOZ).

Porovnání věkových kategorií	základní vzdělání	SŠ vzdělání (bez maturity)	SŠ vzdělání (s maturitou)	VŠ vzdělání
Muži	< 0,000001 (n=2695)	< 0,000001 (n=6694)	< 0,000001 (n=2813)	0,021450 (n=632)
Ženy	< 0,000001 (n=2950)	< 0,000001 (n=4660)	< 0,000001 (n=3832)	0,003000 (n=511)

Zdroj: Vlastní výpočty.

Jak ukazují výsledné p-hodnoty v tabulce 2, rozdíly ve funkci přežití mezi čtyřmi věkovými kategoriemi byly na 5% hladině významnosti prokázány i s ohledem na vzdělanostní kategorii a na pohlaví.

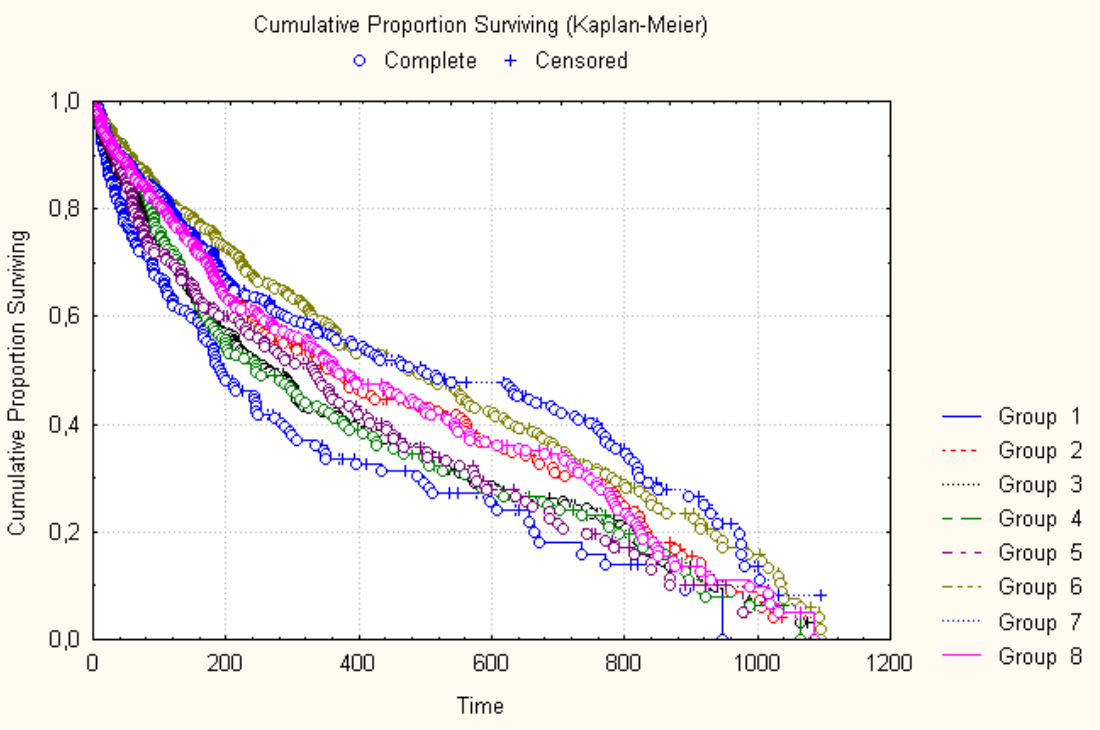
Tabulka 3 zachycuje p-hodnoty pro porovnání funkce přežití mezi jednotlivými okresy, opět podle vzdělanostních kategorií a zvlášť pro muže a ženy. Pouze u vysokoškoláků, ať mužů či žen, nebyly na 5% hladině významnosti rozdíly mezi okresy prokázány.

Tabulka 3: Výsledné p-hodnoty testů porovnávajících pro každou uvedenou vzdělanostní úroveň rozdíly mezi okresy, zvlášť pro muže a ženy (počty UOZ neuváděny, jsou stejné jako v tab. 2).

Porovnání okresů	základní vzdělání	SŠ vzdělání (bez maturity)	SŠ vzdělání (s maturitou)	VŠ vzdělání
Muži	< 0,000001	< 0,000001	< 0,000001	0,710570
Ženy	< 0,000001	< 0,000001	< 0,000001	0,395870

Zdroj: Vlastní výpočty.

Obrázek 2: Funkce přežití pro jednotlivé okresy (skupina mužů se základním vzděláním).



Obrázek 2 ilustruje rozdílnost funkcí přežití mezi okresy pro skupinu mužů se základním vzděláním. Zatímco horní čtyři křivky patří okresům Teplice v Čechách, Most, Chomutov a Ústí nad Labem, tedy bývalým tzv. pánevním okresům, dolní čtveřice křivek patří okresům Děčín, Louny, Litoměřice a Česká Lípa. Potvrzuje to běžně uváděný fakt, že pánevní okresy, v nichž došlo útlumem těžby k výraznému snížení počtu pracovních příležitostí pro UOZ s nižším vzděláním, se nejvíc potýkají s problémem nezaměstnanosti. Naopak nejlepší situace je v okrese Česká Lípa (odpovídající křivka probíhá nejníže ze všech osmi), kde má medián funkce přežití hodnotu zhruba 200 dní. Tento jediný okres přitom nepatří do Ústeckého kraje.

Coxův regresní model funkce přežití pro dobu první evidence

Díky této metodě je možno nejen prokázat případné rozdíly, ale také vyjádřit jejich výši. Jako regresory (vysvětlující proměnné) mohou být použity jak kategoriální veličiny (ty se nejčastěji transformují do podoby dummy-variables), tak veličiny spojité. Vzhledem k předešlým výsledkům porovnávání funkcí přežití byly jako zkoumané regresory zvoleny proměnné věk při zahájení první evidence (v rocích) a vzdělání, to ve tvaru tří dummy-variables: proměnná vzd2 indikuje hodnotou 1 UOZ se středoškolským vzděláním bez maturity (jinak vzd2=0), proměnná vzd3 indikuje hodnotou 1 UOZ se středoškolským vzděláním s maturitou (jinak vzd3=0) a proměnná vzd4 indikuje hodnotou 1 vysokoškoláky (jinak vzd4=0). Pokud vzd2=vzd3=vzd4=0, jde o tzv. základní kategorii (zde UOZ se základním vzděláním). V tabulce 4 jsou zachyceny výsledky analýzy pro jednotlivé okresy, pro muže i ženy dohromady.

Tabulka 4: Coxův regresní model pro délku první zaznamenané evidence v jednotlivých okresech, muži i ženy dohromady.

Česká Lípa	koeficient	p-hodnota
věk	0,988028	< 0,000001
vzd2	1,584504	< 0,000001
vzd3	1,748066	< 0,000001
vzd4	1,931621	< 0,000001

Chomutov	koeficient	p-hodnota
věk	0,992143	0,000001
vzd2	1,901113	< 0,000001
vzd3	2,127119	< 0,000001
vzd4	2,289984	< 0,000001

Děčín	koeficient	p-hodnota
věk	0,988421	< 0,000001
vzd2	1,724446	< 0,000001
vzd3	1,685205	< 0,000001
vzd4	2,413959	< 0,000001

Louny	koeficient	p-hodnota
věk	0,989934	< 0,000001
vzd2	1,529149	< 0,000001
vzd3	1,761929	< 0,000001
vzd4	1,725343	0,000006

Litoměřice	koeficient	p-hodnota
věk	0,990117	< 0,000001
vzd2	1,413250	< 0,000001
vzd3	1,413941	0,000001
vzd4	2,450838	< 0,000001

Most	koeficient	p-hodnota
věk	0,999175	0,599765
vzd2	1,863143	< 0,000001
vzd3	2,092547	< 0,000001
vzd4	3,034259	< 0,000001

Teplice	koeficient	p-hodnota
věk	0,990177	< 0,000001
vzd2	2,000262	< 0,000001
vzd3	2,263976	< 0,000001
vzd4	3,120219	< 0,000001

Ústí n.L.	koeficient	p-hodnota
věk	0,996091	0,014084
vzd2	1,669394	< 0,000001
vzd3	1,754981	< 0,000001
vzd4	2,512438	< 0,000001

Zdroj: Vlastní výpočty.

Význam koeficientů uvedených v tabulce 4 je následující: Například v okrese Česká Lípa je u veličiny věk hodnota 0,988, což znamená, že s nárůstem věku o jeden rok je v průměru spojen pokles šance na ukončení evidence o 1,2 %. U téhož okresu je u veličiny vzd2 uvedena hodnota 1,58 a u veličiny vzd4 hodnota 1,93, což znamená, že u středoškoláků bez maturity je šance na ukončení evidence o 58 % vyšší než u UOZ se základním vzděláním, zatímco u vysokoškoláků je šance na ukončení evidence o 93 % vyšší než u UOZ se základním vzděláním.

Zatímco vzdělanostní úroveň je významným faktorem ve všech okresech, věk byl v jednom případě (okres Most) regresorem nevýznamným. Tento fakt potvrdila i následná analýza, během které byl tentýž model aplikován zvlášť pro muže a ženy. I při této analýze zůstala vzdělanostní úroveň významným faktorem ve všech okresech, a to pro obě pohlaví. Co se týká spojité veličiny věk, ta zůstává na Mostecku nevýznamným faktorem jak pro muže, tak pro ženy. Navíc se ukazuje, že v okresech Teplice v Čechách a Ústí nad Labem hraje věk významnou roli pouze u žen.

Závěr

Výpočet úrovně nezaměstnanosti vyžaduje obvykle dva zdroje dat. Kromě samotných údajů o počtu nezaměstnaných bývá navíc potřeba disponovat údaji o demografické struktuře daného regionu, teprve pak lze počítat například procentuální míru nezaměstnanosti. Aplikace analýzy

přežití umožňuje porovnávat a modelovat nezaměstnanost pouze na základě samotných údajů o UOZ, získaných přímo od úřadů práce. Výsledky jsou v souladu s běžně uváděnými oficiálními statistikami – byl detekován tentýž nejproblematičtější sub-region (pánevní okresy, především pak Mostecko) a tytéž významné faktory ovlivňující nezaměstnanost (vzdělání, ale i věk).

Co se týče věku, byl potvrzen trend, že s jeho vyššími hodnotami je v průměru asociována nižší schopnost uplatnění na trhu práce. Zato vzdělání je pozitivním faktorem, který bez ohledu na sub-region, na pohlaví či na věk statisticky významně ovlivňuje dobu evidence na úřadech práce. Ve srovnání s UOZ, kteří dosáhli pouze základního vzdělání, zkracuje středoškolské vzdělání (ať je či není završeno maturitou) dobu evidence zhruba na polovinu a vysokoškolské vzdělání dokonce zhruba na čtvrtinu. U vysokoškoláků se kromě toho jako u jediné vzdělanostní kategorie nedá hovořit o více nebo méně problematických sub-regionech, neboť mezi jednotlivými okresy nebyly odhaleny statisticky významné rozdíly v délce evidence příslušných UOZ.

Literatura

[1] Fleming, T.R., Harrington, D.P.: *Counting Processes and Survival Analysis*. John Willey, USA, 1991.
[2] Hrach, K.: Comparison of survival between two groups using software SAS, S-PLUS and STATISTICA. *International Journal of Medical Informatics 45*, p. 31-33, 1997.
[3] Hrach, K.: Survival analysis and the unemployment data. *Sborník XII. česko-polsko-slovenské matematické školy*, Hluboš, 2005 (v tisku).
[4] Zvárová, J. a kol.: *Statistické metody v epidemiologii*. Karolinum, Praha, 2003.
[5] *Učebnice StatSoft*. www.statsoft.cz/textbook/stathome.html.

Analýza zoskupení bodov v regulačných diagramoch

Hrnčiarová Ľubica - Terek Milan

Abstract: Attention in this paper will be focused on the analysis of a set of seven rules for identifying special causes of variation, designed to help quality professionals interpret information contained in $\overline{X}$ -charts or in any control charts for which the probability distribution of the corresponding statistic is approximately normal.

Key words: Statistical process control, $\overline{X}$ -charts, chance (common) causes, assignable (special) causes, in control process, out of control process.

1 Úvod

Keď chcú podniky uspieť v konkurenčnom boji na trhu, musia byť schopné produkovať produkty s prijateľnou variabilitou sledovaných ukazovateľov kvality vzhľadom na ich stanovené cieľové alebo nominálne hodnoty. K dispozícii majú viaceré nástroje štatistickej regulácie procesu, ktoré im umožňujú udržiavať stabilitu procesu a zlepšovať jeho spôsobilosť prostredníctvom redukcie variability.

Jedným z nástrojov štatistickej regulácie procesu sú regulačné diagramy. Regulačný diagram umožňuje operatívne určovať či proces ovplyvňujú len náhodné príčiny variability (proces je stabilný (v štatisticky zvládnutom stave)), alebo ho ovplyvňujú aj vymedziteľné príčiny variability (je nestabilný (v štatisticky nezvládnutom stave)).

Keď sa v regulačnom diagrame objaví bod mimo regulačných hraníc, indikuje to možnosť prítomnosti vymedziteľných príčin. V regulačnom diagrame je však užitočné sledovať a registrovať aj niektoré typické zoskupenia bodov, ktoré môžu tiež svedčiť o prítomnosti vymedziteľných príčin. Ide o určenie jednoduchých praktických pravidiel, ktoré pracovníkom v oblasti štatistického riadenia kvality pomáhajú identifikovať možnosť prítomnosti vymedziteľných príčin variability.

2 Typické zoskupenia bodov v regulačných diagramoch

V tab. 1 sú štandardné pravidlá na identifikáciu vymedziteľných príčin variability.

Tab. 1 Pravidlá, ktoré umožňujú identifikovať možnú prítomnosť vymedziteľných príčin variability

Pravidlo	Opis
1	Jeden bod leží nad hornou regulačnou hranicou ULC, resp. pod dolnou regulačnou hranicou LCL.
2	Dva body z troch bodov v rade za sebou, ležia vo vzdialenosti viac ako dve smerodajné odchýlky nad (resp. pod) centrálnou priamkou.
2`	Dva body v rade za sebou ležia vo vzdialenosti viac ako dve smerodajné odchýlky nad (resp. pod) centrálnou priamkou.
3	Štyri body z piatich za sebou ležia vo vzdialenosti viac ako jedna smerodajná odchýlka nad (resp. pod) centrálnou priamkou.
3`	Štyri body za sebou ležia vyššie ako jedna smerodajná odchýlka nad (resp. pod) centrálnou priamkou.
4	Sedem bodov v rade za sebou leží nad (resp. pod) centrálnou priamkou.
5	Šesť bodov v rade za sebou stúpa
6	Osem bodov z desiatich v rade (zľava doprava) stúpa (resp. klesá)
7	Z dvoch bodov v rade za sebou, druhý je vzdialený od prvého najmenej o štyri smerodajné odchýlky.

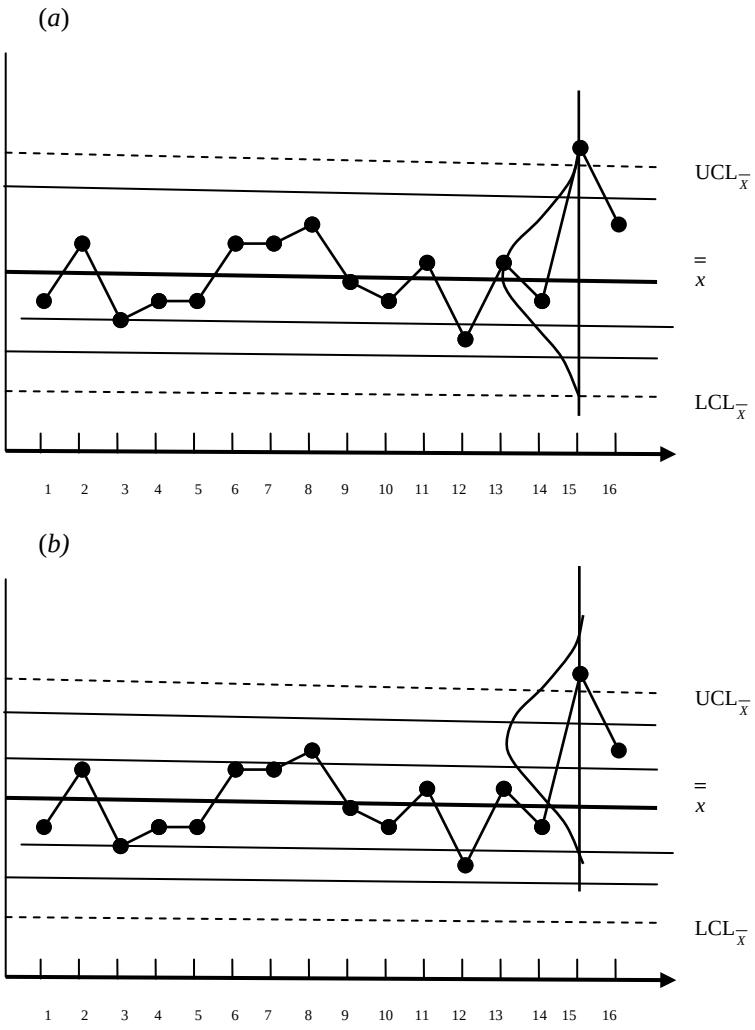
Každé pravidlo v tab. 1 opisuje typické zoskupenie bodov v $\overline{X}$ - diagramoch, alebo iných regulačných diagramoch, pre ktoré je rozdelenie pravdepodobnosti príslušnej výberovej charakteristiky aspoň približne normálne. Indikujú možnosť prítomnosti vymedziteľných príčin variability. Pravidlá boli určené tak, že niektoré postupnosti bodov možno nájsť vo viacerých pravidlách, napríklad pravidlo 2` obsahuje postupnosť bodov v pravidle 2.

3 Možnosti interpretácie zoskupení bodov v regulačných diagramoch

Predpokladajme, že počas dlhej doby sledovania určitého ukazovateľa kvality bol proces stabilný. V regulačnom diagrame sa objaví bod, ktorý signalizuje prítomnosť vymedziteľných príčin variability. Mohla nastať jedna z týchto dvoch možností:

- pravdepodobnosť výskytu bodu mimo regulačných hraníc je malá, stabilita procesu nebola narušená,
- pravdepodobnosť výskytu bodu mimo regulačných hraníc je veľká, stabilita procesu bola narušená.

Tieto alternatívy sú ilustrované v $\overline{X}$ -diagrame na obr. 1.



Obr.1 Možnosti interpretácie hodnoty $\bar{x}_{15}$ *v* $\overline{X}$ *-diagramoch*

V oboch diagramoch nemáme dôvod prijať predpoklad o narušení stability procesu kým nenarazíme na 15-tu hodnotu $\overline{X}$. Na základe tohto bodu možno konštatovať že:

- proces je stabilný (*diagram a*) a práve sme našli hodnotu $\overline{X}$ s pravdepodobnosťou výskytu (*P*) menšou ako 0,00135, alebo
- proces sa posunul smerom k UCL – stabilita procesu bola narušená (*diagram b*).

Štandardne v tejto situácii, na úrovni významnosti 0,0027 prijímame predpoklad, že stabilita procesu bola narušená.

4 Výpočet citlivosti jednotlivých zoskupení bodov v regulačnom diagrame

Predpokladajme, že proces je stabilný. Položme si napríklad otázku:“ Aká je pravdepodobnosť toho, že v regulačnom diagrame dva body z troch bodov za sebou v rade ležia vo vzdialenosti viac ako dve smerodajné odchýlky nad centrálnou priamkou?“ Odpoveď na túto a podobné otázky asi viedla Hoyera, R. W. a Elisa, W. C. k formulácii pravidiel v tab. 2 (podľa [2]). V tab. 2 sú v zátvorkách uvedené aj citlivosti pravidiel, vypočítané podľa tohto vzťahu

$$Citlivosť\ [pravidlo\ A] = \frac{P(zoskupenie\ bodov\ v\ pravidle\ 1\ )}{P(zoskupenie\ bodov\ v\ pravidle\ A)}$$

kde *P(zoskupenie bodov v pravidle 1)* je pravdepodobnosť toho, že jeden bod (hodnota $\overline{X}$)leží nad hornou regulačnou hranicou UCL, resp. pod dolnou regulačnou hranicou LCL,
P(zoskupenie bodov v pravidle A) je pravdepodobnosť zoskupenia bodov jedného z pravidiel (2 až 7).

Tab. 2 Pravidlá, ktoré signalizujú možnú prítomnosť vymedziteľných príčin variability v 3σ *- regulačných diagramoch priemerov (usporiadané podľa citlivosti)*

Pravidlo (citlivosť)	Opis	Pravdepodobnosť
Pravidlo 6` (7,50)	Osem bodov z deviatich v rade (zľava doprava) stúpa, resp. klesá	0,00018
Pravidlo 2` (2,60)	Dva body v rade za sebou ležia vo vzdialenosti viac ako dve smerodajné odchýlky nad (resp. pod)centrálnou priamkou.	0,00052
Pravidlo 3` (2,14)	Štyri body za sebou ležia vyššie ako jedna smerodajná odchýlka nad (resp. pod) centrálnou priamkou.	0,00063
Pravidlo 6 (1,96)	Osem bodov z desiatich v rade (zľava doprava) stúpa (resp. klesá)	0,00069
Pravidlo 1 (1,00)	Jeden bod leží nad hornou regulačnou hranicou UCL, resp. pod dolnou regulačnou hranicou LCL.	0,00135
pravidlo 5 (0,97)	Šesť bodov v rade za sebou stúpa (resp. klesá)	0,00139
pravidlo 2 (0,88)	Dva body z troch bodov v rade za sebou ležia vo vzdialenosti viac ako dve smerodajné odchýlky nad (resp. pod) centrálnou priamkou.	0,00153
pravidlo 7 (0,58)	Z dvoch bodov v rade za sebou, druhý je vzdialený od prvého najmenej o štyri smerodajné odchýlky.	0,00234
pravidlo 3 (0,49)	Štyri body z piatich v rade za sebou ležia vo vzdialenosti viac ako jedna smerodajná odchýlka nad (resp. pod) centrálnou priamkou.	0,00277

Tab. 2 - dokončenie

Pravidlo (citlivosť)	Opis	Pravdepodobnosť
pravidlo 4˝ (0,35)	Osem bodov v rade za sebou leží nad (resp. pod) centrálnou priamkou.	0,00391
pravidlo 6`` (0,32)	Sedem bodov z deviatich v rade (zľava doprava) stúpa (resp. klesá)	0,0417
pravidlo 4 (0,17)	Sedem bodov v rade za sebou leží nad (resp. pod) centrálnou priamkou	0,00781
pravidlo 4` (0,09)	Šesť bodov v rade za sebou leží nad (resp. pod) centrálnou priamkou.	0,01563

5 Záver

U mnohých odborníkov z oblasti štatistickej regulácie procesu pravidlo 1 (jeden bod leží nad hornou regulačnou hranicou UCL, resp. pod dolnou regulačnou hranicou LCL) má zvýhodnené postavenie v porovnaní s ostatnými pravidlami, pričom nemusí byť vždy najlepším indikátorom narušenia stability procesu. Preto bol vytvorený index citlivosti. Tento index porovnáva pravdepodobnosť bodu nad (resp. pod) regulačnou hranicou (pravidlo 1) s pravdepodobnosťou zoskupenia bodov jedného z pravidiel (2 až 7). Najcitlivejším indikátorom možnej prítomnosti vymedziteľných príčin variability podľa indexu citlivosti (tab.2) je pravidlo 6` (keď v regulačnom diagrame šesť bodov v rade za sebou stúpa (resp. klesá)). Toto zoskupenie bodov je 7,5 krát citlivejším indikátorom ako pravidlo1.

Ďalšie informácie o typických zoskupeniach bodov regulačných diagramoch možno získať napríklad v [3], [7], [8], niektoré ďalšie súvisiace aspekty a pohľady možno nájsť napríklad v [1], [4], [5].

Tento príspevok bol vypracovaný s podporou grantovej agentúry VEGA v rámci projektu VEGA č. 1/1247/04 Progresívne štatistické techniky a rozhodovanie v procese zlepšovania kvality.

6 Literatúra

[1] GARAJ, I., JANIGA, I.: Dvojstranné tolerančné medze normálnych rozdelení s neznámymi strednými hodnotami a s neznámym spoločným rozptylom. Bratislava, Slovenská technická univerzita, 2004
[2] HOYER, R. W., ELIS, W. C.: A Graphical Exploration of SPC, Quality Progress, No. 6, pp. 57-64, 1996
[3] ISHIKAWA, K: Giude to Quality Control, Asian Productivity Organization, Tokio, 1982
[4] JANIGA, I.,: Aplikácia regulačných diagramov pri monitorovaní prostredia. Zborník referátov z medzinárodnej konferencie TOP 95, Bratislava Sjf STU 1995
[5] PALENČÁR, R.: Metódy a prostriedky kontroly akosti. Bratislava: ES SVŠT 1990.

[6] TEREK, M., HRNČIAROVÁ, Ľ.: Analýza spôsobilosti procesu, Ekonóm, Bratislava, 2001
[7] TEREK, M., HRNČIAROVÁ, Ľ.: Štatistické riadenie kvality, Bratislava: IURA EDITION 2004
[8] STN ISO 8258 Shewhartove regulačné diagramy. Úrad pre normalizáciu, metrológiu a skúšobníctvo SR, 1994

Kontaktná adresa

doc. Ing. Ľubica Hrnčiarová, PhD., Katedra štatistiky FHI EU v Bratislave, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, tel: 02-67295731; e-mail: hrnciaro@dec.euba.sk

doc. Ing. Milan Terek, PhD., Katedra štatistiky FHI EU v Bratislave, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, tel: 02-67295713; e-mail: terek@dec.euba.sk

Regionálne rozloženie chovov hospodárskych zvierat pri vstupe Slovenskej republiky do EU

Ján Hrubý

Abstract: The integration of Slovak republic to EU demands to reappraise breeding of livestock in the context with their regional position and geographical segmentation. Broadly the most common is beef cattle. In the other breeding predominates in the south of west the densely populated area of the state breeding of pork and poultry. Breeding of sheep and goats are characteristic for the mountain area. Sthe Slovak republic has to respect geographical conditions.

Key words: livestock, regions, breeding conditions, livestock units, cluster analysis

Súhrn

Vstup Slovenskej republiky do Európskej únie vyžaduje prehodnotiť chovy hospodárskych zvierat aj v spojitosti s ich regionálnym rozložením a geografickou členitosťou. Plošne najrozšírenejším je chov hovädzieho dobytka. Z ostatných chovov prevláda v západnej husto osídlenej časti štátu s južnými oblasťami chov ošípaných a hydiny. Horské oblasti sú charakteristické chovom oviec a kôz. Slovenská republika musí geografické podmienky rešpektovať.

Kľúčové slová: hospodárske zvieratá, kraje (regióny) podmienky chovu, dobytčie (prepočtové) jednotky, zhluková analýza.

ÚVOD

Prepočet stavov hospodárskych zvierat na dobytčie jednotky (DJ=500 kg živej hmotnosti) umožňuje objektívnejšie posúdiť živočíšnu výrobu poľnohospodárskeho podniku, porovnať viacero podnikov a regiónov. Vyjadruje hospodársku silu živočíšnej výroby. V príspevku posudzujeme základné skupiny hospodárskych zvierat v Slovenskej republike a jej krajoch. Zámerom je zistiť situáciu pri vstupe štátu do Európskej únie, berúc do úvahy zastúpenie jednotlivých druhov zvierat vo vzťahu k podmienkam členitého územia republiky.

Výpočtovo sa použil softwer Statgraphics. Príspevok je riešený v rámci projektu VEGA č. 1/0491/03 (Väzby regionálnych štruktúr a rentability poľnohospodárskych fariem v predvstupovom období SR do Európskej únie“.

MATERIÁL A METODIKA

Zdrojom údajov pre analýzu bol výkaz „Súpis hospodárskych zvierat k 31.12.2003, spracovaný pre celú Slovenskú republiku Krajskou správou Štatistického úradu SR v Nitre. Metodicky sa uplatnili pomerné hodnoty zloženia javu a cluster analyzis metódou aritmetického priemeru (Average Method).

Slovenská republika kraje	**Hovädzí dobytok Spolu**	**Ošípané Spolu**	**Ovce kozy spolu**	**Hydina spolu**	**Kone spolu**	**Počet DJ spolu**
SR spolu	459 582	164 086	30 116	43 692	8 114	705 590
Bratislavský	14 772	3 552	122	1 823	616	20 885
Trnavský	70 681	37 629	309	6 746	579	115 945
Trenčiansky	44 346	17 633	2 104	6 316	504	70 903
Nitriansky	68 130	40 993	1 334	11 270	1 636	123 363
Žilinský	65 541	7 595	6 418	3 205	985	83 602
Banskobystrický	74 541	25 138	9 918	5 226	1 623	116 446
Prešovský	74 782	14 057	6 015	3 780	1 339	99 972
Košický	46 931	17 488	3 896	5 327	832	74 474

VÝSLEDKY A DISKUSIA

Uskutočnená analýza vychádza z prepočtu stavu hlavných druhov hospodárskych zvierat na dobytčie jednotky s členením celkového stavu v Slovenskej republike na jednotlivé kraje, ktoré ale nesúhlasia s hranicami poľnohospodárskych prírodných oblastí, čo je v členitých geografických podmienkach SR problematické. V súhrnnom relatívnom vyjadrení v percentách má najväčší podiel na DJ krajov SR Nitriansky kraj. Najmenší podiel Bratislavský kraj. Na túto skutočnosť pritom vplýva aj plošný rozsah krajov. Ak sledujeme podiel krajov na DJ jednotlivých druhov zvierat v rámci Slovenskej republiky (tab.2) v chove hovädzieho dobytka majú najväčší podiel Prešovský kraj (16,27%) a Banskobystrický kraj (16,22%). V chove ošípaných Nitriansky kraj (24,98%) a Trnavský kraj (22,93%). V chove oviec a kôz Banskobystrický kraj (32,93%) a Žilinský kraj (21,31%). V chove hydiny Nitriansky kraj (25,80%) a Trnavský kraj (15,44%). Napokon v chove koní zásluhou žrebčínov Topoľčianky a Nový Tekov Nitriansky kraj (20,17%) a Banskobystrický kraj (20,00%).

Zhluková analýza uskutočnená z údajov tab.2 potvrdzuje vplyv prírodných podmienok pre chovy jednotlivých druhov zvierat. V prípade Bratislavského a Košického kraja sa prejavuje vplyv veľkomiest. Kraje juhozápadného Slovenska majú najviac rozvinutých chov ošípaných a hydiny. Horské oblasti prevažujú v chove oviec. Chov hovädzieho dobytka má celoplošné zhlukové rozloženie.

Tab. 2 Relatívny podiel krajov na DJ jednotlivých druhov hospodárskych zvierat

Kraj	**Hovädzí dobytok**	**Ošípané**	**Ovce a kozy**	**Hydina**	**Kone**
Bratislavský	3,22	2,16	0,41	4,17	7,59
Trnavský	15,38	22,93	1,03	15,44	7,14
Trenčiansky	9,65	10,75	6,99	14,46	6,21
Nitriansky	14,82	24,98	4,43	25,80	20,17
Žilinský	14,23	4,63	21,31	7,33	12,14
Banskobystrický	16,22	15,32	32,93	11,96	20,00
Prešovský	16,27	8,57	19,97	8,65	16,50
Košický	10,21	10,66	12,93	12,19	10,25
Spolu	100	100	100	100	100

Výstupy zhlukovej analýzy:

Hovädzí dobytok

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage
1. Obs. 1	1	1	1	12.5000
2. Obs. 2	2	2	6	75.0000
3. Obs. 3	2	3	1	12.5000
4. Obs. 4	2			
5. Obs. 5	2			
6. Obs. 6	2			
7. Obs. 7	2			
8. Obs. 8	3			

Zhluk 1: Bratislavský kraj

Zhluk 2: Trnavský kraj, Trenčiansky kraj, Nitriansky, Žilinský kraj, Banskobystrický kraj, Prešovský kraj

Zhluk 3: Košický kraj

Ošípané

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage

1. Obs. 1	1	1	3	37.5000
2. Obs. 2	2	2	2	25.0000
3. Obs. 3	1	3	3	37.5000
4. Obs. 4	2			
5. Obs. 5	1			
6. Obs. 6	3			
7. Obs. 7	3			
8. Obs. 8	3			

Zhluk 1: Bratislavský kraj, Trenčiansky kraj, Žilinský kraj

Zhluk 2: Trnavský kraj, Nitriansky kraj,

Zhluk 3: Banskobystrický kraj, Prešovský kraj, Košický kraj.

Ovce a kozy

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage
1. Obs. 1	1	1	4	50.0000
2. Obs. 2	1	2	2	25.0000
3. Obs. 3	1	3	2	25.0000
4. Obs. 4	1			
5. Obs. 5	2			
6. Obs. 6	2			
7. Obs. 7	3			
8. Obs. 8	3			

Zhluk 1: Bratislavský kraj, Trnavský kraj, Trenčiansky kraj, Nitriansky kraj

Zhluk 2: Žilinský kraj, Banskobystrický kraj

Zhluk 3: Prešovský kraj, Košický kraj

Hydina

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage
1. Obs. 1	1	1	3	37.5000
2. Obs. 2	1	2	1	12.0000
3. Obs. 3	1	3	4	50.0000
4. Obs. 4	2			

5. Obs. 5	3
6. Obs. 6	3
7. Obs. 7	3
8. Obs. 8	3

Zhluk 1: Bratislavský kraj, Trnavský kraj, Trenčiansky kraj

Zhluk 2: Nitriansky kraj

Zhluk 3: Žilinský kraj, Banskobystrický kraj, Prešovský kraj, Košický kraj

Kone

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage
1. Obs. 1	1	1	3	37.0000
2. Obs. 2	2	2	3	37.0000
3. Obs. 3	1	3	2	25.0000
4. Obs. 4	2			
5. Obs. 5	3			
6. Obs. 6	2			
7. Obs. 7	2			
8. Obs. 8	3			

Zhluk 1: Bratislavský kraj, Trnavský kraj, Trenčiansky kraj

Zhluk 2: Nitriansky kraj, Banskobystrický kraj, Prešovský kraj

Zhluk 3: Žilinský kraj, Košický kraj

Pozoruhodné je, že ak zo zhlukového rozboru vylúčime v chove hovädzieho dobytka Bratislavský kraj, potvrdí sa plošné rozšírenie tohto chovu v súlade s prírodnými podmienkami:

Chov hovädzieho dobytka bez Bratislavského kraja

Results of Clustering by Average Method

Observation	Cluster	Cluster	Frequency	Percentage
1. Obs. 1	1	1	5	71.4286
2. Obs. 2	2	2	1	14.2857
3. Obs. 3	1	3	1	14.2857
4. Obs. 4	1			

5. Obs. 5	1
6. Obs. 6	1
7. Obs. 7	3

Zhluk 1: Trnavský kraj, Nitriansky kraj, Žilinský kraj, Banskobystrický kraj, Prešovský kraj

Zhluk 2: Trenčiansky kraj

Zhluk 3: Košický kraj

Vnútrokrajový relatívny podiel DJ (tab.3) tak isto dopĺňa predošlé výsledky v tom, že celoslovensky je vo všetkých krajoch najsilnejšie zastúpenie chovu hovädzieho dobytka. Z ďalších chovov majú špecifické postavenie chov ošípaných a hydiny (kraje Trnavský, Nitriansky, Trenčiansky), chov oviec a kôz (kraje Banskobystrický a Žilinský) a v chove koní kraj Bratislavský, čo je badateľný vplyv veľkomesta k športovému chovu koní. Vnútrokrajové rozloženia potvrdzujú nevyhnutnosť rešpektovania prírodných podmienok spolu so situáciou v hustote osídlenia i tradíciami ako východiska aj v rámci členstva Slovenskej republiky v Európskej únii. Tomu sa musí podriadiť špecializácia chovov.

Tab. 3 Vnútrokrajový relatívny podiel DJ na jednotlivých druhoch hospodárskych zvierat

Kraj	Hovädzí dobytok	Ošípané	Ovce a kozy	Hydina	Kone
Bratislavský	70,73	17,00	0,58	8,74	2,95
Trnavský	60,96	32,45	0,27	5,82	0,50
Trenčiansky	62,54	24,87	2,97	8,91	0,71
Nitriansky	55,23	33,23	1,08	9,13	1,33
Žilinský	78,23	9,08	7,69	3,83	1,18
Banskobystrický	64,01	21,59	8,52	4,49	1,39
Prešovský	74,80	14,06	6,02	3,78	1,34
Košický	63,02	23,48	5,23	7,15	1,12

ZÁVER

Slovenská republika je v chovoch hospodárskych zvierat do značnej miery závislá na regionálnych prírodných podmienkach a hustote osídlenia. Prejavom je chov ošípaných s prevažným zastúpením na západnom Slovensku, chov oviec a kôz typický pre Žilinský, Banskobystrický, Prešovský i Košický kraj a opätovne hydina, sústredená najmä v Nitrianskom a Trnavskom kraji. Chov hovädzieho dobytka má celoplošné rozloženie. Je zrejmé, že uvedené prírodné podmienky a demografickú charakteristiku osídlenia musí SR brať do úvahy v chovoch hospodárskych zvierat i v rámci členstva v EU.

LITERATÚRA

Bartová, Ľ.: Miery komparatívnych výhod a konkurencieschopnosti. Zborník Firma a konkurenční prostředí 2003, s.14-22. MVK PEF, MZLU Brno 2003, ISBN 80-7157-695-6-9.

Minařík, B.: Příspěvek k aplikaci nelineární regrese. Zborník Kvantitatívne metódy v ekonómii, s. 225-231. FEM SPU Nitra, SŠDS, Medzinárodný vedecký seminár Nitra, 2004, ISBN 80-88946-40-9

Repiský, J. – Haladová, A.: Rozhodovacie strom – účinný nástroj investičného rozhodovania za podmienok rizika. Zborní Firma a konkurenční prostředí, 2003, s.211-222. MVK PEF MZLU Brno, 20003, ISBN 80-7157-695-6-9

Sojková, Z. – Klasifikácia krajín Európy – index ľudského rozvoja. Zborník Kvantitatíne metódy v ekonómii, s. 225-231. FEM SPU, SŠDS, Nitra, 2004. ISBN 80-88946-40-9

Adresa autora: prof. Ing.J. Hrubý, PhD. SPU-FEM, KŠOV, 949 01 Nitra, Tr. A.Hlinku 2, email: Jan.Hruby@fem.uniag.sk

Rozdelenie pridanej hodnoty vo firmách SR 2003
(početnosti podľa dosiahnutých hodnôt vybraných ukazovateľov)

Jozef Chajdiak[1]

Určenie početností výskytu analyzovaných hodnôt je jednou z dôležitých úloh štatistickej analýzy. Keďže štatistické rozdelenie početností je konkrétnym empirickým obrazom zákona rozdelenia pravdepodobnosti, jeho praktická znalosť predstavuje jednu z podmienok ďalších analýz na báze matematicko-štatistických modelov.

V tomto príspevku sa analyzuje rozdelenie hodnôt ukazovateľa Pridaná hodnota (formálne definovaný vo Výkaze ziskov a strát, riadok 11). Ukazovateľ Pridaná hodnota predstavuje jeden z dôležitých ukazovateľov typu Produkcie firmy. Teoreticky ide o hodnotu celkovej produkcie znížený o medzispotrebu, v terminológii Výkazu ziskov a strát približne vo verzii Výnosy spolu mínus výrobná spotreba. Pridaná hodnota (r. 11) vyjadruje teoretický pojem „pridaná hodnota“ hodnota len približne. Nezahŕňa napríklad nákladové úroky, výsledok hospodárenia z finančnej a mimoriadnej činnosti, dane a poplatky. Problémom je tiež, že Daň z pridanej hodnoty sa vykazuje v úplne inom výkaze a nezávisle na Výkaze ziskov a strát. Aj moment realizácie produkcie (v súčasnosti vyfakturovaná produkcie) je niečo iné, ako moment zaplatenia produkcie, ktorý by lepšie zodpovedal podmienkam trhovej ekonomiky. Rozdiel Pridanej hodnoty (r.11) a autorom presnejšie špecifikovanej Pridanej hodnoty 1 je 28 k 34 (rok 2001) resp. 40 ku 44 (rok 2003).

Analyzovaný súbor predstavovali všetky firmy, ktoré odovzdali na Daňový úrad za rok 2003 vyplnený Výkaz ziskov a strát. Prvotný súbor bol v priebehu spracovania v Infin s.r.o. očistený o firmy zjavne nekorektne vyplňujúce Výkaz ziskov a strát do verzie, s ktorou pracoval aj autor. Nakoniec bolo do súboru zahrnutých 44855 firiem.

Odhad rozdelenia početností získavame triedením a výsledky sa ukladajú do frekvenčnej tabuľky. Autor potenciálne hodnoty objemu Pridanej hodnoty v milión Sk rozdelil do 12 tried. Prvú triedu predstavujú firmy s pridanou hodnotou menej ako –100 mil. Sk vrátane. V druhej triede sú firmy s pridanou hodnotou od –100 mil. Sk po nulovú hodnotu bez nulovej hodnoty. Tretiu triedu predstavujú firmy s presne nulovou hodnotou Pridanej hodnoty (vzhľadom k ich početnosti časť z nich možno mala byť vylúčená zo súboru už v prvotnom spracovaní). Štvrtú triedu predstavujú firmy s pridanou hodnotou od nula po 50 mil. Sk vrátane 50 mil. Sk, ďalšie triedy predstavujú firmy s pridanou hodnotou v intervaloch (spodná hranica je otvorená, horná hranica je uzavretá) od 50 do 100, od 100 do 200, od 200 do 300, od 300 do 400, od 400 do 500, od 500 do 1000, od 1000 do 5000 mil. Sk. Poslednú triedu predstavujú firmy s pridanou hodnotou viac ako 5 mld. Sk. Tu vo frekvenčnej tabuľke sú triedy špecifikované v prvom stĺpci tabuľky hodnými hranicami tried. Posledný riadok tabuľky reprezentuje súbor firiem ako celok.

V klasickej frekvenčnej tabuľke sú početnosti tried určované početnosťou štatistických jednotiek v príslušnej triede (tu stĺpce obsahujúce znak N). V ekonomických súboroch môže byť zaujímavá aj početnosť určená na báze hodnôt objemov zvoleného ukazovateľa za firmy patriace do danej triedy. Autor použil ako tieto zvolené ukazovatele:

PH - pridaná hodnota,
VYN - výnosy spolu,
ZISK - výsledok hospodárenia,
VI - vlastné imanie,
CK - celkový kapitál (vlastné imanie a záväzky spolu),
VS - výrobná spotreba,

[1] Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc. – mimoriadny profesor na Katedre štatistiky Fakulte hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave

ON - osobné náklady.
Všetky ukazovatele sú tu uvádzané v mil. Sk.

V ďalej uvedenej frekvenčnej tabuľke sú vypočítané početnosti v piatich verziách. Prvú predstavuje absolútna početnosť (stĺpce N, V, PH, ZISK, VI, CK, VS a ON). Z nich sú vypočítané :

- relatívne početnosti ($f_i = 100*N_i/SUM(N_i)$), (stĺpce začínajúce písmenom f),
- kumulatívne absolútne početnosti (stĺpce začínajúce písmenom k),
- kumulatívne relatívne početnosti (stĺpce začínajúce písmenami kf) a
- priemerné hodnoty za triedu (stĺpce začínajúce písmenom p).

Vypočítané hodnoty za vykázanú skutočnosť roku 2003 sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

Tab.1 Rozdelenie firiem SR 2003 podľa pridanej hodnoty - početnosti

Trieda	Priemer	N	fN	kN	kfN
- -100	-161.0	3	0.0	3	0.0
- 0	-0.7	10052	22.4	10055	22.4
0	0	5343	11.9	15398	34.3
- 50	3.5	28554	63.7	43952	98.0
- 100	69.5	439	1.0	44391	99.0
- 200	138.6	238	0.5	44629	99.5
- 300	242.3	85	0.2	44714	99.7
- 400	346.8	26	0.1	44740	99.7
- 500	447.2	34	0.1	44774	99.8
- 1000	684.5	42	0.1	44816	99.9
- 5000	2093.6	31	0.1	44847	100.0
viac	13211.5	8	0.0	44855	100.0
Spolu	8.9	44855	100		

Tab.1 Rozdelenie firiem SR 2003 podľa pridanej hodnoty – pokračovanie

Trieda	Priemer	pPH	PH	fPH	kPH	kfPH
- -100	-161.0	-161.0	-483	-0.1	-483	-0.1
- 0	-0.7	-0.7	-7168	-1.8	-7651	-1.9
0	0	0.0	0	0.0	-7651	-1.9
- 50	3.5	3.5	100129	25.0	92478	23.1
- 100	69.5	69.5	30509	7.6	122987	30.7
- 200	138.6	138.6	32976	8.2	155963	39.0
- 300	242.3	242.3	20598	5.1	176561	44.1
- 400	346.8	346.8	9017	2.3	185578	46.4
- 500	447.2	447.2	15205	3.8	200783	50.2
- 1000	684.5	684.5	28751	7.2	229534	57.4
- 5000	2093.6	2093.6	64902	16.2	294436	73.6
viac	13211.5	13211.5	105692	26.4	400128	100.0
Spolu	8.9	8.9	400128	100		

Trieda	Priemer	pVYN	VYN	fVYN	kVYN	kfVYN
- -100	-161.0	1963.7	5891	0.3	5891	0.3
- 0	-0.7	20.8	209275	8.9	215166	9.2
0	0	0.2	808	0.0	215974	9.2
- 50	3.5	24.8	708918	30.2	924892	39.4
- 100	69.5	398.8	175094	7.5	1099986	46.9
- 200	138.6	759.4	180727	7.7	1280713	54.6
- 300	242.3	1362.3	115796	4.9	1396509	59.5
- 400	346.8	2632.5	68444	2.9	1464953	62.4
- 500	447.2	2251.1	76538	3.3	1541491	65.7
- 1000	684.5	3243.4	136221	5.8	1677712	71.5
- 5000	2093.6	7657.2	237373	10.1	1915085	81.6
Viac	13211.5	54047.0	432376	18.4	2347461	100
Spolu	8.9	52.3	2347461	100		

Trieda	Priemer	pZISK	ZISK	fZISK	kZISK	kfZISK
- -100	-161.0	-383.3	-1150	-1.7	-1150	-1.7
- 0	-0.7	-1.3	-13299	-19.6	-14449	-21.2
0	0	0	-237	-0.3	-14686	-21.6
- 50	3.5	0.2	5496	8.1	-9190	-13.5
- 100	69.5	10.6	4658	6.8	-4532	-6.7
- 200	138.6	13.9	3317	4.9	-1215	-1.8
- 300	242.3	31.3	2662	3.9	1447	2.1
- 400	346.8	79.9	2078	3.1	3525	5.2
- 500	447.2	88.1	2997	4.4	6522	9.6
- 1000	684.5	64.2	2696	4.0	9218	13.6
- 5000	2093.6	351.9	10908	16.0	20126	29.6
viac	13211.5	5987.1	47897	70.4	68023	100
Spolu	8.9	1.5	68023	100		

Tab.1 Rozdelenie firiem SR 2003 podľa pridanej hodnoty – pokračovanie

Trieda	Priemer	pVI	VI	fVI	kVI	kfVI
- -100	-161.0	-506.7	-1520	-0.2	-1520	-0.2
- 0	-0.7	1.2	11876	1.5	10356	1.3
0	0	-0.2	-1244	-0.2	9112	1.2
- 50	3.5	5.6	161102	21.0	170214	22.2
- 100	69.5	114.5	50269	6.5	220483	28.7
- 200	138.6	180.0	42848	5.6	263331	34.3
- 300	242.3	337.2	28665	3.7	291996	38.0
- 400	346.8	699.5	18188	2.4	310184	40.4
- 500	447.2	648.5	22048	2.9	332232	43.3
- 1000	684.5	1045.3	43902	5.7	376134	49.0
- 5000	2093.6	5168.1	160210	20.9	536344	69.9
viac	13211.5	28913.9	231311	30.1	767655	100
Spolu	8.9	17.1	767655	100		

Trieda	Priemer	PCK	CK	fCK	kCK	kfCK
- -100	-161.0	1438.0	4314	0.2	4314	0.2
- 0	-0.7	19.6	197500	10.9	201814	11.1
0	0	2.5	13136	0.7	214950	11.8
- 50	3.5	16.3	464629	25.6	679579	37.4
- 100	69.5	261.5	114807	6.3	794386	43.7
- 200	138.6	481.2	114526	6.3	908912	50.0
- 300	242.3	734.1	62396	3.4	971308	53.4
- 400	346.8	1447.0	37621	2.1	1008929	55.5
- 500	447.2	1505.9	51200	2.8	1060129	58.3
- 1000	684.5	2245.2	94298	5.2	1154427	63.5
- 5000	2093.6	8081.4	250524	13.8	1404951	77.3
viac	13211.5	51649.1	413193	22.7	1818144	100
Spolu	8.9	40.5	1818144	100		

Trieda	Priemer	pVS	VS	fVS	kVS	kfVS
- -100	-161.0	1536.3	4609	0.4	4609	0.4
- 0	-0.7	3.0	30049	2.9	34658	3.3
0	0	0.0	35	0.0	34693	3.3
- 50	3.5	9.4	267547	25.7	302240	29.0
- 100	69.5	149.0	65407	6.3	367647	35.3
- 200	138.6	328.1	78078	7.5	445725	42.8
- 300	242.3	607.4	51628	5.0	497353	47.7
- 400	346.8	858.8	22330	2.1	519683	49.9
- 500	447.2	933.6	31742	3.0	551425	52.9
- 1000	684.5	1824.3	76619	7.4	628044	60.3
- 5000	2093.6	4392.9	136180	13.1	764224	73.3
viac	13211.5	34753.1	278025	26.7	1042249	100
Spolu	8.9	23.2	1042249	100		

Tab.1 Rozdelenie firiem SR 2003 podľa pridanej hodnoty – pokračovanie

Trieda	Priemer	pON	ON	fON	kON	kfON
- -100	-161.0	173.7	521	0.3	521	0.3
- 0	-0.7	0.6	5871	3.0	6392	3.3
0	0	0.0	10	0.0	6402	3.3
- 50	3.5	2.4	67994	35.3	74396	38.6
- 100	69.5	39.8	17486	9.1	91882	47.7
- 200	138.6	82.5	19639	10.2	111521	57.9
- 300	242.3	125.2	10646	5.5	122167	63.5
- 400	346.8	134.7	3501	1.8	125668	65.3
- 500	447.2	205.0	6969	3.6	132637	68.9
- 1000	684.5	295.6	12414	6.4	145051	75.3
- 5000	2093.6	716.7	22218	11.5	167269	86.9
Viac	13211.5	3157.4	25259	13.1	192528	100
Spolu	8.9	4.3	192528	100		

Z hodnôt objemov ukazovateľov v jednotlivých triedach boli vypočítané hodnoty vybraných relatívnych ukazovateľov (Tab. 2)

Tab.2 Rozdelenie firiem SR 2003 podľa pridanej hodnoty – relatívne ukazovatele

Trieda	Priemer	PH/VI	PH/ON	V/CK	Z/V	PH/V	ON/V	VS/V	ON/VI	CK/VI	CK/ON
- -100	-161.0	317.8	-0.93	1.37	-19.52	-8.20	8.84	78.24	-342.76	-2838.2	8.28
- 0	-0.7	-603.6	-1.22	1.06	-6.35	-3.43	2.81	14.36	494.36	16630.2	33.64
0	0	0.0	0	0.06	-29.33	0	1.24	4.33	-8.04	-10559.5	1313.60
- 50	3.5	621.5	1.47	1.53	0.78	14.12	9.59	37.74	422.06	2884.1	6.83
- 100	69.5	606.9	1.74	1.53	2.66	17.42	9.99	37.36	347.85	2283.9	6.57
- 200	138.6	769.6	1.68	1.58	1.84	18.25	10.87	43.20	458.34	2672.8	5.83
- 300	242.3	718.6	1.93	1.86	2.30	17.79	9.19	44.59	371.39	2176.7	5.86
- 400	346.8	495.8	2.58	1.82	3.04	13.17	5.12	32.63	192.49	2068.5	10.75
- 500	447.2	689.6	2.18	1.49	3.92	19.87	9.11	41.47	316.08	2322.2	7.35
- 1000	684.5	654.9	2.32	1.44	1.98	21.11	9.11	56.25	282.77	2147.9	7.60
- 5000	2093.6	405.1	2.92	0.95	4.60	27.34	9.36	57.37	138.68	1563.7	11.28
viac	13211.5	456.9	4.18	1.05	11.08	24.44	5.84	64.30	109.20	1786.3	16.36
Spolu	8.9	521.2	2.08	1.29	2.90	17.05	8.20	44.40	250.80	2368.44	9.44

V jednotlivých stĺpcoch sú ukazovatele:
PH/VI - produktivita vlastného imania meraná pridanou hodnotou
(v tisíc Sk PH na 1 Sk VI),
PH/ON - finančná produktivita práce (v Sk PH na 1 Sk ON)
V/CK - produktivita celkového kapitálu meraná výnosmi
(v Sk V na 1 Sk CK)
Z/V - ziskovosť (v hal. Zisku na 1 Sk V)
PH/V - podiel pridanej hodnoty vo výnosoch (v hal. PH na 1 Sk V),
ON/V - nákladovosť osobných nákladov (v hal. ON na 1 Sk V),
VS/V - nákladovosť výrobnej spotreby (v hal. VS na 1 Sk V),
ON/VI - vybavenosť vlastného imania osobnými nákladmi
(v tisíc Sk ON 1 Sk VI),
CK/VI - finančná páka (v tisíc Sk CK na 1 Sk VI),
CK/ON - vybavenosť osobných nákladov celkovým kapitálom
(v Sk CK na 1 Sk ON).

Literatúra:
Chajdiak, J.: Ekonomická analýza stavu a vývoja firmy. Bratislava, Statis 2004
Chajdiak, J.: Štatistické úlohy a ich riešenie v Exceli. Bratislava, Statis 2005
Úradníček, V.: Aplikácia štatistických metód vo finančnej analýze malého a stredného podniku. FF UMB, Banská Bystrica 2002.
Kanderová, M. – Úradníček, V.: Kvantitatívne metódy vo finančnom riadení firmy I. FF UMB, Banská Bystrica 2000.

Kontakt na autora:
chajdiak@euba.sk

On Exact Computation of One-sided Tolerance Factors of Normal Distributions

Ivan Janiga[1], Ivan Garaj[2]

Abstract: In the contribution is given a derivation of exact formula for computing of the one-sided tolerance factors of normal distribution with unknown mean and unknown variability. It is also shown that the exact computation of the factors is closely related with non-central *t*-distributions.

1 Introduction

In [1] we deal with computation of tolerance factors for the two-sided tolerance limits of a normal distribution with unknown parameters. Results are published in [2]. In [3] are given the results for more than one normal distribution with different means and common variability. All the above mentioned parameters are unknown. In this contribution we are interested in one-sided tolerance limits of a normal distribution with unknown parameters.

2 One-sided tolerance intervals

Let random sample $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be taken from distribution $N(\mu, \sigma^2)$. Parameters μ and σ^2 are unknown.

We will find intervals, which with confidence $1-\alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ cover at least the fraction p $(0 < p < 1)$ of values of the distribution $N(\mu, \sigma^2)$. Such intervals are called $100\,p\,\%$ tolerance intervals. In the following text we are only dealing with one-sided tolerance intervals which can be right-hand or left-hand.

For right-hand tolerance interval $\left(-\infty, \overline{X} + kS\right)$ is valid

$$P\left[P(X < \overline{X} + kS) \geq p\right] = 1 - \alpha \tag{1}$$

and

for left-hand tolerance interval $(\overline{X} - kS, \infty)$ is valid

$$P\left[P\left(X > \overline{X} - kS\right) \geq p\right] = 1 - \alpha \tag{2}$$

where X is a normally distributed variable with mean μ and variability σ^2 from which the random sample $X_1, X_2, \ldots, X_n$ was taken, $\overline{X} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$ and $S^2 = (n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$.

The value of the factor *k* is determined so that the tolerance intervals with the confidence $1-\alpha$ cover at least fraction *p* of the values of the distribution $N(\mu, \sigma^2)$. Number $1-\alpha$ named the confidence level and constant *k* is the one-sided tolerance factor.

3 Non-central *t*-distribution

Let us consider random variables

$$Y = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n}\,, \qquad V = \frac{vS^2}{\sigma^2}, \qquad T = \frac{Y + \delta}{\sqrt{V}}\sqrt{v} \tag{3}$$

[1] Dept. of Mathematics, Mechanical Engineering Faculty, Slovak University of Technology, Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava, Tel: 00421-7-57296-160, ivan.janiga@stuba.sk
[2] Dept. of Mathematics, Faculty of Chemical and Food Technology, Slovak University of Technology, Radlinského 9, 812 37 Bratislava, Tel: 00421-7-59325 297, ivan.garaj@stuba.sk

The random variable Y has a standard normal distribution $N(0,1)$. It is independent of the random variable V, which has χ^2-distribution with $v = n-1$ degrees of freedom. The random variable T has a non-central *t*-distribution with v degrees of freedom and non-centrality parameter δ $(-\infty < \delta < \infty)$, which is denoted by $T \sim T(v, \delta)$. Its probability density function [4] is

$$f_v(t,\delta) = \frac{2^{-\frac{v-1}{2}} \, \mathrm{e}^{-\frac{v\delta^2}{2(v+t^2)}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}\left(1+\frac{t^2}{v}\right)^{\frac{v+1}{2}}} \int_0^\infty y^v \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(y-\frac{t\delta}{\sqrt{v+t^2}}\right)^2} dy \quad -\infty < t < \infty \tag{4}$$

where $\Gamma(v) = \int_0^\infty x^{v-1} \, \mathrm{e}^{-x} \, dx$ is the gamma function $(v > 0)$.

Let us denote the αth quantile $(0 < \alpha < 1)$ of the distribution $T(v, \delta)$ by $t_\alpha(v, \delta)$. It follows from (4) that for any real numbers t and δ holds

$$t_\alpha(v,\delta) = -t_{1-\alpha}(v,-\delta) \tag{5}$$

The most widespread tables of percentiles of non-central *t*-distributions can be found in the monograph [5], where they are computed with accuracy to five decimal places for $\alpha =$ 0,01; 0,025; 0,05; 0,10; 0,20; 0,30; 0,70; 0,80; 0,90; 0,95; 0,975; 0,99, $v = 1\,(1)\,60$ and $\delta = 0{,}1\,(0{,}1)\,8{,}0$.

4 Exact computation of tolerance factors

For the right-sided tolerance interval $\left(-\infty, \overline{X} + kS\right)$ is

$$Z = P\left(X < \overline{X} + kS\right) = \Phi\left(\frac{\overline{X} + kS - \mu}{\sigma}\right) \tag{6}$$

where Φ is the distribution function of a standard normal distribution $N(0,1)$. For given p $(0 < p < 1)$ the inequality $Z \geq p$ is equivalent to

$$\frac{\overline{X} + kS - \mu}{\sigma} \geq u_p \tag{7}$$

where u_p is the pth quantile of $N(0,1)$. The tolerance factor k is determined so that for the given confidence coefficient $1-\alpha$ is fulfilled the condition $P(Z \geq p) = 1-\alpha$. By using consecutive modifications and utilizing (3) we obtain

$$P\left(\overline{X} + kS \geq \mu + \sigma u_p\right) = P\left(\frac{(\overline{X} - \mu)\sqrt{n}/\sigma - u_p\sqrt{n}}{S/\sigma} \geq -k\sqrt{n}\right) =$$

$$= P\left(T \geq -k\sqrt{n}\right) = 1-\alpha \tag{8}$$

The random value $T = \dfrac{\overline{X} - \mu - \sigma u_p}{S}\sqrt{n}$ has a distribution $T\left(n-1,-u_p\sqrt{n}\right)$. From relations (5) and (8) it follows that

$$k = -\frac{t_\alpha\left(n-1,-u_p\sqrt{n}\right)}{\sqrt{n}} = \frac{t_{1-\alpha}\left(n-1,u_p\sqrt{n}\right)}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

For the left-sided tolerance interval $\left(\overline{X} - kS, \infty\right)$ we will also get $P\left(T \le k\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$, where T has a distribution $T\left(n-1,u_p\sqrt{n}\right)$ and k is given by (9) as well. More detailed results can be found in [13] and [14]. Tables 1 and 2 are abridged version of chosen tables from [14].

5 Conclusion

The exact computation of the one-sided tolerance factors k is closely related with the exact computation of quantiles of non-central *t*-distribution. One-sided tolerance intervals can be successfully applied in statistical quality control. For those who are interested in the mentioned field we recommend [15], [16].

Acknowledgement
This contribution was supported by the Grant VEGA project No. 1/1247/04 Advanced statistical techniques and decision making in the quality improvement process from the Science Grant Agency of the Slovak Republic.

References

[1] JANIGA, I., MIKLÓŠ, R. Statistical tolerance intervals for a normal distribution. In *Measurement Science Review*. ISSN 13, 2001, vol. 1, no. 1, p. 29-32.

[2] GARAJ, I., JANIGA, I. *Dvojstranné tolerančné medze pre neznámu strednú hodnotu a rozptyl normálneho rozdelenia*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2002. 147 s. ISBN 80-227-1779-7. [Two sided tolerance limits of normal distribution with mean and variability unknown].

[3] GARAJ, I., JANIGA, I. *Dvojstranné tolerančné medze normálnych rozdelení s neznámymi strednými hodnotami a s neznámym spoločným rozptylom. Two sided tolerance limits of normal distributions with unknown means and unknown common variability*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2004. 218 s. ISBN 80-227-2019-4.

[4] JOHNSON, N. L., WELCH, B. L. Applications of the non-central t-distribution. In *Biometrika*, 1940, vol. 31, p. 362-389.

[5] BAGUI, S. C. *CRC Handbook of Percentiles of Non-Central t-Distributions*. CRC Press, Boca Raton, Florida, 1993. 400 p. ISBN 0-8493-8669-1.

[6] WOLFRAM, S. *The Mathematica Book*. 3rd ed. Wolfram Media/Cambridge University Press, 1996. 1403 p. ISBN 0-521-58889-8.

[7] SAHAI, H., OJEDA, M. M. A comparison of approximations to percentiles of the non-central t-distribution. In *Revista Investigacion Operacional*, 2000, vol. 21, no. 2, p.121-144.

[8] EEDEN, van C. Some approximations to the percentage points of the non-central t-distribution. In *Revue de l´ Institut International de Statistique* 29, 1961, p. 4-31.

[9] WALLIS, W. A. *Use of Variables in Acceptance Inspection for Percent Defective. Selected Techniques of Statistical Analysis* (EISENHART, C., HASTAY, M. W., WALLIS, W. A. eds.). New York, McGraw Hill Book Company, 1947. p. 7-93.

[10] JENNETT, W. T., WELCH, B. L. The control of proportion defective as judged by a single quality characteristic varying on a continuous scale. In *Journal of the Royal Statistical Society*, B 6, 1939, p. 80-88.

[11] CORNISH, E. A., FISHER, R. A. Moments and cumulants in the specification of distributions. In *Revue de l´ Institut International de Statistique*, 5, 1937, p. 307-320.

[12] AKAHIRA, M. A higher order approximation to a percentage point of the non-central t-distribution. In *Communications in Statistics, Part B: Simulation and Computation*, 1995, 24(3), p. 595-605.

[13] JANIGA, I., GARAJ, I. On One-Sided Tolerance Intervals of Normal Distribution with Unknown Parameters. In *Journal of the Applied Mathematics, Statistics and Informatics (JAMSI)*. ISBN 80-89034-95-0, 2005, vol. 1, no. 1, p. 87-100.
[14] GARAJ, I., JANIGA, I. *Jednostranné tolerančné medze normálneho rozdelenia s neznámou strednou hodnotou a rozptylom. One sided tolerance limits of normal distribution wth unknown mean and variability*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2005. 214 s. ISBN 80-227-2218-9.
[15] TEREK, M., HRNČIAROVÁ, Ľ. *Štatistické riadenie kvality*. Bratislava: Vyd. IURA EDITION, 2004. 234 s. ISBN 80-89047-97-1.
[16] TEREK, M., HRNČIAROVÁ, Ľ. *Analýza spôsobilosti procesu*. Vydavateľstvo EKONÓM, Ekonomická univerzita v Bratislave, 2001. 205 s. ISBN 80-225-1443-8.

Table 1

$1 - \alpha = 0{,}025$

n \ p	0,75	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9999
2	-2,0056	-0,1428	0,2730	0,5227	0,7607	0,9062	1,1836	1,5011
3	-0,6619	0,1586	0,4785	0,7127	0,9580	1,1150	1,4234	1,7839
4	-0,3725	0,2978	0,6008	0,8350	1,0878	1,2524	1,5793	1,9652
5	-0,2285	0,3886	0,6868	0,9232	1,1824	1,3525	1,6927	2,0965
6	-0,1364	0,4553	0,7522	0,9912	1,2557	1,4301	1,7806	2,1981
7	-0,0701	0,5074	0,8044	1,0460	1,3148	1,4929	1,8517	2,2802
8	-0,0192	0,5497	0,8475	1,0914	1,3641	1,5452	1,9109	2,3486
9	0,0218	0,5851	0,8839	1,1299	1,4060	1,5897	1,9613	2,4069
10	0,0557	0,6154	0,9153	1,1632	1,4423	1,6283	2,0051	2,4574
11	0,0845	0,6417	0,9427	1,1924	1,4741	1,6622	2,0435	2,5018
12	0,1094	0,6648	0,9670	1,2184	1,5024	1,6923	2,0777	2,5414
13	0,1311	0,6854	0,9887	1,2416	1,5278	1,7194	2,1084	2,5769
14	0,1504	0,7039	1,0082	1,2625	1,5508	1,7438	2,1362	2,6090
15	0,1677	0,7207	1,0260	1,2816	1,5717	1,7661	2,1615	2,6383
16	0,1832	0,7359	1,0422	1,2990	1,5908	1,7865	2,1847	2,6651
17	0,1974	0,7499	1,0571	1,3151	1,6084	1,8053	2,2061	2,6899
18	0,2103	0,7628	1,0709	1,3299	1,6247	1,8227	2,2259	2,7128
19	0,2221	0,7747	1,0836	1,3437	1,6399	1,8388	2,2443	2,7341
20	0,2331	0,7858	1,0955	1,3565	1,6540	1,8539	2,2615	2,7540
25	0,2776	0,8315	1,1448	1,4098	1,7127	1,9166	2,3330	2,8368
30	0,3105	0,8660	1,1822	1,4504	1,7575	1,9645	2,3876	2,9002
35	0,3362	0,8933	1,2119	1,4827	1,7932	2,0027	2,4313	2,9508
40	0,3569	0,9156	1,2362	1,5092	1,8226	2,0342	2,4672	2,9926
45	0,3741	0,9343	1,2567	1,5316	1,8474	2,0607	2,4976	3,0278
50	0,3888	0,9503	1,2742	1,5507	1,8686	2,0835	2,5236	3,0581
60	0,4125	0,9764	1,3030	1,5822	1,9035	2,1209	2,5665	3,1079
70	0,4310	0,9969	1,3257	1,6070	1,9312	2,1506	2,6005	3,1474
80	0,4460	1,0137	1,3442	1,6274	1,9539	2,1749	2,6284	3,1799
90	0,4584	1,0278	1,3598	1,6445	1,9729	2,1953	2,6518	3,2072
100	0,4690	1,0398	1,3731	1,6591	1,9892	2,2128	2,6719	3,2305
110	0,4782	1,0501	1,3846	1,6718	2,0033	2,2280	2,6893	3,2508
120	0,4862	1,0593	1,3948	1,6830	2,0158	2,2414	2,7047	3,2687
130	0,4933	1,0674	1,4038	1,6929	2,0268	2,2533	2,7183	3,2846
140	0,4996	1,0746	1,4119	1,7018	2,0368	2,2639	2,7306	3,2989
150	0,5053	1,0812	1,4192	1,7098	2,0457	2,2736	2,7417	3,3119
160	0,5105	1,0871	1,4258	1,7171	2,0539	2,2823	2,7518	3,3236
170	0,5152	1,0925	1,4319	1,7238	2,0614	2,2904	2,7610	3,3344
180	0,5195	1,0975	1,4374	1,7300	2,0682	2,2978	2,7695	3,3443
190	0,5235	1,1021	1,4426	1,7356	2,0746	2,3046	2,7774	3,3534
200	0,5272	1,1064	1,4473	1,7409	2,0805	2,3109	2,7846	3,3619
250	0,5422	1,1239	1,4669	1,7625	2,1047	2,3369	2,8146	3,3968
300	0,5534	1,1369	1,4815	1,7787	2,1227	2,3564	2,8370	3,4230
350	0,5621	1,1472	1,4930	1,7914	2,1370	2,3717	2,8546	3,4435
400	0,5692	1,1555	1,5023	1,8017	2,1485	2,3841	2,8689	3,4603
450	0,5751	1,1624	1,5101	1,8103	2,1581	2,3945	2,8809	3,4742
500	0,5800	1,1682	1,5167	1,8176	2,1663	2,4033	2,8910	3,4861
600	0,5881	1,1777	1,5274	1,8294	2,1796	2,4176	2,9075	3,5054
700	0,5944	1,1852	1,5358	1,8387	2,1901	2,4289	2,9205	3,5205
800	0,5994	1,1912	1,5426	1,8463	2,1985	2,4380	2,9310	3,5327
900	0,6036	1,1962	1,5482	1,8525	2,2055	2,4455	2,9397	3,5430
1000	0,6072	1,2005	1,5530	1,8579	2,2115	2,4520	2,9471	3,5516
1500	0,6194	1,2150	1,5694	1,8761	2,2320	2,4740	2,9726	3,5814
2000	0,6267	1,2237	1,5793	1,8870	2,2443	2,4873	2,9879	3,5993
3000	0,6354	1,2342	1,5911	1,9001	2,2590	2,5032	3,0063	3,6208
4000	0,6406	1,2404	1,5982	1,9080	2,2679	2,5127	3,0173	3,6337
5000	0,6441	1,2447	1,6030	1,9134	2,2739	2,5193	3,0249	3,6425
10000	0,6530	1,2554	1,6152	1,9269	2,2891	2,5357	3,0438	3,6646
∞	0,6745	1,2816	1,6449	1,9600	2,3264	2,5759	3,0903	3,7191

Table 2

$1 - \alpha = 0{,}995$

n \ p	0,75	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9999
2	117,8869	206,0648	262,8606	312,8566	371,2433	411,0433	493,1262	593,4649
3	12,3811	19,8330	24,6090	28,8484	33,8456	37,2762	44,3957	53,1521
4	5,9967	9,3598	11,5119	13,4261	15,6879	17,2436	20,4783	24,4648
5	4,1717	6,4479	7,9017	9,1954	10,7252	11,7781	13,9690	16,6713
6	3,3388	5,1429	6,2929	7,3161	8,5262	9,3593	11,0932	13,2326
7	2,8637	4,4090	5,3922	6,2665	7,3005	8,0123	9,4939	11,3223
8	2,5556	3,9385	4,8167	5,5974	6,5204	7,1557	8,4781	10,1100
9	2,3384	3,6102	4,4165	5,1328	5,9795	6,5622	7,7750	9,2716
10	2,1763	3,3673	4,1211	4,7905	5,5815	6,1258	7,2585	8,6560
11	2,0502	3,1797	3,8936	4,5272	5,2756	5,7905	6,8620	8,1838
12	1,9489	3,0300	3,7124	4,3177	5,0326	5,5243	6,5474	7,8093
13	1,8654	2,9074	3,5643	4,1468	4,8344	5,3074	6,2911	7,5045
14	1,7952	2,8050	3,4408	4,0043	4,6694	5,1268	6,0780	7,2510
15	1,7353	2,7134	3,3360	3,8835	4,5296	4,9738	5,8976	7,0366
16	1,6834	2,6429	3,2458	3,7797	4,4095	4,8425	5,7427	6,8526
17	1,6379	2,5774	3,1672	3,6893	4,3050	4,7283	5,6081	6,6927
18	1,5977	2,5198	3,0981	3,6098	4,2132	4,6279	5,4899	6,5524
19	1,5618	2,4685	3,0367	3,5393	4,1318	4,5389	5,3851	6,4280
20	1,5296	2,4226	2,9817	3,4762	4,0590	4,4594	5,2916	6,3170
25	1,4066	2,2489	2,7745	3,2387	3,7853	4,1606	4,9402	5,9004
30	1,3231	2,1325	2,6362	3,0806	3,6034	3,9622	4,7072	5,6244
35	1,2620	2,0481	2,5362	2,9664	3,4723	3,8193	4,5396	5,4260
40	1,2149	1,9834	2,4598	2,8794	3,3724	3,7105	4,4121	5,2753
45	1,1772	1,9321	2,3992	2,8104	3,2934	3,6245	4,3114	5,1561
50	1,1462	1,8900	2,3497	2,7541	3,2289	3,5544	4,2293	5,0592
60	1,0978	1,8249	2,2732	2,6672	3,1295	3,4462	4,1028	4,9098
70	1,0614	1,7762	2,2162	2,6026	3,0557	3,3660	4,0091	4,7992
80	1,0328	1,7383	2,1718	2,5523	2,9983	3,3036	3,9362	4,7133
90	1,0096	1,7076	2,1360	2,5118	2,9520	3,2534	3,8776	4,6442
100	0,9903	1,6822	2,1064	2,4782	2,9138	3,2119	3,8292	4,5871
110	0,9739	1,6607	2,0814	2,4499	2,8816	3,1769	3,7884	4,5391
120	0,9598	1,6422	2,0599	2,4257	2,8539	3,1469	3,7534	4,4979
130	0,9475	1,6261	2,0411	2,4045	2,8299	3,1208	3,7230	4,4620
140	0,9366	1,6119	2,0247	2,3860	2,8087	3,0979	3,6963	4,4306
150	0,9268	1,5993	2,0100	2,3694	2,7899	3,0775	3,6725	4,4027
160	0,9181	1,5880	1,9969	2,3546	2,7731	3,0592	3,6513	4,3777
170	0,9102	1,5778	1,9851	2,3413	2,7580	3,0428	3,6321	4,3551
180	0,9030	1,5685	1,9743	2,3292	2,7442	3,0278	3,6147	4,3347
190	0,8965	1,5600	1,9645	2,3181	2,7316	3,0142	3,5989	4,3160
200	0,8904	1,5522	1,9554	2,3079	2,7200	3,0017	3,5843	4,2989
250	0,8661	1,5210	1,9193	2,2673	2,6739	2,9517	3,5261	4,2305
300	0,8484	1,4984	1,8932	2,2380	2,6406	2,9156	3,4842	4,1812
350	0,8348	1,4811	1,8733	2,2155	2,6152	2,8881	3,4522	4,1436
400	0,8239	1,4673	1,8574	2,1977	2,5950	2,8662	3,4268	4,1137
450	0,8150	1,4560	1,8444	2,1831	2,5784	2,8483	3,4060	4,0892
500	0,8074	1,4465	1,8334	2,1708	2,5645	2,8332	3,3885	4,0687
600	0,7954	1,4313	1,8160	2,1512	2,5423	2,8092	3,3607	4,0361
700	0,7861	1,4196	1,8026	2,1362	2,5253	2,7908	3,3393	4,0110
800	0,7786	1,4103	1,7918	2,1242	2,5117	2,7761	3,3223	3,9910
900	0,7725	1,4026	1,7830	2,1143	2,5006	2,7641	3,3082	3,9745
1000	0,7673	1,3961	1,7756	2,1060	2,4912	2,7539	3,2964	3,9607
1500	0,7499	1,3744	1,7507	2,0781	2,4597	2,7198	3,2570	3,9144
2000	0,7396	1,3616	1,7361	2,0618	2,4412	2,6999	3,2338	3,8872
3000	0,7275	1,3466	1,7189	2,0426	2,4195	2,6764	3,2067	3,8554
4000	0,7203	1,3377	1,7088	2,0313	2,4067	2,6626	3,1907	3,8367
5000	0,7154	1,3316	1,7019	2,0236	2,3981	2,6533	3,1798	3,8240
10000	0,7033	1,3168	1,6850	2,0047	2,3767	2,6302	3,1532	3,7927
∞	0,6745	1,2816	1,6449	1,9600	2,3264	2,5759	3,0903	3,7191

Harmonická analýza ako nástroj periodickej zložky modelovania časového radu

Mária Kanderová

Abstrakt: Príspevok sa zaoberá identifikáciou a kvantifikáciou periodickej zložky v časovom rade metódou harmonickej analýzy. V príspevku na konkrétnych dátach porovnávame dva prístupy na určenie významných frekvencií v časovom rade. Na testovanie hypotézy o prítomnosti periodicity je použitý Fisherov test a Siegelov test.

Kľúčové slová: Trigoniometrický polynóm, model skrytých períód, periodogram, frekvencia, Fourierova perióda, Fisherov test, Siegelov test

Úvod

Časový rad je postupnosť vecne a priestorovo porovnateľných hodnôt (pozorovaní) o určitej kvantitatívnej vlastnosti skúmaného sociálno-ekonomického javu, ktorá je chronologicky usporiadaná v čase. Časový rad predstavuje náhodný proces.

Náhodný proces je v čase usporiadaná postupnosť náhodných premenných **Y** = {Y(t), t∈**T**}, kde Y(t) je náhodná premenná a **T** je usporiadaná postupnosť čísel. V ďalšom sa budeme zaoberať náhodným procesom, kde **T** je konečná množina a obsahuje len celé čísla.

Skúsenosti ukazujú, že niektoré časové rady, hlavne časové rady ekonomických ukazovateľov obsahujú v sebe okrem trendu aj určité periodické kolísania, ktoré súvisia predovšetkým so sezónnym charakterom ekonomických činnosti, ale aj s cyklickým vývojom jednak ekonomických aktivít, ale aj aktivít mimo ekonomickej oblasti.

Teoretické východiská

Harmonická analýza považuje časový rad za zmes vzájomne sa prelínajúcich goniometrických kriviek s rozličnými amplitúdami a frekvenciami. Hlavným nástrojom je rozklad časového radu na súčet násobkov periodických funkcií sin a cos. Táto koncepcia umožňuje explicitný popis periodického chovania v časovom rade. V tejto koncepcii nie je hlavným faktorom čas, ale práve frekvencia. Matematickým základom tejto koncepcie je trigoniometrický polynóm v tvare:

$$y_t = T_t + \sum_{j=1}^{H} \alpha_j \sin \omega_j t + \sum_{j=1}^{H} \beta_j \cos \omega_j t + \varepsilon_t, t = 1,2,...,n\ ,\ H = \frac{n}{2}, resp. H = \frac{n+1}{2} \qquad [1]$$

Frekvencie ω_j periodickej funkcie času sa udávajú v radiánoch za časovú jednotku, ktorú predstavuje časový interval medzi dvoma susednými pozorovaniami v časovom rade. Vzťah pre výpočet frekvencie: $\omega_j = \frac{2\pi j}{n}$. Fourierova perióda (dĺžka periódy) $\tau_j = n/j$ – má rozmer času udáva dobu v časových jednotkách, počas ktorej prebehne jeden cyklus.

Odhadovanými parametrami sú parametre trendovej funkcie T_t, α_j, β_j.
Pretože sa vlastne jedná o regresný model, ktorý je lineárny z hľadiska parametrov, ich odhady získame metódou najmenších štvorcov.

$$\hat{\alpha}_j = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^{n} y_t \sin \omega_j t,\ j = 1,2,...,m \qquad [2]$$

$$\hat{\beta}_j = \frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t \cos \omega_j t,\ j = 1,2,...,m \qquad [3]$$

Rovnica odhadnutého modelu má tvar:

$$\hat{y}_t = \hat{T}_t + \sum_{j=1}^{p} \hat{\alpha}_j \sin \omega_j t + \sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j \cos \omega_j t\ ;\quad t = 1, 2, \ldots n \qquad [4]$$

kde *p* je počet významných frekvencií.

Model [4] sa nazýva model skrytých periód.

Metódy, pomocou ktorých je možné určiť významné frekvencie sú založené na vyšetrovaní hodnôt periodogramu.

Periodogram je funkciou frekvencií ω_j. V literatúre sa môžeme stretnúť s rôznymi vzťahmi pre výpočet hodnôt periodogramu. Pri analýze dát v tomto článku sú hodnoty periodgramu odhadnuté podľa vzťahu:

$$\hat{I}(\omega_j) = \frac{1}{2}(\hat{\alpha}_j^{\,2} + \hat{\beta}_j^{\,2}) \qquad [5]$$

Na zistenie významných frekvencií sú použité dva testy: Fisherov test a Siegelov test Pre obidva testy má nulová a alternatívna hypotéza nasledovný tvar:

H_0: $y_t = \varepsilon_t;\ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

H_1: $y_t = \hat{T}_t + \sum_{j=1}^{p} \hat{\alpha}_j \sin \omega_j t + \sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j \cos \omega_j t\ ;$

Hodnoty periodogramu sa usporiadajú podľa veľkosti a normujú do tvaru:

$$Y_j = \frac{\max_{1 \le j \le H} I(\omega_j)}{\sum_{i=1}^{H} I(\omega_i)} \qquad [6]$$

Testovacia štatistika:

a) Fisherov test: $W = \max_{j=1,2,..,H} Y_j$;

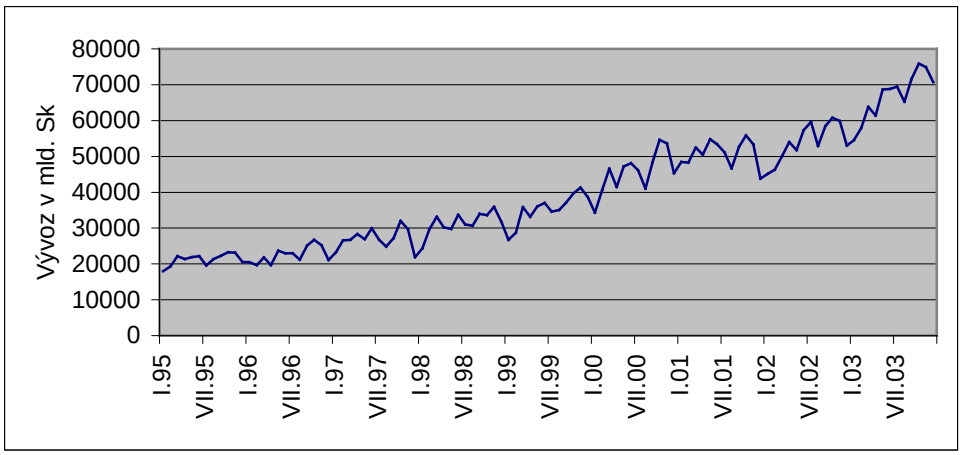
Nulová hypotéza sa zamieta, ak $W > g_F(\alpha)$, kde $g_F(\alpha)$ sú kritické hodnoty Fisherovho testu, ktoré sú tabelované pre rôzne H.

b) Siegelov test: $T_\lambda = \sum_{j=1}^{H} (Y_j - \lambda g_F(\alpha))^+$, kde $\lambda \in (0,1)$. Za λ sa doporučuje voliť 0,6.

Nulová hypotéza sa zamieta, ak $T_\lambda > t_{\lambda;}$ kde t_λ sú kritické hodnoty, ktoré sú tabelované pre rôzne λ a H.

Výsledky a diskusia

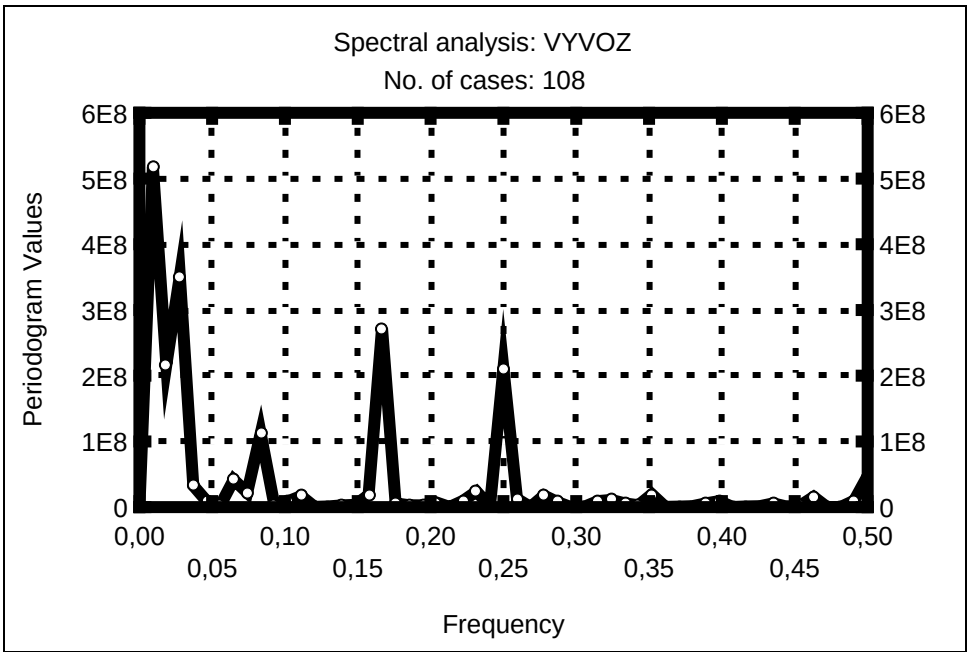
Uvedené prístupy pre identifikáciu periodicity sme aplikovali na analýzu periodickej zložky v časovom rade vývozu SR. Analyzovaný časový rad obsahuje mesačné údaje vývozu SR v bežných cenách od roku 1995 do roku 2003.



Graf 1: Vývoj vývozu SR za roky 1995-2003 – mesačné údaje v bežných cenách

Z analýzy grafu je zrejmé, že analyzovaný ukazovateľ vykazuje rastúci trend. Pred samotnou analýzou periodickej zložky musíme najskôr odhadnúť trend a pôvodný časový rad potom očistiť od trendu.

Z periodogramu na grafe 2 je zrejmé, že analyzovaný časový rad obsahuje významné frekvencie. Počet významných frekvencií sme vypočítali pomocou vyššie uvedených testov.



Graf 2: Periodogram

Fisherov test identifikoval len 4 významné periódy – 9 rokov (ω_1), 3 roky (ω_2), 6 mesiacov (ω_3), 4 roky a 6 mesiacov (ω_4).

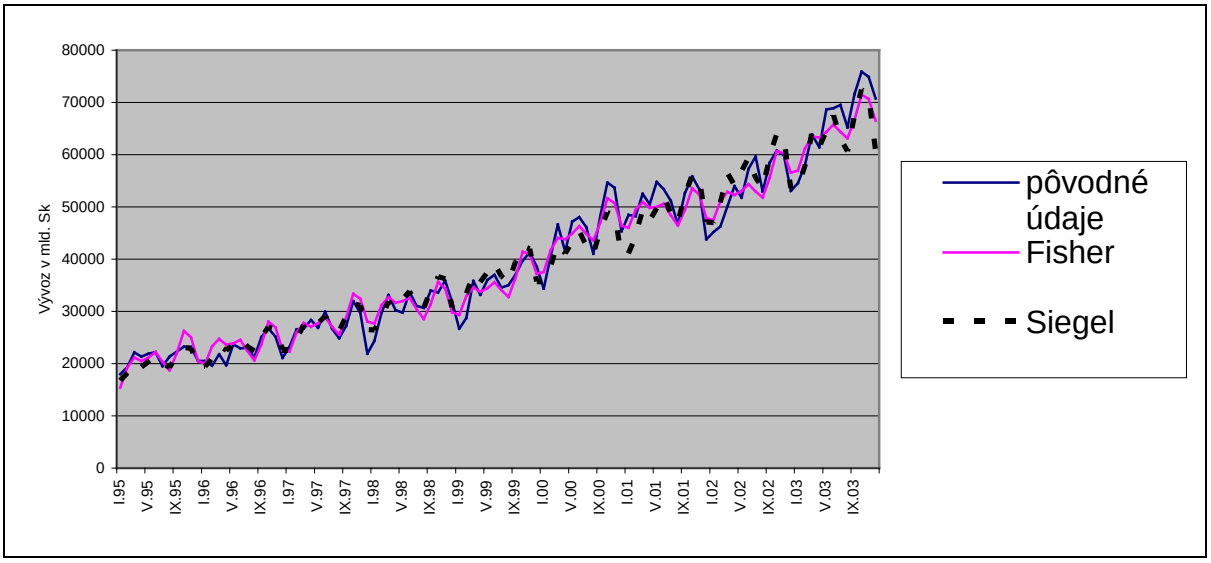
Siegelov test identifikoval 6 významných periód a to postupne 9 rokov (ω_1), 3 roky (ω_2), 6 mesiacov (ω_3), 4 roky a 6 mesiacov (ω_4), 4 mesiace (ω_5) a 1 rok (ω_6).

V tabuľke 1 sú pre príslušné frekvencie odhadnuté parametre $\hat{\alpha}_j$ a $\hat{\beta}_j$.

Presnosť modelov sme overovali pomocou MAPE. Pre model so 6 významnými frekvenciami bola hodnota MAPE 9,8 % a pre model so štyrmi významnými frekvenciami bola MAPE 10,3 %.

j	$\hat{\alpha}_j$	$\hat{\beta}_j$	ω_j
1	0	0,7	6,28
2	38,68	326,48	2,09
3	198,25	96,0	0,35
4	0	-934,82	3,14
5	-737,43	251,21	0,23
6	360,52	427,07	0,7

Tabuľka 1: Odhadnuté parametre



Graf 3: Graf pôvodných a vyrovnaných údajov

Záver

Cieľom príspevku bolo analyzovať periodickú zložku v časovom rade pomocou harmonickej analýzy s využitím dvoch testovacích štatistík. Praktické skúsenosti ukázali, že Fisherov test nemá pri alternatívnej hypotéze so zloženou periodicitou (p>1) príliš veľkú silu. Naopak, Fisherov test pri alternatívnej hypotéze s jednoduchou periodicitou (p=1) sa ukazuje ako optimálny [2]. Z toho dôvodu je potrebné pre identifikáciu frekvencií v časovom rade použiť test, ktorý tento nedostatok odstraňuje. Na základe vizuálneho posúdenia periodogramu časového radu vývozu bolo zrejmé, že v uvedenom modeli sa jedná o zloženú periodicitu. Okrem Fisherovho testu bol použitý Siegelov test, ktorý identifikoval až 6 významných frekvencií . Porovnaním mier MAPE sa skutočne ukázalo, že model so 6 významnými je o niečo presnejší ako model so 4 významnými frekvenciami, ktoré identifikoval Fisherov test.

Zoznam literatúry:

1. ARLT, J.- ARLTOVÁ, M. 1997. Příklady z analýzy ekonomických časových řad. Praha: VŠE 1997. ISBN: 80-7079-056-3.
2. CIPRA, T. 1986. Analýza časových řad s aplikacemi v ekonómii. Praha: SNTL/Alfa 1986.
3. CHAJDIAK, J.- KOMORNÍK, J. – KOMORNÍKOVÁ, M. 1999. Štatistické metódy. Bratislava: STATIS 1999. ISBN: 80-85659-13-1
4. KAŠČÁKOVÁ, A.- NEDELOVÁ, G. 2003. Vplyv sezónnosti na výdavky slovenských domácností. In. Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej práci ´2003. Bratislava: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2003, s. 60-62. ISBN 80-88946-32-8.
5. KOZÁK, J. - HINDLS, R. - ARLT, J. 1994. Úvod do analýzy ekonomických časových řad. Praha: VŠE, 1994. ISBN: 80-7079-760-6.
6. LUHA, J.: Výberové štatistické zisťovania. SŠDS, EKOMSTAT´99, Trenčianske Teplice 1999.
7. RUBLÍKOVÁ, E. – ARLT, J. – ARLTOVÁ, M. – LIBIČOVÁ, L. 2001. Analýza časových radov. Zbierka príkladov. Bratislava: Ekonóm, 2001. ISBN: 80-225-1367-9.
8. SEGER, J. - HINDLS, R. 1995. Statistické metody v tržním hospodářství. Praha: Victoria Publishing, 1995. ISBN: 80-7187-058-7.
9. ÚRADNÍČEK, V.: Aplikácia štatistických metód vo finančnej analýze malého a stredného podniku. FF UMB, Banská Bystrica 2002. 72 s. ISBN 80-8055-742-X.

Ing. Mária Kanderová, PhD.
UMB Banská Bystrica
Ekonomická fakulta
Tajovského 10
975 90 Banská Bystrica
e-mail:maria.kanderova@umb.sk

Citlivosť regresnej priamky na odľahlý bod pre malé súbory

Samuel Korónyi

Abstrakt: Pri analýze empirických údajov sa často používa regresný model pre malé súbory. Príspevok sa zaoberá základnými možnými polohami odľahlého bodu a jeho vplyvom na regresnú priamku pri malom rozsahu súboru (n = 9).

Kľúčové slová: Regresný model, lineárna regresia.

Úvod

Najčastejšie používaný štatistický model je lineárny regresný model s konkrétnymi odhadmi parametrov pomocou metódy najmenších štvorcov (Hintze 2001). Jeho nevýhodná vlastnosť je v citlivosti na odľahlé hodnoty. Cieľ nášho príspevku je v grafickom ilustrovaní tohto faktu v prípade lineárnej regresie s jednou nezávislou premennou.

Vybrané poznámky pre lineárny regresný model s jednou nezávislou premennou

Pre našu potrebu stačí len niekoľko základných vecí. Odhady regresných koeficientov *a, b* neznámych regresných parametrov základného súboru α, β regresnej rovnice $y = \alpha + \beta.x$ získame metódou najmenších štvorcov tak, že minimalizujeme súčet kvadratických odchýlok od hľadanej regresnej priamky:

$$\sum (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min . \qquad (1)$$

Rozptyl $s^2_{y.x}$ je mierou chyby, ktorej sa dopustíme pri odhade závislej premennej *y* pomocou premennej *x*:

$$s^2_{y.x} = \sum \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} \qquad (2)$$

Konfidenčný dvojstranný interval pre strednú hodnotu regresnej priamky $E(y_0)$ v hodnote x_0 je:

$$\hat{E}(y_0) \pm t_{n-2} s_{y.x} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} , \qquad (3)$$

kde t_{n-2} je kritická dvojstranná hodnota *t* – rozdelenia.

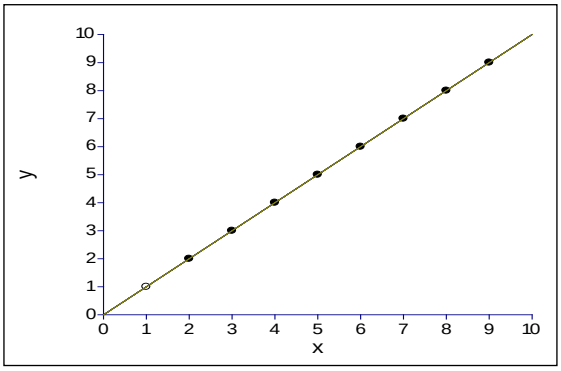
Predikčný dvojstranný interval pre budúcu hodnotu *y* v hodnote x_0 je:

$$\hat{y}_0 \pm t_{n-2} s_{y.x} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \,. \qquad (4)$$

Pre väčší rozsah výberu približne platí, že rovnobežky k regresnej priamke vo vzdialenosti $2.s_{y.x}$ vymedzujú pás, v ktorom je 95 % všetkých hodnôt (aj budúcich).

Vplyv odľahlého bodu pre *n* = 9

Priložené grafy ilustrujú vplyv základných pozícií odľahlého bodu. Zvolený počet hodnôt 9 je nepárny pre možnosť presnej strednej hodnoty 5 v premennej *x*. Okrem regresnej priamky obsahujú grafy aj konfidenčné a predikčné intervaly. Ak bod podstatne mení regresnú priamku, potom ho nazývame vplyvným bodom.



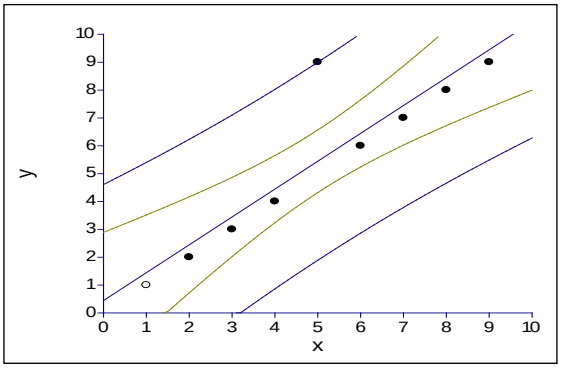
Graf 1

Základná situácia:

všetky body presne na priamke $y = x$.

Regresný odhad je bez chyby; konfidenčné a predikčné intervaly splývajú s regresnou priamkou.

Ideálna situácia = nesplnený sen štatistika.



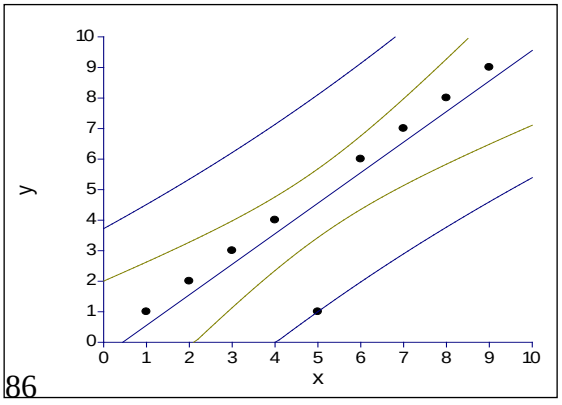
Graf 2

Situácia:

Odľahlý bod má strednú hodnotou x ($x = 5$) a vysokú hodnotou y ($y = 9$).

Vplyv:

Mierny rovnobežný posun regresnej priamky a intervalov smerom nahor za odľahlým bodom.



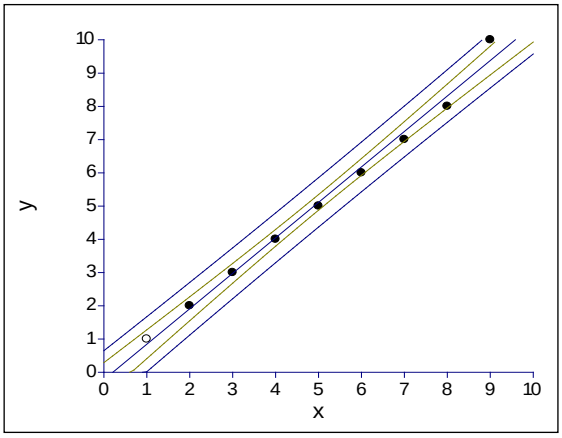
Graf 3

Situácia:

Odľahlý bod má strednú hodnotou x ($x = 5$) a nízku hodnotou y ($y = 1$).

Vplyv:

Mierny rovnobežný posun regresnej priamky a intervalov smerom nadol za odľahlým bodom.



Graf 4

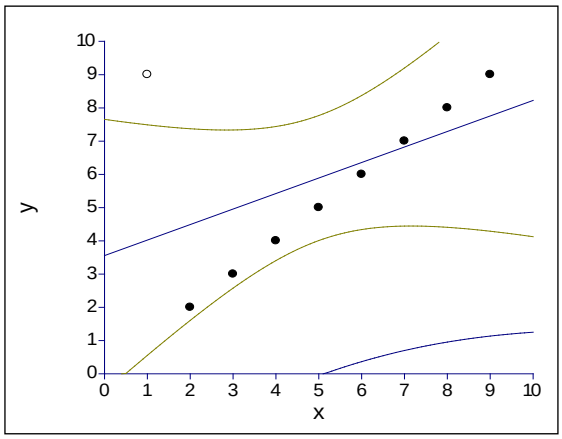
Situácia:

Odľahlý bod má veľkú hodnotou x (x = 9)

a zvýšenú hodnotou y (y = 10).

Vplyv:

Mierne otočenie regresnej priamky (zväčšenie koeficientu b) a intervalov smerom nahor za odľahlým bodom.



Graf 5

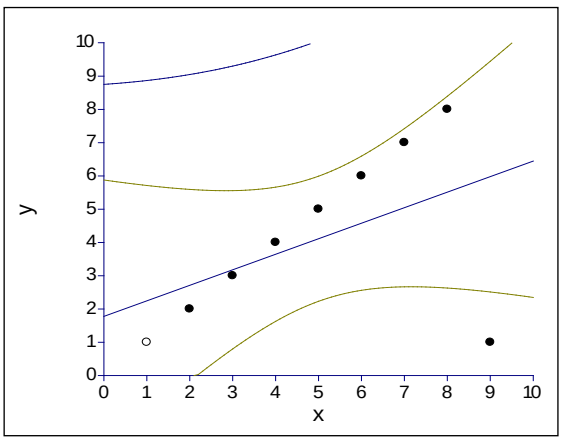
Situácia:

Odľahlý bod má malú hodnotou x (x = 1)

a veľkú hodnotou y (y = 9).

Vplyv:

Podstatné otočenie regresnej priamky (zmenšenie koeficientu b a rozšírenie intervalov vplyvom odľahlého bodu.



Graf 6

Situácia:

Odľahlý bod má veľkú hodnotou x (x = 9)

a malú hodnotou y (y = 9).

Vplyv: Podstatné otočenie regresnej priamky (zmenšenie koeficientu b a rozšírenie intervalov vplyvom odľahlého bodu.

Záver

Z grafov je zrejmé, že najnebezpečnejší prípad nastáva v situácii, keď jedna z premenných je extrémne veľká a druhá extrémne malá. Extrémne body je teda vhodné odstrániť z dátového súboru. Môžu spôsobiť vychýlenosť štatistických parametrov, nekonštantný rozptyl, nenormalitu alebo iné problémy v regresnom modeli. Z exploračných metód sa na to používa napr. boxplot. Jeho nevýhodou je schopnosť detekcie odľahlosti iba

v jednom rozmere. Pre objektívnejšie posúdenie je vhodné použiť viacrozmerné testy napr. T^2 test (Hintze 2001).

Použitá literatúra

Hintze, J.L. 2001. NCSS User's Guide I, II, III. Kaysville : NCSS, 2001

Chajdiak, J. et al.1999. Štatistické metódy. Bratislava : STATIS, 1999. ISBN 80-85659-13-1

Jobson, J.D. 1991. Applied Multivariate Data Analysis. Vol. I: Regression and Experimental Design. New York : Springer - Verlag, 1991. ISBN 3540976604

Maddala, G. S. 1992. Introduction to Econometrics. London: Prentice-Hall, 1992. ISBN 0-13-880352-8

Studenmund, A. H. 1997. Using Econometrics: A Practical Guide. Reading : Addison - Wesley, 1997. ISBN 0-673-52486-8

Kontakt na autora:
RNDr. Samuel Koróny
Ústav vedy a výskumu UMB
Cesta na amfiteáter 1
974 01 Banská Bystrica

Probabilistic Method of Deriving Inflation Expectations from Business Tendency Survey in Slovakia

Pavol Kráľ[1], Peter Laco,[2] Žaneta Šulajová[3]

Abstract: To analyze the behavior of expected inflation rate some measurement of expectations is needed. In countries without an efficient financial market, survey based data are the only choice to obtain inflation expectations time series. The goal of presented paper is to use qualitative data to quantify the expected inflation rate. The probability method based on uniform and normal distribution assumption is used to calculate expected PPI (Producer Price Index). Because of lack of data we modified original methods to meet available data.

Key words: Inflation expectations, Business Tendency Survey

Introduction

Since last three decades, inflation expectations are an important topic in the economic literature. Particularly, the influence of the expected inflation rate on the consumers´ consumption and savings, companies´ investment behavior and union's position in wage bargaining are described by economic theory. Regardless of type of economic agents forming their anticipated inflation rate, the measurement of inflation expectations is needed for their investigation. Moreover, if we want to study the impact of economic policy on inflation expectations, we should know the quantitative value of inflation expectations. In Slovakia, the only information source about corporate inflation expectations (indirectly) is business tendency survey made by Statistical Office of Slovak republic. More detailed description is available in Laco, Šulajová (2004). Companies are asked whether they expect the rapid increase, increase at the same rate, increase at the slower rate, stay about the same or fall of the prices of their own products in the next three months. Unfortunately, only balance statistics that is calculated as a difference between the positive (share of companies expecting rise) and negative (share of companies expecting fall) answers in percentage is regularly published. These data don't tell anything about the value of inflation rate (measured by price index) what companies do expect.

[1] Mgr. Pavol Kráľ , The Faculty of Economics, Matej Bel University, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, Slovakia
[2] Ing. Peter Laco, PhD., The Faculty of Economics, Matej Bel University, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, Slovakia
[3] Ing. Žaneta Šulajová, The Faculty of Economics, Matej Bel University, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, Slovakia

That´s why our aim is to use these qualitative data to quantify inflation expectations in Slovak industrial companies.

Quantification of inflation expectations in industrial companies based on results of qualitative survey

Our goal is to use qualitative data from business tendency surveys to quantify the expected inflation rate. For this purpose, probability techniques are used, namely we assume that the expected rate of inflation is firstly uniformly then normally distributed in the population.

We use the following denotation:

a – percentage of respondents expecting prices to rise faster

b – percentage of respondents expecting prices to rise at the same rate

c – percentage of respondents expecting prices to rise more slowly

d – percentage of respondents expecting prices to stay at their present level

e – percentage of respondents expecting prices to go down

π_0 – current rate of inflation

In the case of uniform distribution:

m – expected rate of inflation or mean of the expected inflation rate

q – half of the range between the minimum and maximum expected inflation

In the case of normal distribution:

m – mean of the expected inflation rate

σ – standard deviation

F – cumulative distribution function of expected rate of inflation

Nz – cumulative standardised normal distribution function

Uniform distribution

As a first step, we assume that the expected rate of inflation is uniformly distributed and falls within an interval $(m-q, m+q)$. Following the Łyziak's approach we design the uniform distribution method for surveys containing five decisive responses to the question regarding inflation expectations. Unfortunately in general we can not obtain these percentages from statistical office. Only their aggregated balance statistics $S=a+b+c-e$ are available. Therefore we

try to express the expected rate of inflation using S. Let $\pi_0 > 0$. It is easy to see that from Łyziak's formula

$$m = \frac{\pi_0 \cdot (1 - d - 2e)}{2c + b + d}$$

it follows:

$$m = \frac{\pi_0 . S}{S + 1 - 2a - b},\ q = \frac{\pi_0}{S + 1 - 2a - b}\ .$$

Let $S > 0$ and a, b, c, d, e be unknown. It is obvious that $a + b + c > 0$. The most "optimistic" possible case is then $a = b = 0, c > 0$ which means:

Everybody presumes the rise of prices and expects the prices will rise more slowly. Using this assumption it follows

$$m = \frac{\pi_0 . S}{S + 1},\ q = \frac{\pi_0}{S + 1},$$

i.e. we obtain the "lower bound" of expected rate of inflation.

Let $S < 0$ and a, b, c, d, e be unknown. The most pessimistic case is then b=c=0, a<e, and we obtain again

$$m = \frac{\pi_0 . S}{S + 1},\ q = \frac{\pi_0}{S + 1},$$

i.e. the "upper bound" of mean of expected rate of inflation.

If $\pi_0 < 0$, it is difficult to interpret the answers of the respondents. In case of deflation, considering the rate of the growth of prices (faster, slower or unchangeable) according to actual negative inflation rate make no logical sense. Therefore, the questionnaire should change in case of deflation to make respondents´ answers interpretation reasonable.

Theoretically, we consider analogical division of answer "e" into three subcategories as follows:

e – percentage of respondents expecting prices to go down faster

f – percentage of respondents expecting prices to go down at the same rate

g – percentage of respondents expecting prices to go down more slowly.

Using the afore division (for more details see Kráľ, Laco, Šulajová, 2005) we obtain $m = \frac{\pi_0 . S}{S-1}$ $q = \frac{\pi_0}{S-1}$, the "lower bound" (for $S > 0$) and "upper bound" (for $S < 0$) of mean of expected rate of inflation.

Normal distribution

Analogously to the previous case we try to modify the original Łyziak's formulas to get expressions allowing us to do inflation rate prediction using S. It is easy to see that the original Łyziak's formulas

$$m = \frac{\pi_0 (C + D)}{(C + D) - (A + B)},\ \sigma = \frac{-2\pi_0}{(C + D) - (A + B)},$$ where

$A = Nz^{-1}(1 - a),\ B = Nz^{-1}(1 - a - b),\ C = Nz^{-1}(1 - a - b - c),\ D = Nz^{-1}(e),$ lead in some boundary cases to hardly interpretable results or have no practical sense (for example for $\pi_0 > 0,\ S > 0, a = b = 0, c > 0,\ d = 0$ we obtain $m \to 0, \sigma \to 0$). Therefore we add the following presumption to our consideration to eliminate this drawback. It is well known that the most of values falls within an interval $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle$ (99,73%), so we presume that only these values have serious effect to formation of inflation expectation. Such assumption allows us (similarly to the case of uniform distribution) to find "lower" and "upper" bound of the expected inflation rate (mean of the expected inflation rate).

Let $\pi_0 > 0, S > 0, a = 0,\ b = 0\ d = 0\ \ c > 0$ (the most "optimistic" case). The original Łyziak's formula can be rewritten as follows:

$$m = \frac{\pi_0 \left(2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2} \right) \right)}{2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2} \right) - \left(Nz^{-1}(1) + Nz^{-1}(1) \right)},$$

$$\sigma = \frac{-2\pi_0}{2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2} \right) - \left(Nz^{-1}(1) + Nz^{-1}(1) \right)}$$

It is obvious that the previous formula can be simply upperbounded (using the previous assumption) in the following way

$$m = \frac{\pi_0\left(2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2}\right)\right)}{2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2}\right)-6} \text{ and } \sigma = \frac{-2\pi_0}{2Nz^{-1}\left(\frac{1-S}{2}\right)-6}.$$

Let $\pi_0 > 0$, $S > 0$, $a = S, c = b = 0$, d be maximal, $e \to 0$ (the most "pessimistic" case).

It is easy to see that the original Łyziak's formulas have the following expression

$$m = \frac{\pi_0\left(Nz^{-1}(1-S) + Nz^{-1}(0)\right)}{Nz^{-1}(0) - Nz^{-1}(1-S)},\ \sigma = \frac{-2\pi_0}{Nz^{-1}(0) - Nz^{-1}(1-S)}.$$

For $S \in (0;0{,}99865)$, (we mean it is enough for practical usage), we obtain

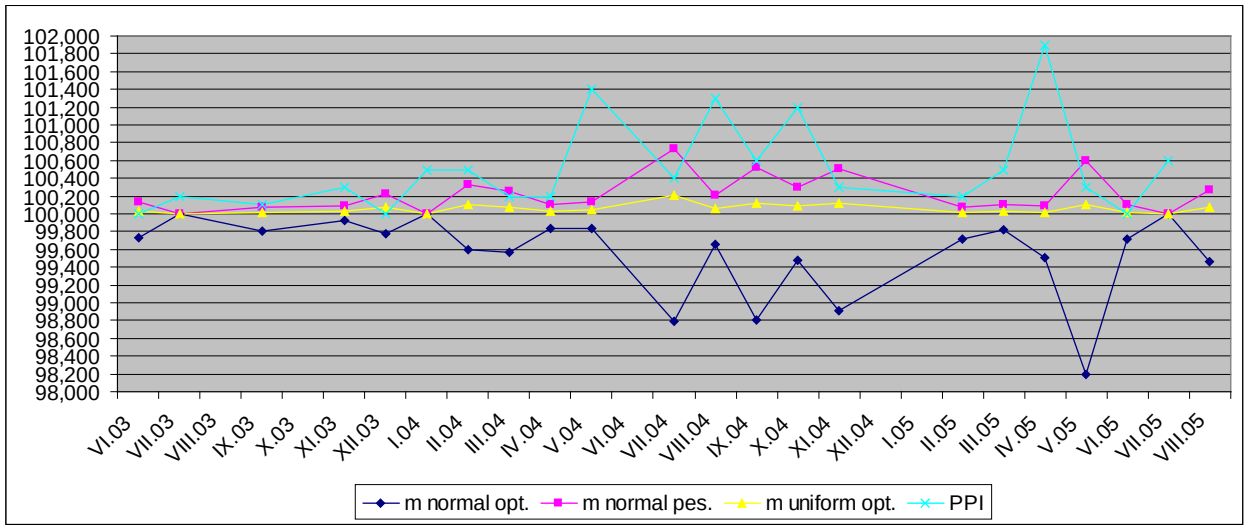
$$m = \frac{\pi_0\left(Nz^{-1}(1-S)-3\right)}{-3 - Nz^{-1}(1-S)},\ \sigma = \frac{-2\pi_0}{-3 - Nz^{-1}(1-S)},$$ the upper bound.

Let $\pi_0 > 0$, $S < 0$, $e = -S, a = b = 0$, d be maximal, $c \to 0$ (the most "optimistic" case).

For $S > -0{,}99865$ we obtain

$$m = \frac{\pi_0\left(3 + Nz^{-1}(-S)\right)}{Nz^{-1}(-S) - 3},\ \sigma = \frac{-2\pi_0}{Nz^{-1}(-S) - 3},$$ the lower bound .

Following chart presents our results gained from modified probabilistic method based on normal and uniform distribution assumptions and also real PPI:



Source: results of our own calculations

Previous modifications were made because only aggregate balanced statistics are available in Slovakia. After multiple requests for necessary data (a,b,c,d,e) we were pleased to obtain them for the last three months. We present Łyziak's and our's results in following table:

Month	A	b	c	d	e	Uniform distribution		Normal distribution			real PPI
						Łyziak	our results	Łyziak	our results lower bound	our results upper bound	
VI.05	0,8%	11,6%	8,6%	65,0%	14,0%	0,0224%	0,0196%	0,054%	-0,2829%	0,1021%	0,0%
VII.05	0,6%	16,3%	2,1%	69,0%	12,0%	0,0000%	0,0000%	0,000%	0%	0%	0,6%
VIII.05	1,4%	8,7%	12,9%	67,0%	10,0%	0,0768%	0,0690%	0,221%	-0,5379%	0,2724%	

Source: Statistical Office of Slovak republic and results of our own calculations

Conclusion

The method we defined for deriving quantitative value of expected producer price index seems to allow us to indicate the estimation of expected inflation rate in Slovak companies at least in periods without dramatical changes. In some marginal cases, the efficiency of probabilistic method is doubtful, e.g. if inflation rate moves from negative to positive values, the results don't copy one's intuition concerning evolution of price index (smaller original negative value of price index leads to higher expected price index). For this reason, we would like to try to apply the fuzzy set theory in our further research.

References

1. Berk, J. M.: Consumers' inflation expectations and monetary policy in Europe, University of Amsterdam, Research Memorandum No.20, 2000.
2. Kráľ, P., Laco, P., Šulajová, Ž.: Deriving Inflation Expectations from Business Tendency Survey in Slovakia. In: Applications of Mathematics and Statistics in Economy, Wroclaw, 2005 (forthcoming).
3. Laco, P., Šulajová, Ž.: Inflation Expectations in Slovak Companies. In: Applications of Mathematics and Statistics in Economy. Professional Publishing, Praha, 2004.
4. Łyziak, T.: Consumer Inflation Expectations in Poland, ECB Working Paper No. 287, 2003.
5. Nielsen, H.: Inflation Expectations in the EU - Results from Survey Data, Berlin, Germany, 2003.
6. Seitz, H.: The estimation of inflation forecast from business survey data, In: Applied Economics, No.20, p. 427-438, 1988.

Modelové riešenie vplyvu finančného rozhodovania (prostredníctvom nákladov zastúpenia) na kapitálovú štruktúru podnikov v SR

Peter Krištofík[1]

Abstrakt: V súčasnej literatúre sa ako jeden z dôležitých fenoménov finančného rozhodovania stávajú náklady zastúpenia. Príspevok sa zaoberá potenciálnou existenciou týchto nákladov a ich vplyvom na rozhodovanie o kapitálovej štruktúre. Na základe teoretických východísk a interpretácie ťažiskových teoretických prác boli špecifikované kľúčové determinanty (transfer bohatstva, substitúcia aktív, podinvestovanie a preinvestovanie) a potenciálne faktory, ktoré ich v pozitívnom resp. negatívnom smere ovplyvňujú. Výsledkom je štrukturálny model naplnený údajmi z dotazníkov vyplnených finančnými manažérmi väčších slovenských podnikov a výsledky porovnané s hypotetickými vzťahmi uvádzanými v literatúre.

1. Úvod

Náklady zastúpenia (angl. agency costs) sú náklady spôsobené konfliktom záujmov medzi záujmovými skupinami pri finančnom rozhodovaní (t.j. pri rozhodovaní o spôsobe financovania podniku). Výskum v tejto oblasti otvorili Jensen a Meckling [4], ktorí definujú vzťahy medzi záujmovými skupinami (pri ktorých uvedené náklady vznikajú) ako kontrakt, pri ktorom jedna alebo viac osôb (zadávateľ – principal) poverí inú osobu (vykonávateľ – agent) vykonaním určitej úlohy resp. služby, ktorá zahŕňa delegovanie rozhodovacej právomoci na vykonávateľa. V prípade, že sa obe strany snažia maximalizovať svoju užitočnosť, vzniká dôvod, že vykonávateľ nebude vždy konať v najlepšom záujme zadávateľa. Možnosť tohto konania zo strany vykonávateľa sa zadávateľ snaží obmedzovať, čo bez ohľadu na spôsob obmedzovania prináša zo sebou náklady v rôznych – peňažných i nepeňažných – podobách.

2. Teoretické východiská problematiky

Najdôležitejšie závery teórie Jensena a Mecklinga spočívajú v tom, že na báze kontraktačných nákladov vytvorili kvalitatívne novú teóriu kapitálovej štruktúry, v ktorej sa nesústreďujú iba na určenie vzájomného pomeru vlastných a cudzích zdrojov, ale zahŕňajú aj problém vlastníctva podniku alebo časti podniku manažérmi. Z tejto pozície aj pri analýze optimálnej kapitálovej štruktúry vychádzajú.

Jensen a Meckling identifikovali dva druhy konfliktov, pri ktorých sa tvoria kontraktačné náklady:

Konflikty medzi akcionármi a manažérmi a z toho vyplývajúce *kontraktačné náklady vlastného kapitálu* (agency costs of outside equity) vznikajú z toho dôvodu, že manažéri získavajú menej ako 100% vlastných reziduálnych nárokov. Z toho vyplýva, že nepoberajú celý výnos z úsilia zameraného na zvýšenie zisku, ale na druhej strane znášajú všetky potenciálne náklady spojené s týmto úsilím. To vedie k neefektívnemu vynakladaniu podnikových prostriedkov manažérmi na rôzne spotrebné statky osobného charakteru (hlavne v nepeňažnej podobe, napríklad vybavenie kancelárií, drahšie autá a pod.) namiesto uskutočňovania rozhodnutí s cieľom maximalizácie hodnoty podniku. Riešenie a redukcia neefektívnosti môže spočívať vo zvyšovaní podielu manažérov na vlastníctve podniku

[1] Ing. Peter Krištofík, Ph.D. Katedra financií a účtovníctva, EF UMB, Banská Bystrica

(spoločnosti). Za predpokladu konštantnej výšky absolútneho kapitálového podielu manažérov na podniku, zvyšovaním zadlženia sa zvyšuje aj relatívny podiel manažérov na podniku a obmedzuje sa konflikt medzi manažérmi a vlastníkmi. Okrem toho, ako zdôrazňuje neskôr Jensen [3], ak prijatie dlhu predpokladá výdavky a znižuje tým objem disponibilnej hotovosti na uvedenú neefektívnu spotrebu, zvyšuje sa finančná disciplína manažérov. Takto charakterizované obmedzenie konfliktov manažérov a vlastníkov predstavuje jeden z pozitívnych vplyvov dlhového financovania.

Konflikty medzi veriteľmi a vlastníkmi/akcionármi zapríčiňujú vznik *kontraktačných nákladov dlhu*. Konflikty sa prejavujú vtedy, ak kontrakty o poskytnutí dlhu (napríklad úverové zmluvy alebo podmienky emisie dlhopisov) dávajú akcionárom možnosť investovať pod optimálnou úrovňou. Konkrétne to znamená, že ak investícia financovaná cudzím kapitálom prináša vyššie výnosy, akcionári získavajú väčšinu výnosov a naopak, ak z akýchkoľvek dôvodov nie je investície úspešná, následky znášajú veritelia. Táto skutočnosť môže so sebou priniesť efekt, všeobecne nazývaný ako „substitúcia aktív", ktorý znamená, že relatívne lacný cudzí kapitál je investovaný do rizikovejších projektov, ako bolo pôvodne deklarované.

V centre pozornosti teoreticko-metodologických modelových riešení zameraných na existenciu kontraktačných nákladov vyplývajúcich zo vzťahu medzi vlastníkmi a veriteľmi je predovšetkým problém, spočívajúci v prirodzenej snahe akcionárov prostredníctvom finančných rozhodnutí a za pomoci manažérov transferovať bohatstvo od veriteľov k akcionárom. Keďže veritelia tento presun očakávajú, bránia sa tým, že požadujú vyšší úrok. Práve zvýšený úrok predstavuje kontraktačné náklady dlhu. Uvedený typ konfliktu má tri konkrétne prejavy:

1. Priamy presun bohatstva (direct wealth transfer) znamená napríklad zvyšovanie dividend zo zdrojov prijatých vo forme dlhu tak že sa obmedzí investičná aktivita alebo emisiu dlhu s vyššou prioritou, ktorý sa predtým (v čase emisie daného dlhu) neočakával [8].
2. Substitúcia aktív (asset substitution) sa prejavuje ex post prijímaním projektov s vyšším rizikom napriek tomu, že pri emisii dlhu toto riziko nebolo zohľadnené v rizikovej prémii, t.j. veritelia očakávali investície s nižším rizikom. V takomto prípade zostáva riziko na veriteľoch, avšak v prípade úspechu rizikového projektu poberajú dodatočný výnos akcionári (príp. manažéri) [4].
3. Podinvestovanie (underinvestment) spočíva v tom, že podnik nemôže využiť kvalitné investičné príležitosti budúceho rastu preto, lebo z dôvodu zadlženia nebudú akcionári ochotní poskytnúť dodatočné zdroje na ich financovanie, pretože väčšia časť výnosov z týchto investícii bude patriť veriteľom. Problém podinvestovania detailne rozpracoval Myers [7].

Podľa uvedených teórii je jednou z možností, ako konflikty medzi akcionármi a veriteľmi zmierniť, zabudovanie obmedzení a úprav do úverových zmlúv prípadne do podmienok emisie dlhopisov. Obmedzenia a úpravy môžu mať rôznu formu – obmedzenie výplat dividend a dispozičných práv s aktívami podniku, kolateralizáciou majetkových súčastí v úverových zmluvách, emisiou varantov alebo konvertibilných obligácií, skrátením splatnosti dlhu a pod.

3. Špecifikácia modelu

Východiskom pre zostavenie modelu bol prístup Titmana a Wesselsa [9], ktorí použili pre modelovanie kapitálovej štruktúry a jej determinantov najmä faktorovú analýzu a modelovanie prostredníctvom štrukturálnych rovníc. Na rozdiel od ich prístupu, pri ktorom boli použité údaje z ročných účtovných závierok sledovaných podnikov a údaje z kapitálového trhu, budú v tomto modeli použité zdroje údajov získané z dotazníkov.

Dôvodom je najmä to, že v podmienkach slovenských podnikov je údajová základňa relatívne slabá a na skúmanie determinantov ako sú kontraktačné náklady resp. informačná asymetria úplne nedostačujúca. Takisto charakter údajov, ktoré sa analyzujú, nedovoľuje použiť iba údaje z výkazov finančného účtovníctva podnikov či z kapitálového trhu [5].
Pri odhade parametrov modelu bude ambíciou použiť čiastočne modifikovaný *dvojstupňový prístup*, pri ktorom sa v prvom kroku z hypotetických závislostí resp. premenných vyberú tie, ktoré na základe koeficienta viacnásobnej korelácie spĺňajú podmienky zaradenia. V druhom kroku sa odhadujú parametre modelov, ktoré znamenajú potvrdenie alebo vyvrátenie parciálnych hypotéz. V rámci druhého kroku dochádza naďalej k postupnému "čisteniu" modelu od štatisticky nevýznamných premenných tak, aby obsahoval iba premenné, ktoré majú vyhovujúce hodnoty štatistickej významnosti a je možné ich ekonomicky interpretovať. Tento postup sa približuje metódam dvojstupňového prístupu (two-step approach) k modelovaniu prostredníctvom štrukturálnych rovníc, ktorý je v súčasnom období výrazne uprednostňovaný, pretože umožňuje komplexne testovať hypotetické východiská vyplývajúce zo základného výskumu [1].

Tabuľka 1: Špecifikácia štrukturálnych rovníc

Endogénna premenná		**Exogénne premenné**
presun bohatstva	←	obmedzenia, zabezpečený dlh, konvertibilný dlh a krátkodobý dlh
substitúcia aktív	←	obmedzenia, zabezpečený dlh, konvertibilný dlh a krátkodobý dlh
podinvestovanie	←	príležitosti rastu, obmedzenia, zabezpečený dlh, konvertibilný dlh a krátkodobý dlh
preinvestovanie	←	disponibilný cash flow, príležitosti rastu, štruktúra motivačných prvkov manažérov: akcie v rukách manažérov, príjem v závislosti od výkonov, opčné plány manažérov; kontrolné mechanizmy: trh podnikovej kontroly, monitoring bánk, asymetrické informácie a vlastnícka štruktúra

Uvedený systém rovníc získaný interpretáciou finančno-ekonomickej teórie obsahuje relatívne veľký počet parametrov. Teoretické východiská v oblasti kapitálovej štruktúry síce poskytujú potenciálne determinanty, avšak model skonštruovaný na tomto základe by bol príliš všeobecný. Preto, aby sme zostavili model s dostatočnou vypovedacou schopnosťou, ktorý vyhovuje získaným údajom, použijeme jednorovnicový viacnásobný lineárny regresný model, pričom každá z rovníc bude riešená separátne. Táto metóda je vhodnou alternatívou najmä pri menších súboroch, pretože je menej citlivá na prítomnosť niektorých problémov odhadu, ako sú multikolinearita, chyby v premenných prípadne nesprávna špecifikácia niektorých častí modelu. Na odhad koeficientov exogénnych premenných použijeme metódu najmenších štvorcov.
Výsledky regresnej analýzy sú zhrnuté v tabuľke 2. Prvý stĺpec uvádza jednotlivé exogénne premenné, ďalšie stĺpce (2, 3 a 4) obsahujú regresné koeficienty (v zátvorke sú uvedené hodnoty t-štatistiky) s postupným odstraňovaním štatisticky nevýznamných premenných

Tabuľka 2: Výsledky regresnej analýzy

Determinanty vzniku kontraktačných nákladov			
(1)	(2)	(3)	(4)
Priamy presun bohatstva:			
úrovňová konštanta	6,08 (7,32)	5,86 (14,47)	
krátkodobý dlh	-0,05 (-3,81)	-0,04 (-5,10)	
obmedzenia výplaty dividend	-0,32 (-3,98)	-0,31 (-4,22)	
obmedzenia investičných aktivít	0,05 (0,34)		
zabezpečený dlh	-0,04 (-0,36)		
korigovaný koeficient determinácie R^2	0,4245	0,4496	
Substitúcia aktív:			
úrovňová konštanta	5,01 (3,81)	4,39 (4,25)	
krátkodobý dlh	0,01 (0,27)		
obmedzenia výplaty dividend	-0,28 (-2,19)	-0,27 (2,31)	
obmedzenia investičných aktivít	0,17 (0,84)		
zabezpečený dlh	-0,05 (-0,29)		
korigovaný koeficient determinácie R^2	0,0718	0,1001	
Podinvestovanie:			
úrovňová konštanta	7,07 (4,89)	6,40 (9,11)	
krátkodobý dlh	-0,02 (0,07)		
príležitosti rastu	-0,76 (-4,18)	-0,72 (-4,39)	
obmedzenia investičných aktivít	-0,36 (-2,05)	-0,35 (-2,42)	
zabezpečený dlh	-0,07 (-0,52)		
korigovaný koeficient determinácie R^2	0,3243	0,3519	
Preinvestovanie:			
úrovňová konštanta	9,63 (12,82)	8,79 (19,11)	8,00 (43,51)
príležitosti rastu	0,19 (1,53)		
disponibilný cash flow na investície	-0,27 (-2,27)	-0,12 (-1,89)	
vlastníctvo akcií manažérmi	0,07 (1,03)		
príjem manažérov závislý od výsledku	-0,65 (-4,99)	-0,48 (-8,19)	-0,39 (-11,52)
informačná asymetria	-0,03 (-0,52)		
hrozby prevzatia podniku	-0,78 (-12,22)	-0,71 (-22,60)	-0,72 (-22,04)
korigovaný koeficient determinácie R^2	0,9348	0,9352	0,9311

4. Záver

Parciálne výsledky výskumu v oblasti kontraktačných nákladov naznačujú mnoho súvislostí finančného rozhodovania v slovenských podnikoch [6].

Problém *priameho presunu bohatstva* spočíva v „zneužívaní“ zadlženia vlastníkmi a v presune jeho kladných efektov od veriteľov k vlastníkom. Rozpor medzi vlastníkmi a veriteľmi vzniká teda v ich vzťahu ku cash-flow projektu, ktorý je financovaný úverom. Veriteľ obvykle poberá úrok (alebo iný výnos), ktorý nezávisí na hospodárskom výsledku podniku ani financovaného projektu. V prípade úspešnosti projektu potom „nadmerný výnos” poberajú majitelia podniku, kým v neúspešnosti projektu nesie stratu veriteľ. Obe premenné, ktoré zostali po úpravách v regresnom modeli, majú negatívny vplyv na vznik kontraktačných nákladov, čo potvrdzuje hypotetické východiská teoretických modelov.
Konkrétne, vplyv časovej štruktúry zadlženia je v pomerne silnej negatívnej závislosti k problému presunu bohatstva (koeficient korelácie –0,5), čo znamená, že krátkodobé zadlženie neumožňuje vlastníkom prostredníctvom manažérov presúvať reziduálne výhody používania cudzích zdrojov na seba. Preto je krátkodobý dlh výhodný pre veriteľov a z hľadiska obmedzenia kontraktačných nákladov má pozitívny vplyv. Tento záver je podporený aj všeobecne známou skutočnosťou, že krátkodobé výpožičné úrokové miery sú nižšie ako dlhodobé, pretože neobsahujú podiel kontraktačných nákladov. Druhým významným determinantom v oblasti znižovania kontraktačných nákladov dlhového financovania je obmedzovanie výplaty dividend a jeho zahrnutie do dlhových kontraktov (napr. úverových zmlúv). Tento faktor, napriek tomu, že sa ukázal ako štatisticky významný, môže byť z praktického hľadiska ovplyvnený dividendovou politikou a s tým spojeným dividendovým pomerom, ktorý je v slovenských podnikoch veľmi nízky, takže aj zahrnutie tohto obmedzenia je často málo podstatné.
Podstatou problému *substitúcie aktív* je prísľub financovania bezpečného investičného projektu zo strany dlžníka, pričom po obdržaní dlhu tento dlžník začne financovať rizikovejšie projekty. Substituuje teda bezpečnejšie aktíva rizikovejšími s očakávaním vyššieho výnosu. Tu sa prejavuje aj určitá paralela s predchádzajúcim problémom presunu výnosu (bohatstva) akcionárom po realizácii výnosnejšieho ale rizikovejšieho projektu financovanom veriteľmi. Z toho dôvodu je aj štruktúra vysvetľujúcich premenných a tým aj nástrojov obmedzenia vzniku kontraktačných nákladov dlhu totožná. Parametre modelu substitúcie aktív ukázali, že takmer všetky premenné sú štatisticky nevýznamné s výnimkou premennej „obmedzenia výplaty dividend“. Aj model ako celok na základe korigovaného koeficientu determinácie možno hodnotiť ako štatisticky nevýznamný.
Problém *podinvestovania* bol široko rozpracovaný a skúmaný na úrovni teoretických modelov aj empirických štúdií. Spočíva v tom, že podnik nemôže realizovať investičné projekty, pretože vlastníci nebudú ochotní na ich financovanie poskytnúť vlastné zdroje. Keďže je podnik nadmerne zadlžený, obávajú sa, že veritelia budú poberať pozitívne efekty plynúce z uskutočnenia investície. Výsledky modelovania z ekonomického hľadiska naznačujú, že sa tu prejavuje zrejmý trend, že v podnikoch, ktoré v budúcnosti očakávajú rast v oblasti tržieb a zisku bude väčšia ochota doplniť vlastné zdroje bez zvýšenia ich nákladov. Na Slovensku to je predovšetkým predpoklad rastu založený na marketingu s následným zvýšením objemu predaja a tržieb. Vlastný výskum v podnikoch je na nízkej úrovni a nie je možné z neho predpokladať budúci rast.
Obmedzenia investícií zabudované do dlhových kontraktov teoreticky obmedzujú vznik kontraktačných nákladov z podinvestovania, čo je v zhode so závermi modelu. Hodnota koeficientu korelácie (–0,30) hovorí o relatívne silnej nepriamej závislosti.
Posledným modelom v rámci testovania prítomnosti kontraktačných nákladov pri rozhodovaní o kapitálovej štruktúre je model zisťujúci prítomnosť nadmerného investovania tzv. *preinvestovania* ako významného determinantu kapitálovej štruktúry. Preinvestovanie je determinantom vzniku kontraktačných nákladov medzi vlastníkmi a manažérmi a na základe hypotézy môže byť charakterizované ako stav, keď manažéri investujú väčší objem prostriedkov, ako by vzhľadom k dostupným kvalitným projektom bolo vhodné a akceptujú aj

projekty s negatívnym vplyvom na hodnotu podniku. Exogénne premenné, ktoré zostali v modeli po úpravách sú plne v zhode s hypotetickými predpokladmi. Potvrdzujú skutočnosť, že „nedisciplinovanosť“ manažérov pri investovaní môže byť odstránená vhodnými mechanizmami ako je napríklad zainteresovanosť výšky ich príjmov na dosiahnutí dobrých výsledkov v podniku, ktorá sa prejavila v modeli. V sledovaných podnikoch (ale aj v slovenských podnikoch všeobecne) sa však zatiaľ neudomácnili komplexné mechanizmy, ktoré motivujú manažérov k dosahovaniu dobrých výsledkov ako sú opčné plány alebo vlastníctvo akcií manažérmi. Je to však aj dôsledok privatizačných metód a tiež toho, že neexistuje oddelené vlastníctvo a riadenie podniku, ktoré by takéto mechanizmy vyžadovali.
Ako významný determinant problému preinvestovania sa v modeli prejavili aj hrozby prevzatia podniku v prípade neefektívneho fungovania manažmentu. Tento vplyv je pozoruhodný najmä z toho dôvodu, že na Slovensku absentuje trh kontroly podniku, ale zdá sa, že hrozby prevzatia ovplyvňujú rozhodovanie manažérov.

Literatúra:

[1] ANDERSON, J.C. – GERBING, D.W.: Structural Equations Modeling in Practice: A Review and Recommended Two-step Approach. Psychological Bulletin, vol. 103, 1988, s. 411-423.
[2] FAMA, E.F. – MILLER, M.H.: The Theory of Finance. Holt, Rinehart and Winston, USA, 1972.
[3] JENSEN, M.C.: Agency Costs of Free Cash Flow, Corporate Finance and Takeovers. American Economic Review, vol. 76, 1986, s. 323-339.
[4] JENSEN, M.C. – MECKLING, W.: Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. Journal of Financial Economics, vol. 3, 1976, s. 305-360.
[5] KANDEROVÁ, M. 2003. Zhodnotenie vplyvu determinantov kapitálovej štruktúry na vzorke podnikov Slovenskej republiky. In : Ekonomie a management. Liberec : Hospodárska fakulta Technickej univerzity, č. 3/2003.
[6] KRIŠTOFÍK, P.: Determinanty zadlženia a modelovanie kapitálovej štruktúry. In: „Finanční řízení podniků a finančních institucí 2. díl – vybrané příspěvky“ Sborník ze 3. mezinárodní konference VŠB TU Ostrava, Česká republika, 11. – 12. 9. 2001, s. 280 – 285.
[7] KRIŠTOFÍK, P.: Determinanty kapitálovej štruktúry a finančného rozhodovania v podmienkach slovenských podnikov. Ekonomický časopis, 2002, roč. 50, č.2, s. 197 – 216.
[8] MYERS, S.C.: Determinants of Corporate Borrowing. Journal of Financial Economics, vol. 5, 1977, s. 147-175.
[9] SMITH, C.W. – WARNER, J.B.: On Financial Contracting: An Analysis of Bond Covenants. Journal of Financial Economics, vol. 7, 1979, s. 117-161.
[10] TITMAN, S. – WESSELS, R.: The Determinants of Capital Structure Choice. Journal of Finance, vol. 43, 1988, s. 1-19.
[11] ÚRADNÍČEK, V.: Aplikácia štatistických metód vo finančnej analýze malého a stredného podniku. FF UMB, Banská Bystrica 2002. 72 s.

Summary

The paper builds on theoretical arguments suggesting that the debt-equity ratio is related to agency costs. Two predictions prevail. First, leverage aggravates agency conflicts between shareholders and bondholders. Frequently cited examples are the direct wealth transfer problem, the asset substitution problem and the underinvestment problem. Second, leverage

mitigates agency problems that arise from managerial behavior that conflicts with the interest of shareholders. Well-known example is the overinvestment problem.
For analysis, we use questionnaire data of non-financial firms in Slovakia. The analysis uses structural equations modeling with confirmatory analysis. The structural equations model describes the relationships between the variables in the model. The endogenous variables are four agency problems. Each of these four endogenous variables is potentially determined by a wide set of exogenous variables. The main result of the research is that direct relations between leverage and agency problems seem to be absent. This does not imply that the agency problems are irrelevant. Other instruments than leverage affect agency problems. As expected, a positive relation between some exogenous variables and agency problems determinants has been found.

Komparácia krajín EÚ z hľadiska vybraných socio-ekonomických ukazovateľov

Zlata Kropková, Zlata Sojková

Abstract: In this paper 37 countries of European Union are compared by data of index of human development *(HDI),* index of expected life extension *(iLE),* index of education *(iED)* and index of gross domestic product *(iGDP)* from World Bank in 2001 and 2002. Multivariate analysis indicates evident disparities of European countries not only on the level of index of human development, but of all partial indexes, too.

Keywords: human development, expected life extension, education, gross domestic product

Úvod

Vyspelosť krajiny nie je daná len pozíciou štátu hodnotenou výlučne ekonomickými parametrami, ale je daná tiež podmienkami, ktoré krajina pre kvalitný život vytvára. Na kvalitu života v krajine sa môžeme pozerať z dvoch stránok. Z objektívnej stránky, ktorú tvorí napĺňanie sociálnych a kultúrnych potrieb v závislosti od materiálneho dostatku, spoločenskej akceptácie a fyzického zdravia a subjektívnej stránky, ktorá sa spája so subjektívnym prežívaním človeka, s jeho dobrým životným pocitom, pohodou a spokojnosťou. Spomínanú objektívnu stránku kvality života zachytáva práve index ľudského rozvoja, ako miera celkového rozvoja. Ide o sociálno-ekonomický ukazovateľ, ktorý sa nazýva index ľudského rozvoja (Human Development Index, ďalej HDI) a je tvorený tromi parciálnymi indexmi:

- index očakávanej dĺžky života,
- index vzdelanosti,
- index reálneho hrubého domáceho produktu.

Výsledný index ľudského rozvoja je jednoduchým aritmetickým priemerom hodnôt čiastkových indexov, čím zakrýva disproporcie medzi krajinami z hľadiska jeho komponentov. Práve tento fakt bol dôvodom aplikácie viacrozmernej klasifikácie krajín a analýzy disparít z hľadiska jeho čiastkových indexov.

Materiál a metodika:

Všeobecnú formuláciu úlohy zhlukovej analýzy je možné formulovať nasledovne. Nech je daný súbor n objektov a každý objekt je charakterizovaný p znakmi. Výsledky merania tvoria n p–rozmerných vektorov x_1, x_2, ..., x_n. Množinu všetkých pozorovaní tvorí matica, ktorú označíme X. Úloha zhlukovej analýzy spočíva v rozklade množiny X do množiny $S = \{S_1, S_2, ..., S_m\}$, kde m je počet zhlukov, do ktorých bolo vykonané zoskupenie objektov x_i. Počet zhlukov m sa môže pohybovať od 1 do n.

Z definície zhlukovej analýzy vyplýva, že pojmy podobnosť resp. odlišnosť budú určujúcimi pri tvorbe zhlukov, pričom ich vyjadrením budú miery podobnosti. Podobnosť medzi objektmi môže byť meraná rozličnými spôsobmi. Najbežnejšie používanou je *euklidovská metrika,* ktorá je použitá aj v nami realizovaných analýzach, a ktorú môžeme vyjadriť nasledovne:

$$d_1\left(X_i, X_j\right) = \sqrt{\sum_{k=1}^{p}\left(x_{ik} - x_{jk}\right)^2},$$

kde x_{ik} je hodnota k-tej premennej i-teho objektu a x_{jk} je hodnota k-tej premennej j-teho objektu.

Táto miera sa vyskytuje aj v tvare druhej mocniny a v tvare absolútnej hodnoty. Diskriminačná analýza je aplikovaná za účelom verifikácie účinnosti klasifikácie krajín uskutočnenej prostredníctvom zhlukovej analýzy.

Viacrozmerná klasifikácia krajín je realizovaná prostredníctvom zhlukovej analýzy do *šiestich zhlukov*, vzájomne si podobných z hľadiska uvedených troch indexov tak, aby si boli krajiny

zaradené do zhlukov vzájomne čo najviac podobné, a medzi krajinami zaradenými do rôznych zhlukov boli signifikantné rozdiely. Pri aglomeratívnom postupe zhlukovania krajín bola použitá metóda "najvzdialenejšieho suseda". Po overení účinnosti klasifikácie krajín, teda po aplikovaní metódy *diskriminačnej analýzy* bola v prípade "nesprávnej klasifikácie" krajina preradená do iného zhluku.

Údajovú základňu komparatívnej analýzy tvoria údaje čerpané z databázy Svetovej banky za roky 2001 a 2002, z ktorej boli excerpované nasledovné informácie o 37 krajinách Európy: index ľudského rozvoja *(HDI)*, index očakávanej dĺžky života *(i LE)*, index vzdelanosti *(iED)*, index hrubého domáceho produktu *(iGDP)*.

Hodnota indexu ľudského rozvoja sa pohybuje v intervale od 0 do 1. Čím je hodnota tohto indexu bližšia k 1, tým je krajina považovaná za rozvinutejšiu a je zaraďovaná na vyššiu priečku v rebríčku sledovaných štátov. Uplatnená je nasledovná kategorizácia: *krajiny s nízkou úrovňou ľudského rozvoja v kategórii do 0,499, krajiny so strednou úrovňou od 0,500 do 0,799, krajiny s vysokou úrovňou od 0,8 do 1.*

Výsledky a diskusia:

Viacrozmerná klasifikácia krajín zoskupila krajiny zhlukovou analýzou do 6 zhlukov - skupín. Verifikácia účinnosti klasifikácie diskriminačnou analýzou viedla k preradeniu troch krajín (Portugalska, Litvy a Slovinska) do iných zhlukov. Výsledná klasifikácia je nasledovná :

1. zhluk (15) **:** Nórsko, Island, Švédsko, Holandsko, Belgicko, Švajčiarsko, Dánsko, Fínsko, Írsko, Veľká Británia, Rakúsko, Francúzsko, Nemecko, Španielsko, Portugalsko,
2. zhluk (5): Luxembursko, Taliansko, Grécko, Cyprus, Slovinsko
3. zhluk (5): Poľsko, Maďarsko, Estónsko, Litva, Lotyšsko
4. zhluk (4): Česko, Slovensko, Malta, Chorvátsko
5. zhluk (5) : Bielorusko, Bulharsko, Rusko, Rumunsko
6. zhluk (3): Ukrajina, Macedónsko, Bosna a Hercegovina, Albánsko

Z klasifikácie krajín je zrejmé, že 15 krajín „bývalej" EÚ je zaradených do ***prvého zhluku*** s najvyššou úrovňou všetkých indexov. Priemer indexu hrubého domáceho produktu je 0,926, indexu vzdelanosti 0,975 a indexu očakávanej dĺžky života 0,89. Do ***druhého zhluku*** patriaia krajiny bývalej EÚ (LUX, ITA, GRE) a dve nové krajiny EU – Slovinsko a Cyprus. Z hľadiska dosahovanej úrovne hrubého domáceho produktu (priemer indexu 0,906) a indexu očakávanej dĺžky života je takmer porovnateľný s prvou skupinou krajín, avšak pre krajiny je charakteristická nižšia úroveň indexu vzdelanosti v porovnaní s prvým zhlukom (priemer iED je 0,92). Práve nízka úroveň vzdelanosti viedla k zaradeniu Luxemburska do tejto skupiny krajín, hoci dosahuje najvyššiu úroveň HDP v prepočte na obyvateľa a rok vo svete (iGDP = 1). Do ***tretieho zhluku*** sú zaradené krajiny – piati noví členovia EÚ (POL, HUN, EST, LIT, LVA), s výnimkou troch krajín: Slovenska, Česka, a Malty, ktoré spolu s Chorvátskom tvoria ***štvrtý zhluk***. Krajiny tretieho a štvrtého zhluku dosahujú vzájomne porovnateľnú úroveň hrubého domáceho produktu na obyvateľa (štvrtý zhluk dokonca v priemere mierne vyššiu 0,797, tretí 0,76), avšak krajiny štvrtého zhluku, vrátane Slovenska dosahujú signifikantne nižší index vzdelanosti (3. zhluk iED=0,946, 4. zhluk iED=0,89) a vyšší index očakávanej dĺžky života. Do ***piateho zhluku*** sú zaradené krajiny, ktoré sa v budúcom období môžu stať prístupovými krajinami EÚ, napr. Bulharsko, Rumunsko. Pre tieto krajiny je zaujímavý vyšší index vzdelanosti (priemer iED=0,92), ako u krajín štvrtého zhluku a rovnaký v priemere ako u krajín 2. zhluku. Krajiny tejto skupiny však dosahujú nízku úroveň hrubého domáceho produktu (iGDP=0,69) a tiež nižšiu očakávanú dĺžku života (priemer indexu iLE= 0,74). ***Šiesty*** *zhluk* je charakteristický najnižšou úrovňou indexu hrubého domáceho produktu (iGDP= 0,66) a vzdelanosti (iED=0,83), avšak s vyššou úrovňou indexu očakávanej dĺžky života (priemer iLE= 0,81) v porovnaní s piatym, ale aj tretím zhlukom krajín.

Analýza údajov potvrdila signifikantné disparity medzi jednotlivými skupinami (zhlukmi) krajín z hľadiska čiastkových indexov. Porovnanie *krajín prvého* a *druhého zhluku* poukazuje na podstatný rozdiel, spočívajúci v signifikantne nižšej úrovni indexu vzdelanosti krajín druhého zhluku (íED=0,92) oproti prvému, u ktorého je index vzdelanosti najvyšší (iED= 0,975). Nižšia úroveň vzdelanosti sa týka: Luxemburska, Talianska, Grécka, Cyprusu a Slovinska. V ďalších indexoch dosahujú obidve skupiny krajín takmer porovnateľné hodnoty indexov. Krajiny tretieho zhluku výrazne zaostávajú v indexe HDP, a v indexe očakávanej dĺžky života, avšak index vzdelanosti majú významne väčší, čo svedčí o vyššej vzdelanostnej úrovni obyvateľstva napriek nižšej reálnej úrovni HDP týchto krajín. Je to dôsledok aj vyššieho percentuálneho podielu nákladov na vzdelanie z HDP, práve v takých krajinách, ako sú: Estónsko, Poľsko, Lotyšsko, ale aj Litva. Krajiny ako Slovensko, Česká republika, Malta a Chorvátsko síce dosahujú vyšší index HDP, očakávanej dĺžky života, ale výrazne zaostávajú v indexe vzdelanosti za krajinami ako: Poľsko, Maďarsko, ale aj Estónskom, Litvou a Lotyšskom.

Pre komparáciu údajov v čase je uskutočnená viacrozmerná klasifikácia krajín aj v r. 2002, pričom sa skúmajú zmeny v zoskupení krajín oproti predchádzajúcemu roku. Slovensko sa v rámci klasifikácie krajín podľa indexu ľudského rozvoja posunulo z 39. miesta v roku 2001 na 42. miesto v r. 2002 . Vstupné údaje pre zostavenie indexu HDI, ako aj usporiadanie krajín v celosvetovom rebríčku za r. 2002 sú uvedené v tabuľke 1. Najvyšší index ľudského rozvoja z *novoasociovaných krajín EÚ* dosahuje *Slovinsko* (HDI=0,895), ktoré sa umiestnilo na 27. mieste vo svete. Malta zaznamenala pozitívny posun v rebríčku, z pôvodného umiestnenia na 33. mieste v r. 2001 posunula na 31. miesto s HDI=0,875. Za ňou je na 32. mieste *Česká republika* (HDI=0,868). Na ďalšom 36. mieste je Estónsko s HDI 0, 853, ktoré zaznamenalo najvyšší pozitívny posun z 31. miesta (teda o 5 miest v rebríčku smerom hore). Pred *Slovenskom* sa tak umiestnilo až 9 krajín – nových členov EÚ. Za Slovenskom sa v celosvetovom rebríčku nachádza ako nová krajina EÚ len *Litva* (50. miesto) s indexom HDI = 0,823. Táto skutočnosť je *varovným signálom*, obzvlášť preto, že Slovensko síce dosahuje vyšší index očakávanej dĺžky života (ilE =0,81, čo zodpovedá očakávanej dĺžke života pri narodení 74 rokov) ako krajiny umiestnené nad ním (napr. Estónsko, Maďarsko Lotyšsko a rovnaký ako Poľsko) a taktiež vyšší index HDP (0,81) ako Estónsko, Poľsko a Lotyšsko, avšak v indexe vzdelanostnej úrovne výrazne zaostáva za všetkými 8 krajinami, ktoré sú novými členmi EÚ. Index vzdelanosti má z 10 nových členov EÚ v porovnaní zo Slovenskom (iED = 0,91) nižší len Cyprus (iED = 0,89) a Malta (iED = 0,87).

V roku 2002 došlo k zmenám v umiestnení krajín EU25 v celosvetovom rebríčku z hľadiska HDI a preto bolo zaujímavé zistiť, ako sa tieto zmeny premietnu do viacrozmernej klasifikácie krajín do zhlukov v porovnaní s rokom 2001. Výsledky klasifikácie, získané aplikáciou klasickej metódy zhlukovej analýzy do 6 zhlukov, boli opäť verifikované diskriminačnou analýzou, ktorá potvrdila účinnosť klasifikácie, takže nebolo potrebné preradiť žiadnu krajinu do iného zhluku.

Tabuľka 1 Index ľudského rozvoja a jeho komponenty – usporiadanie podľa HDI a zhlukovej analýzy v roku 2002

Skratky	Dif Rank	2002 Rank 2002	Live Exp	Educ	HDP	iLE	iED	iHDP	HDI	Klast. 2001	Klast. 2002	Dif Rank *
NOR	0	1	78,9	98	36600	0,9	0,99	0,99	0,956	1	1	1
SWE	1	2	80	114	26050	0,92	0,99	0,93	0,946	1	1	19
BEL	0	6	78,7	111	27570	0,9	0,99	0,94	0,942	1	1	7
NLD	0	5	78,3	99	29100	0,89	0,99	0,95	0,942	1	1	6
IS	-5	7	79,7	90	29750	0,91	0,96	0,95	0,941	1	1	1
CH	-1	11	79,1	88	30010	0,9	0,95	0,95	0,936	1	1	-4
IRL	2	10	76,9	90	36360	0,86	0,96	0,98	0,936	1	1	-7
UK	1	12	78,1	113	26150	0,88	0,99	0,93	0,936	1	1	8
FIN	1	13	77,9	106	26190	0,88	0,99	0,93	0,935	1	1	6
AU	2	14	78,5	91	29220	0,89	0,96	0,95	0,934	1	1	-4
LUX	0	15	78,3	75	61190	0,89	0,91	1	0,933	2	2	-14
DK	1	17	76,6	96	30940	0,86	0,98	0,96	0,932	1	1	-12
FR	1	16	78,9	91	26920	0,9	0,96	0,93	0,932	1	1	0
DK	-8	19	78,2	88	27100	0,89	0,95	0,94	0,925	1	1	-5
ESP	-1	20	79,2	92	21460	0,9	0,97	0,9	0,922	1	1	5
ITA	0	21	78,7	82	26430	0,89	0,93	0,93	0,92	2	2	-3
GRE	0	24	78,2	86	18720	0,89	0,95	0,87	0,902	2	1	5
PRT	-3	26	76,1	93	18280	0,85	0,97	0,87	0,897	1	1	6
SVN	2	27	76,2	90	18540	0,85	0,96	0,87	0,895	2	1	3
CY	-5	30	78,2	74	18360	0,89	0,89	0,87	0,883	2	2	1
MAL	2	31	78,3	77	17640	0,89	0,87	0,86	0,875	4	2	3
CZ	0	32	75,3	78	15780	0,84	0,92	0,84	0,868	4	3	7
EST	5	36	71,6	96	12260	0,78	0,98	0,8	0,853	3	4	10
POL	-2	37	73,8	90	10560	0,81	0,96	0,78	0,85	3	4	13
HUN	0	38	71,7	86	13400	0,78	0,95	0,82	0,848	3	4	3
LIT	4	41	72,5	90	10320	0,79	0,96	0,77	0,842	3	4	10
SK	-3	42	73,6	74	12840	0,81	0,91	0,81	0,842	4	3	1
HR	-1	48	74,1	73	10240	0,82	0,9	0,77	0,83	4	3	4
LVA	0	50	70,9	87	9210	0,76	0,95	0,75	0,823	3	4	6
BUL	1	56	70,9	76	7130	0,77	0,91	0,71	0,796	5	5	10
RUS	7	56	66,7	88	8230	0,69	0,95	0,74	0,795	5	6	3
MK	0	60	73,5	70	6470	0,81	0,87	0,7	0,793	6	5	15
BY	-9	62	69,9	88	5520	0,75	0,95	0,67	0,79	5	6	24
AL	30	65	73,6	69	4830	0,81	0,89	0,65	0,781	6	5	31
BiH	0	66	74	64	5970	0,82	0,84	0,68	0,781	6	5	15
RO	3	69	70,5	68	6560	0,76	0,88	0,7	0,778	5	5	5
UA	5	70	69,5	84	4870	0,74	0,94	0,65	0,777	6	6	25

Zdroj: HDR 2004 a vlastné výpočty

** „Dif Rank" znamená rozdiel medzi umiestnením krajín podľa HDI a umiestnením v celosvetovom rebríčku podľa reálneho HDP.*

Viacrozmernou klasifikáciou boli vytvorené nasledovné skupiny krajín[1]:

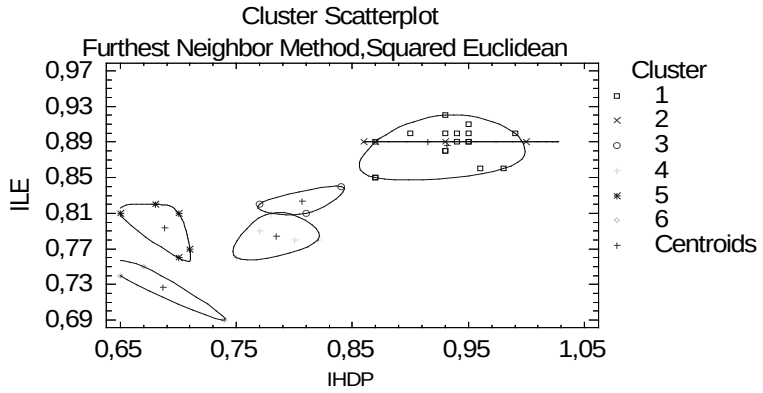
1. zhluk (17) **:** Nórsko, Švédsko, Holandsko, Belgicko, Island, Írsko, Švajčiarsko, Veľká Británia, Fínsko, Rakúsko, Francúzsko, Dánsko, Nemecko, Španielsko, Grécko, Portugalsko, Slovinsko

[1] zvýraznené sú krajiny, u ktorých došlo v porovnaní s r. 2001 k zmenám v klasifikácii.

2. zhluk (4): Luxembursko, Taliansko, Cyprus, Malta,
3. zhluk (3): Česko, Slovensko, Chorvátsko
4. zhluk (5)*:* Estónsko, Poľsko, Maďarsko, Litva, Lotyšsko
5. zhluk (5) : Bulharsko, Albánsko, Macedónsko, Bosna a Hercegovina, Rumunsko
6. zhluk (3): Rusko, Bielorusko Ukrajina,

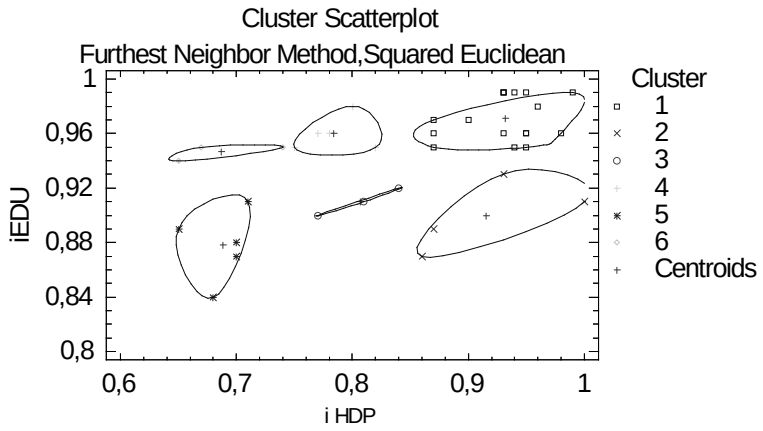
Medzi krajiny ***prvého zhluku*** boli k pôvodným 15 krajinám (r. 2001) priradené aj *Grécko a Slovinsko* ako nová členská krajina EU25 s porovnateľne vysokými hodnotami komponentov indexu rozvoja s vyspelými európskymi krajinami, vrátane indexu HDP. *K **druhému zhluku*** krajín (zodpovedá 2.zhluku aj v klasifikácii v r. 2001) pribudla *Malta,* ako nová členská krajina EÚ. Pre toto zoskupenie krajín je opäť typická vysoká úroveň HDP (iHDP=0,9), vysoký priemerný index očakávanej dĺžky života (iLE=0,89), avšak signifikantne nižšia úroveň vzdelanosti (iED=0,9) v porovnaní s prvým a aj druhým a tretím zhlukom krajín. *Slovensko* patrí spolu s Českou republikou a Chorvátskom do ***tretieho zhluku***, ktorý je adekvátny pôvodnému 4. zhluku (r. 2001), avšak bez *Malty*, ktorá bola preradená do druhého zhluku. Pre krajiny tretieho zhluku je charakteristická porovnateľná úroveň vzdelanosti s druhým zhlukom (iED=0,91), avšak výrazne nižšia oproti prvému zoskupeniu krajín, ale aj v porovnaní so štvrtou a šiestou skupinou. Krajiny tretieho zhluku (teda aj Slovensko) dosahujú preukazne nižší index očakávanej dĺžky života a index HDP v porovnaní s prvou a druhou skupinou krajín. Do ***štvrtého zhluku*** krajín (v klasifikácii z roku 2001 zodpovedá tretej skupine) je zaradený päť nových členských krajín EÚ: Estónsko, Poľsko, Maďarsko, Litva a Lotyšsko, pre ktoré ja charakteristický vysoký index vzdelanosti (iED=0,96), ktorý je takmer na úrovni prvej skupiny krajín. Z hľadiska očakávanej dĺžky života a reálneho HDP dosahujú krajiny tohto zhluku preukazne horšie parametre ako predchádzajúce tri zhluky. ***Piaty zhluk*** krajín je charakteristický najnižšími hodnotami všetkých troch čiastkových ukazovateľov, je teda „najslabšou“ skupinou krajín z hľadiska úrovne ľudského rozvoja . ***Šiesty zhluk***, do ktorého patrí Rusko, Bielorusko a Ukrajina zodpovedá parametrami piatemu zhluku v klasifikácii z r. 2001. Pre tieto krajiny typická vysoká úroveň vzdelanosti (priemerný iED=0,947), avšak najnižšie hodnoty ďalších dvoch indexov (priemerne hodnoty indexov sú i GDP=0,687, iLE=0,727).

Graf 1.1 Vzťah indexu HDP a indexu očakávanej dĺžky života 2002



Zoskupenie krajín do zhlukov z hľadiska dvoch vybraných čiastkových indexov ľudského rozvoja zobrazujú grafy 1.1 a 1.2. Zároveň poskytujú predstavu o vzťahu medzi indexom očakávanej dĺžky života a indexom HDP a o vzťahu medzi indexom vzdelanosti a indexom HDP. Z grafických zobrazení je zrejmé, že reálna úroveň HDP, vyjadrená indexom HDP významnejšie ovplyvňuje očakávanú dĺžku života (zhluky sú výraznejšie rozmiestnené po diagonále, graf 1.1).

Graf 1.2 Vzťah indexu HDP a indexu vzdelanosti 2002



Na druhej strane, úroveň vzdelania, vyjadrená indexomvzdelanosti, takmer vôbec nekorešponduje s indexom HDP (graf 1.2). Zoskupenia krajín sú izolované a nie sú sústredené po diagonále. Možno konštatovať, že úroveň vzdelanosti nie je determinovaná úrovňou dosahovaného reálneho HDP, čo dokumentujú aj krajiny ako Estónsko, Litva Poľsko, Lotyšsko a ďalšie, ktoré aj napriek nízkej úrovni HDP dosahujú relatívne vysoký index vzdelanosti.

Záver:

Prezentovaná stručná viacrozmerná komparatívna analýza krajín poukazuje na fakt, že index ľudského rozvoja je síce komplexnejším agregovaným ukazovateľom úrovne ľudského rozvoja krajín, avšak súčasne s priemerovaním troch jeho komponentov zakrýva rozdiely v čiastkových indexoch – vzdelanostnej úrovni krajín, v očakávanej dĺžke života a v úrovni dosahovaného hrubého domáceho produktu na obyvateľa. Signifikantné disproporcie sú evidentné v dosahovanej úrovni HDP, očakávanej dĺžke života, ale obzvlášť v indexe vzdelanostnej úrovne. Pre Slovensko (čiastočne aj Českú republiku a Maltu) je varovným signálom nízky index vzdelanostnej úrovne obyvateľstva. Zaostávanie Slovenska v oblasti vzdelávania je odrazom nízkeho podielu výdavkov na školstvo z HDP, a to nielen v porovnaní s krajinami bývalej EU 15, ale aj s niektorými novoasociovanými krajinami. Výdavky na školstvo na Slovensku od r. 1989 výrazne poklesli a v r. 2002 predstavovali len 4,1% z HDP, zatiaľ čo v Estónsku predstavovali až 6,7 %. Priemerne sa v krajinách EÚ (EU 25) vynakladá na vzdelanie asi 5,22% z HDP (r. 2002). Najvyššiu hodnotu v r. 2002 vykazovalo Dánsko, kde sa vynaložilo na vzdelanie až 8,3% z HDP. Vzájomné približovanie sa krajín novej EÚ bude náročný a dlhodobý proces. V budúcnosti možno predpokladať rýchlejšiu aproximáciu skôr z hľadiska úrovne dosahovaného HDP, ako z hľadiska indexu vzdelanosti, resp. očakávanej dĺžky života. Ako sa efekt rastu reálneho hrubého domáceho produktu premietne do ďalších oblastí ľudského rozvoja: vzdelanosti a dĺžky ľudského života, bude závisieť od národných politík každej krajiny.

Literatúra:

SOJKOVÁ, Z. - MIHÁLOVÁ, H.: Komparatívna analýza krajín Európy z hľadiska ekonomických a demografických ukazovateľov. In: Ekonomické súvislosti demografického vývoje Zborník z Medzinárodného vědeckého seminára. České Budějovice : Jihočeská univerzita, 2001. s. 45-51. ISBN: 80-7040-511-2

LUKASOVÁ, A., ŠARMONOVÁ, E.: Metody shlukové analýzy. Praha, SNTL, 1985

VOŠTA, M.: Přistupující státy Evropské unie: regionální diferenciace. In: Ekonomický časopis, 2004 (4). ISSN 0013-3035
ŠIKULA, M.: Globálne súvislosti rozšírenia Európskej únie a konvergenčná pozícia slovenskej ekonomiky. In: Ekonomický časopis, 2003 (6). ISSN 0013-3035
http://dev.data.worldbank.org/dataonline/

Kontaktná adresa:
Ing. Zlata Kropková, Katedra štatistiky a operačného výskumu, Slovenská poľnohospodárska univerzita Nitra, Tr.A.Hlinku 2, 949 01 Nitra, e-mail: zlata.kropkova@fem.uniag.sk
doc.Ing. Zlata Sojková, CSc., Katedra štatistiky a operačného výskumu, Slovenská poľnohospodárska univerzita Nitra, Tr.A.Hlinku 2, 949 01 Nitra, e-mail: zlata.sojkova@fem.uniag.sk

Použitie viacrozmerných metód pri lineárnom usporiadaní objektov (priemyselných podnikov)

Viera Labudová

Úvod

Metódy viacrozmerného porovnávania sa veľmi často používajú pri lineárnom usporiadaní objektov (priemyselné podniky, organizácie, regióny, krajiny,...) na základe tzv. zloženého javu, popis ktorého vyžaduje množinu minimálne dvoch premenných.

1. Jednoduché metódy usporiadania objektov

Východiskom našich úvah bude konečná množina objektov $D = \{ O_1, O_2,..., O_m \}$, na ktorých sledujeme výskyt zloženého javu popísaného množinou premenných $\{ X_1, X_2,..., X_k \}$.

Zistené obmeny týchto znakov na i- tom objekte (podniku) tvoria k- prvkový riadkový vektor $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ik}]$, ktorý je vyjadrením úrovne, stavu sledovanej kategórie, javu alebo procesu na tomto objekte. Údaje, ktoré sú výsledkom pozorovaní na súbore m objektov (podnikov) môžeme zapísať v tvare matice pozorovaní

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11}\ x_{12} \ldots x_{1k} \\ x_{21}\ x_{22} \ldots x_{2k} \\ . \\ . \\ . \\ x_{m1}\ x_{m2} \ldots x_{mk} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Pri lineárnom usporiadaní objektov na základe dosiahnutej úrovne sledovaného javu sa používajú syntetické premenné (taxonomické miery rozvoja). Existuje niekoľko rôznych postupov ich konštrukcie, líšiacich sa spôsobom normovania do analýzy vstupujúcich premenných (ukazovateľov) a spôsobom agregovania týchto premenných.

Osobitnú skupinu predstavujú metódy, ktoré pri normovaní prevádzajú pôvodné premenné na poradové premenné. Ide o metódu súčtu poradí, resp. metódu váženého súčtu poradí (Křovák, J., 1982, 1983 a, 1983 b).

Hlavný nedostatok týchto metód súvisí s tým, že v prípade aplikácie na kardinálne premenné sa stráca časť informácií, ktoré sú v nich obsiahnuté, pretože transformácia vyžaduje prechod od „silnejšej“ stupnice hodnôt (číselnej) k stupnici „slabšej“ (poradovej). Ďalším problémom je to, že rozdiel dvoch po sebe idúcich normovaných hodnôt je maximálne 1, bez ohľadu na to, aký je skutočný rozdiel hodnôt pôvodnej premennej.

Uvedené nedostatky sa pokúšajú odstrániť metódy Capelanda a MAPPACC, ktoré patria do skupiny metód, v poľskej literatúre označovaných ako „*rankingi złożone*“, ktoré sa v našej štatistickej praxi nepoužívajú.

Metóda Capelanda je založená na porovnávaní dvojíc objektov a to zvlášť pre každú diagnostickú premennú.

Pri metóde Capelanda porovnávame úroveň r-tého objektu $\mathbf{x_r}$ = [x_{r1}, x_{r2}, …, x_{rk}] s úrovňou s-tého objektu $\mathbf{x_s}$ = [x_{s1}, x_{s2}, …, x_{sk}] na základe hodnôt premennej X_j *(j = 1, 2, …, k)*, pričom výsledkom porovnávania priraďujeme hodnoty

$$q_j(r/s) = \begin{cases} 1 & pre \quad x_{rj} > x_{sj} \\ 0 & pre \quad x_{rj} \le x_{sj} \end{cases} \quad \text{pre} \quad j = 1, 2,...k.^{1} \tag{2}$$

Počet porovnávaní, pri ktorých je objekt O_r lepší než objekt O_s, určíme

$$q(r/s) = \sum_{j=1}^{k} q_j(r/s) \quad \underset{o_r, o_s \in P}{\forall} \quad 0 \le q(r/s) \le k. \tag{3}$$

Výsledky porovnávania sú prvkami matice q = $\left[q(r/s)\right]_{m\times m}$.

V ďalšom kroku určíme maticu **Q** = [$Q\,(r/s)]_{m\times m}$:

$$Q\,(r/s) = \begin{cases} 1 & pre \quad q(r/s) > q(s/r) \\ 0 & pre \quad q(r/s) \le q(s/r) \end{cases} \quad \text{pre } r, s = 1, 2,...m. \tag{4}$$

Ak $Q\,(r/s)$ = 1, objekt O_r je lepší[2] než objekt O_s, ak $Q\,(r/s)$ = 0, objekt O_r nie je lepší než objekt O_s.

Vychádzajúc z hodnôt matice **Q**, priradíme objektu O_i hodnotu

$$Q(i) = \sum_{s=1}^{m} Q(i/s). \tag{5}$$

Na základe hodnôt *Q(i)*, ktoré považujeme za hodnoty syntetickej premennej, môžeme jednotlivé objekty usporiadať. Čím je hodnota tohto ukazovateľa väčšia, tým je pozícia daného objektu lepšia.

2. Zložitejšie metódy usporiadania objektov

[1]Pri porovnávaní objektu O_r s objektom O_s používame označenie *(r/s)*, pri porovnávaní objektu O_s s objektom O_r používame symbol *(s/r)*.

[2]Pri porovnávaní sa uplatňujú nasledovné zásady:

$X_{rj} = X_{sj} \Leftrightarrow$ objekt O_r je rovnako dobrý ako objekt O_s

$X_{rj} > X_{sj} \Leftrightarrow$ objekt O_r je lepší ako objekt O_s

$X_{rj} \ge X_{sj} \Leftrightarrow$ objekt O_r nie je horší ako objekt O_s na základe hodnôt premennej X_j.

Metóda Capelanda pracuje s hodnotami premenných, ktoré sú priradené jednotlivým objektom dosť formálne.[3] Používa sa na usporiadanie objektov, ktoré sú popísané viacerými premennými, ale nezohľadňuje súčasný vplyv viacerých premenných.

Ak chceme aplikovať uvedený postup vzhľadom na hodnoty dvoch premenných súčasne, môže sa objaviť situácia, kedy nie sme schopní odpovedať na otázku, ktorý z dvoch objektov je lepší. Na uvedený problém poukazuje K. Křovák (1983 b), ktorý navrhuje použiť pre takéto prípady metódu AGREPREF, patriacu do skupiny metód založených na prahoch citlivosti.

Sem patria aj metódy rady ELECTRA I – IV. Ich základom je relácia *outranking relation*. Na ich základe vznikli metódy usporiadania typu Promethee, MAPPACC a jej modifikácia PRAGMA. Metódu MAPPACC predstavil vo svojej práci I. Nykowski (2001).

MAPPACC na rozdiel od metódy Capelanda:

- využíva len stimulujúce premenné
- premenné, s ktorými pracuje, sú normované
- umožňuje používanie váh premenných
- pri porovnávaní objektov sa zohľadňujú hodnoty dvoch premenných súčasne.

Porovnávanie objektov O_r a O_s na základe premenných $X_{j'}$, $X_{j''}$ je založené na nasledujúcich princípoch:

Objekt O_r je lepší ako objekt O_s na základe premenných $X_{j'}$, $X_{j''} \Box \{[(x_{rj'} > x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} > x_{sj''})] \vee [(x_{rj'} > x_{sj'}) \wedge x_{rj''} = x_{sj''})] \vee [(x_{rj'} = x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} > x_{sj''})]\}$.

Objekt O_r je na rovnakej úrovni ako objekt O_s na základe premenných $X_{j'}$, $X_{j''} \Box \{[(x_{rj'} = x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} = x_{sj''})]$.

Objekt O_r je horší ako objekt O_s na základe premenných $X_{j'}$, $X_{j''} \Box \{[(x_{rj'} < x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} < x_{sj''})] \vee [(x_{rj'} < x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} = x_{sj''})] \vee [(x_{rj'} = x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} < x_{sj''})]\}$.

Nie je možné rozhodnúť, ktorý z objektov O_r, O_s je vzhľadom na dvojicu premenných $X_{j'}$, $X_{j''}$ lepší $\Box \{[x_{rj'} > x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} < x_{sj''})] \vee [(x_{rj'} < x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} > x_{sj''})]$.

Pre každú dvojicu premenných $X_{j'}$, $X_{j''}$ utvoríme maticu $P_{j'j''} = [p_{j'j''}(r/s)]_{m \times m}$, pričom jej prvky nadobúdajú hodnoty:

$p_{j'j''}(r/s) = 1$, ak je objekt O_r lepší ako objekt O_s,

$p_{j'j''}(r/s) = 0$, ak je objekt O_r horší ako objekt O_s,

$p_{j'j''}(r/s) = 0{,}5$, ak je objekt O_r na rovnakej úrovni ako objekt O_s,

$p_{j'j''}(s/r) = 1$, ak je objekt O_s lepší ako objekt O_r,

[3]Hodnoty syntetickej premennej nezohľadňujú relatívne rozdiely v hodnotách, meraných na dvoch rôznych objektoch, sú len súčtom prípadov, kedy bol daný objekt vzhľadom na príslušnú premennú dominantný vo vzťahu k ostatným objektom.

$p_{j'j''}$ (s/r) = 0, ak je objekt O_s horší ako objekt O_r,

$p_{j'j''}$ (s/r) = 0,5 , ak je objekt O_s na rovnakej úrovni ako objekt O_r.

V prípade, že nemôžeme rozhodnúť, ktorý z objektov O_r, O_s je vzhľadom na dvojicu premenných $X_{j'}$, $X_{j''}$ lepší, prvky matice nadobúdajú hodnoty:

$p_{j'j''}$ (r/s) = $w_{j'} / x_{rj'} - x_{sj'} /: x_{j'j''}(r;s)$, ak $(x_{rj'} > x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} < x_{sj''})$,

$p_{j'j''}$ (r/s) = $w_{j''} / x_{rj''} - x_{sj''} /: x_{j'j''}(r;s)$, ak $(x_{rj'} < x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} > x_{sj''})$,

$p_{j'j''}$ (s/r) = $w_{j''} / x_{rj''} - x_{sj''} /: x_{j'j''}(r;s)$, ak $(x_{rj'} > x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} < x_{sj''})$,

$p_{j'j''}$ (s/r) = $w_{j'} / x_{rj'} - x_{sj'} /: x_{j'j''}(r;s)$, ak $(x_{rj'} < x_{sj'}) \wedge (x_{rj''} > x_{sj''})$,

pričom $x_{j'j''}(r;s) = w_{j'} / x_{rj'} - x_{sj'} / + w_{j''} / x_{rj''} - x_{sj''} /$.

Popis celého algoritmu tejto metódy nahradíme v prílohe schematickým vývojovým diagramom.

Záver

Lineárne usporiadanie objektov na základe analýzy zloženého javu patrí k metódam viacrozmerného porovnávania objektov. Predkladaný článok poskytuje informácie o metódach Capelanda a MAPPACC, ktoré rozširujú spektrum metód bežne používaných na tento účel. Hoci v texte neuvádzame výstupy získané pri praktickej aplikácii týchto metód, naznačujeme ďalšie možnosti a spôsoby, ktoré možno pri riešení úlohy usporiadania objektov použiť.

Literatúra:

Křovák, J. 1982. *Možnosti víceaspektního hodnocení průmyslových organizací*: *Studijní materiál č.136*. Praha: 1982, 67 s.

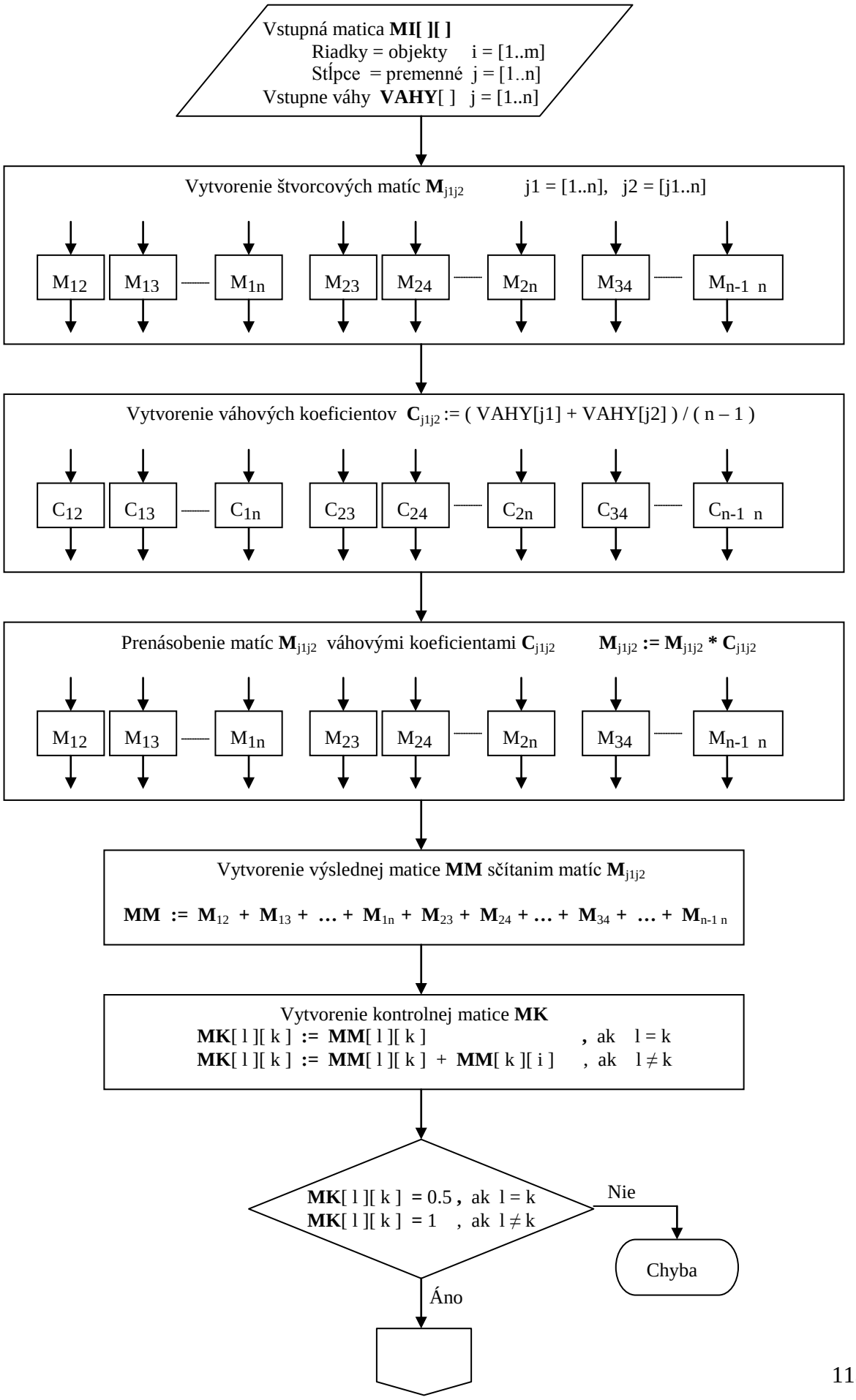
Křovák, J. 1983 a. *Vybrané metody víceaspektního hodnocení průmyslových organizací: Výskumná práce č. 96*. Praha: 1983, 59 s.

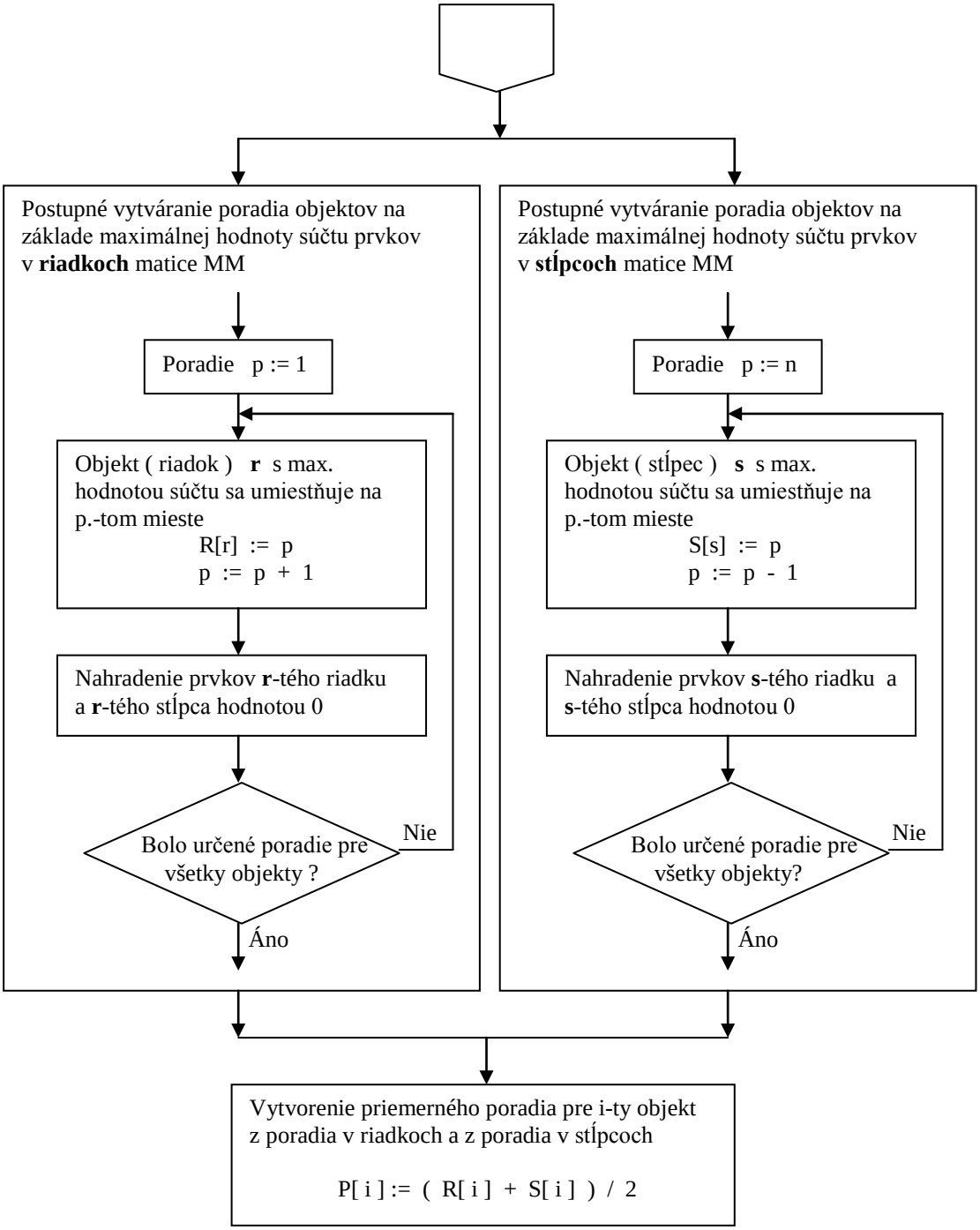
Křovák, J 1983 b. K problematice víceaspektního hodnocení průmyslových organizací. In: *Statistika*, 1983, č. 2, s.61- 69.

Nykowski, I. 2001. *O rankingach skończonego zbioru obiektów ocenianych wielokryterialnie.* Kraków: WEA, 2001. 17 s. ISSN 1230 – 1477

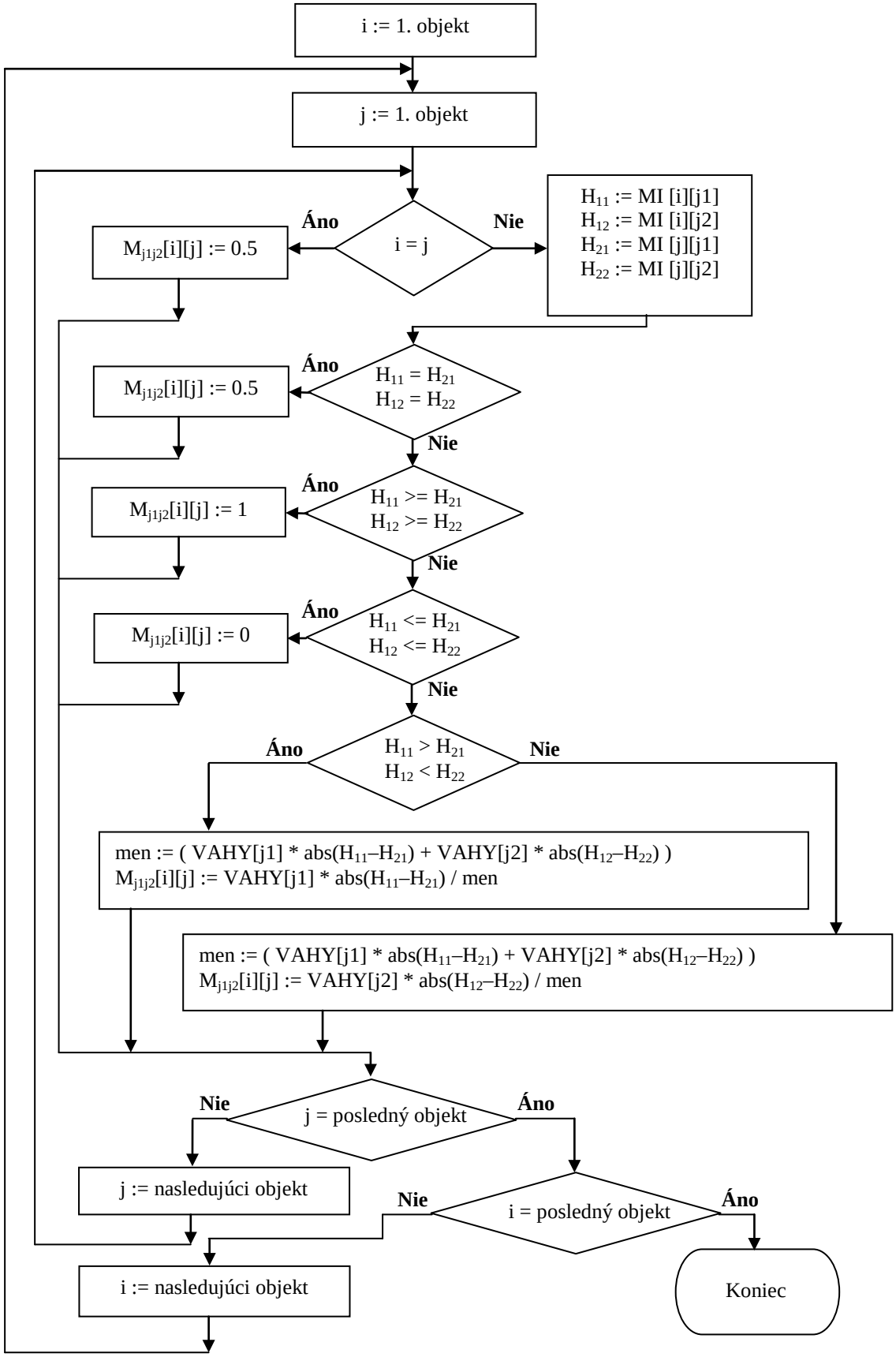
Kontakt:
RNDr. Viera Labudová
Katedra štatistiky FHI EU v Bratislave
Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava
labudova@dec.euba.sk

Príloha 1: Vývojový diagram metódy MAPPACC




Postupné vytváranie poradia objektov na základe maximálnej hodnoty súčtu prvkov v **riadkoch** matice MM
Poradie p := 1
Objekt (riadok) r s max. hodnotou súčtu sa umiestňuje na p.-tom mieste
R[r] := p
p := p + 1
Nahradenie prvkov **r**-tého riadku a **r**-tého stĺpca hodnotou 0
Bolo určené poradie pre všetky objekty ?
Nie
Áno
Postupné vytváranie poradia objektov na základe maximálnej hodnoty súčtu prvkov v **stĺpcoch** matice MM
Poradie p := n
Objekt (stĺpec) s s max. hodnotou súčtu sa umiestňuje na p.-tom mieste
S[s] := p
p := p - 1
Nahradenie prvkov **s**-tého riadku a **s**-tého stĺpca hodnotou 0
Bolo určené poradie pre všetky objekty?
Nie
Áno
Vytvorenie priemerného poradia pre i-ty objekt z poradia v riadkoch a z poradia v stĺpcoch
P[i] := (R[i] + S[i]) / 2

Vytvorenie matice M_{j1j2}:



Meranie spoľahlivosti výskumov verejnej mienky pomocou intervalov spoľahlivosti pre podiely

Ján Luha[1]

1. Úvod

Problém spoľahlivosti výsledkov výskumu verejnej mienky je zložitý a vyžaduje si komplexné posúdenie. Spoľahlivosť (reliabilitu) možno chápať rôzne a niekedy môže byť problém spoľahlivosť spoľahlivo definovať.

Pri analýze dát z výskumu verejnej mienky obvykle, okrem analýzy reliability, skúmame najmä otázku reprezentativity a často je potrebné skúmať aj otázku validity. Budeme vychádzať z predpokladu, že súbor dát je reprezentatívny z hľadiska rozhodujúcich sledovaných znakov a sústredíme sa na možnosť merania spoľahlivosti.

Meranie spoľahlivosti možno realizovať napr. opakovaným výskumom, prípadne simulačnými prepočtami zo získaných dát daného výskumu, ak je rozsah skúmaného súboru "dosť veľký". Je možné uvažovať aj o meraní spoľahlivosti získaných výsledkov pomocou intervalov spoľahlivosti. V tomto príspevku sa budeme venovať možnosti merania spoľahlivosti pomocou intervalov spoľahlivosti.

Štatistické znaky, ktoré vo výskumoch verejnej mienky prevažujú sú kvalitatívne znaky - najmä nominálne a ordinálne. Preto budeme skúmať možnosť merania spoľahlivosti výsledkov výskumov verejnej mienky pomocou intervalov spoľahlivosti podielov.

Podiel (pravdepodobnosť) výskytu skúmaného javu v populácii budeme označovať symbolom π a odpovedajúci výberový odhad ako p.

Nech n je rozsah výberového súboru a x je početnosť sledovaného variantu kvalitatívneho štatistického znaku. Potom **podielom** je veličina:

$$p=x/n.$$

Pri prezentácii výsledkov je obyčajne podiel uvádzaný v percentách teda 100.p.

2. Spoľahlivosť (reliabilita)

Kvôli jednoduchosti zvolíme úroveň významnosti všade v tomto príspevku **5%. Spoľahlivosť budeme definovať ako polovičnú šírku intervalu spoľahlivosti odhadu podielu p pri zvolenej úrovni významnosti.**

Interval spoľahlivosti pre náhodnú veličinu p závisí od jej rozdelenia pravdepodobnosti. Budeme vychádzať z predpokladu, že získaný súbor dát je náhodný výber a potom má veličina p binomické rozdelenie s parametrami n – rozsah výberu a π - neznáma skutočná hodnota podielu.

Budeme sa zaoberať tromi spôsobmi stanovenia intervalov spoľahlivosti pre podiely:

a) intervaly spoľahlivosti počítané pomocou aproximácie rozdelenia pravdepodobnosti podielu p normálnym rozdelením,

b) modifikovanou Waldovou metódou,

c) exaktnými intervalmi spoľahlivosti.

[1] RNDr. Ján Luha, CSc., Ústav pre výskum verejnej mienky pri ŠÚ SR

2. a. Aproximatívne intervaly spoľahlivosti – aproximácia normálnym rozdelením

Pre "dosť veľké" rozsahy výberu, kedy možno túto normálnu aproximáciu použiť, definujeme teda spoľahlivasť ako veličinu:

$d=1{,}96.\sqrt{(p.q/n)}$, kde $q=1-p$. A príslušný interval spoľahlivosti je $p - d, p + d$.

Pre rýchlu aproximáciu spoľahlivosti výsledkov výskumu používame často odhad pre najširší interval spoľahlivosti. Ten dosiahneme v prípade $p=0.5$. Vtedy platí približne

$d=98/\sqrt{(n)}$.

Je potrebné upozorniť na splnenie podmienok aproximovateľnosti rozdelenia pravdepodobnosti veličiny p pomocou normálneho rozdelenia. Minimálny potrebný rozsah možno stanoviť na základe podmienky

$n.p.q > 9$.

Pozri napr. A. Hald: Statistical Theory with Engeneering Applications. Wiley, New York 1952 paragraf 21.5, str.680.

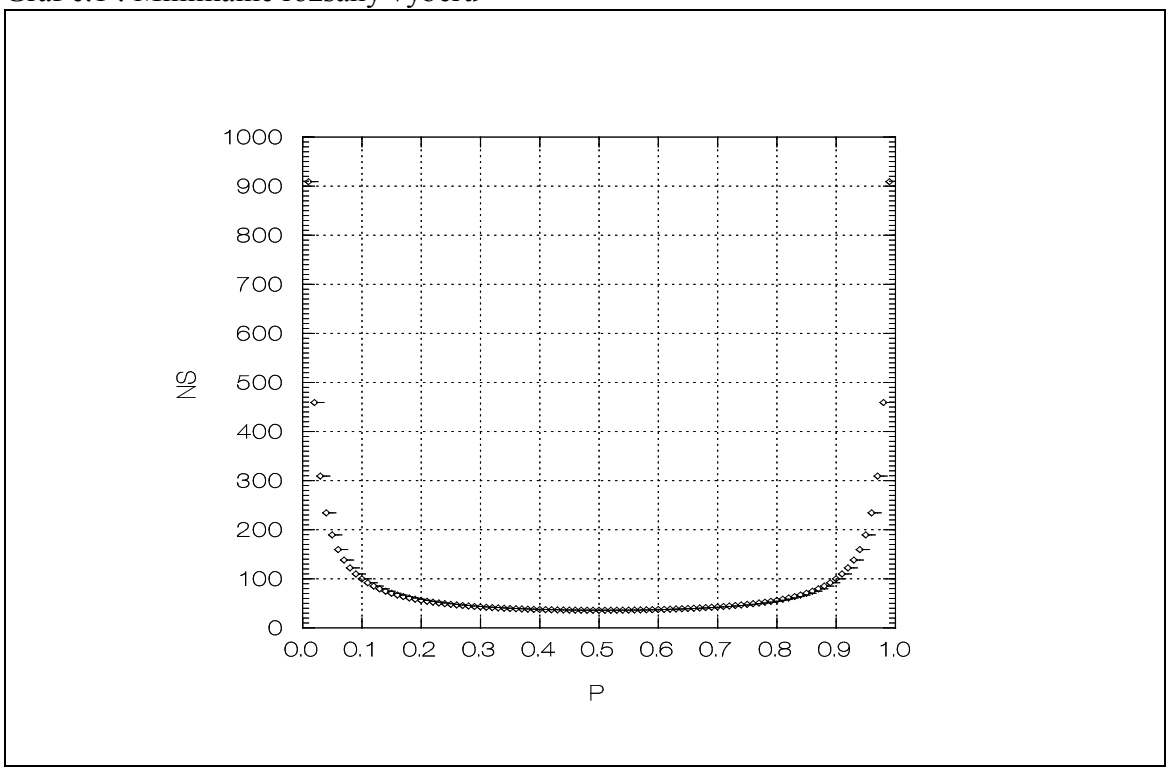
Približnú orientáciu o potrebnom rozsahu výberu dáva tabuľka č. 1:

Tabuľka č.1: Minimálne rozsahy výberu pre normálnu aproximáciu

p	0,01	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,50
p	0,99	0,98	0,95	0,90	0,85	0,80	0,70	0,50
n	**909**	**459**	**189**	**100**	**71**	**56**	**43**	**36**

Graficky sme množinu minimálnych hodnôt rozsahu výberu zobrazili na grafe č.1. Minimálny rozsah výberu získame z hodnôt nad zobrazenou krivkou, kde na osi sú y hodnoty minimánleho rozsahu výberu , ktorý sme označili NS a na osi x sú hodnoty podielu P .

Graf č.1 : Minimálne rozsahy výberu



Pre rozsahy výberov obvykle používané vo výskumoch verejnej mienky je teda možné použiť na meranie spoľahlivosti hore uvedený vzorec. Pre rýchlu orientáciu možno zostaviť tabuľku :

Tabuľka č.2: Odhad reliability pre vybrané rozsahy výberu

n	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
d (v %)	4,9	4,4	4,0	3,7	3,5	3,3	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6

Vzhľadom na zaužívanú konvenciu prezentujeme spoľahlivosť d v tejto tabuľke tiež v percentách.

Pri rozsahu výberovej vzorky nad 1000 osôb je výberová chyba menšia než 3%. Priebeh veľkosti výberovej chyby (spoľahlivosti) v závislosti od rozsahu výberu je znázornený na grafe.

Graf č. 2: Priebeh hodnôt výberovej chyby



V teoretických publikáciách, dokonca aj v sociologických učebniciach, ale aj v správach z empirických výskumov, na posilnenie "vedeckosti", udávajú tabuľky intervalov spoľahlivosti pre vybraté hodnoty podielu p a rozsahu výberu n. V návale horlivosti autori zabúdajú, že uvedený vzťah platí asymptoticky a teda je len aproximačný, platný pre veľké rozsahy výberov. Pre malé hodnoty n a π nie sú splnené podmienky aproximácie binomického rozdelenia normálnym rozdelením, na ktorých je založený uvedený vzťah a teda vtedy ho nemožno používať.

2. b. Aproximatívne intervaly spoľahlivosti – Waldova aproximácia

Agresti and Coull (1998) odporúčajú modifikovanú Waldovu methódu. Podľa nej sa počíta modifikovaný podiel a modifikovaná spoľahlivosť:

$$p' = (x + 2)/(n + 4) \text{ a } d' = 1{,}96.\sqrt{((p'(1-p')/(n + 4))},$$

potom, modifikovaný interval spoľahlivosti je p´ - d´ , p´ + d´.

Modifikovaná Waldova metóda dáva výsledky, ktoré sú blízke exaktným hraniciam. V tabuľke č. 3 sú vypočítané hranice 95% intervalov spoľahlivosti (pre vybrané rozsahy výberov a podiely) modifikovanou Waldovou metódou a na porovnanie aj exaktné hranice, ktorými sa budeme zaoberať v nasledovnom paragrafe.

Tabuľka č. 3: Hranica intervalov spoľahlivosti

			Exaktné hranice		**modifikovaná Waldova**	
n	**x**	**p**	**od**	**do**	**od**	**do**
12	0	0,0000	0,00000	0,26465	0,00000	0,28705
12	2	0,1667	0,02086	0,48414	0,03782	0,46218
12	4	0,3333	0,09925	0,65112	0,13778	0,61222
12	6	0,5000	0,21094	0,78906	0,25500	0,74500
12	8	0,6667	0,34888	0,90075	0,38778	0,86222
12	12	1,0000	0,73535	1,00000	0,71295	1,00000
24	2	0,0833	0,01026	0,26997	0,01324	0,27247
24	6	0,2500	0,09773	0,46711	0,11838	0,45305
24	12	0,5000	0,29124	0,70876	0,31480	0,68520
50	12	0,2400	0,13061	0,38169	0,14237	0,37614
100	12	0,1200	0,06357	0,20024	0,06902	0,20021
100	39	0,3900	0,29401	0,49269	0,30031	0,48815
1000	231	0,2310	0,20520	0,25839	0,20596	0,25818

2. c. Exaktné intervaly spoľahlivosti pre podiely

Exaktné vzťahy pre hranice (dolnú p**d** resp. hornú p**h)** intervalov spoľahlivosti sú uvedené napríklad v A. Hald (1952, kapitola 21.11) str. 698:

p**d**(p,n)=x/[x + (n-x+1)F**1**],
kde F**1** je 1- α**1** kvantil F rozdelenia s počtom stupňov voľnosti: 2(n-x+1), 2x a

p**h**(p,n)=[(x+1)F**2**]/[n-x +(x+1)F**2**], kde F**2** je 1- α**2** kvantil F rozdelenia s počtom stupňov voľnosti: 2(x+1), 2(n-x).

Obvykle volíme α**1**= α**2**=α/2.

V tabuľke uvázame prehľad intervalov spoľahlivosti pre vybrané hodnoty p a n pre α**1**= α**2**=α/2=0,05. Okrem dolnej a hornej medze intervalu spoľahlivosti sú uvedené aj diferencie:
d(p,n)=p - p**d**(p,n) a h(p,N)=p**h**(p,n) - p. Potom zrejme platí:
p**d**=p - d a p**h** = p + h.

Tabuľka č. 4: Exaktné hranice intervalov spoľahlivosti

n	d	pd	p	ph	h
100	2,38	0,62	3	8,52	5,52
100	3,36	1,64	5	11,28	6,28
100	5,10	4,90	10	17,62	7,62
100	6,35	8,65	15	23,53	8,53
100	7,33	12,67	20	29,18	9,18
100	8,12	16,88	25	34,66	9,66
100	8,76	21,24	30	39,98	9,98
100	9,67	30,33	40	50,28	10,28
100	10,17	39,83	50	60,17	10,17
500	1,31	1,69	3	4,90	1,90
500	1,74	3,26	5	7,29	2,29
500	2,49	7,51	10	12,97	2,97
500	3,02	11,98	15	18,44	3,44
500	3,42	16,58	20	23,78	3,78
500	3,74	21,26	25	29,04	4,04
500	3,99	26,01	30	34,23	4,23
500	4,32	35,68	40	44,44	4,44
500	4,47	45,53	50	54,47	4,47
1250	0,87	2,13	3	4,10	1,10
1250	1,14	3,86	5	6,36	1,36
1250	1,61	8,39	10	11,80	1,80
1250	1,94	13,06	15	17,10	2,10
1250	2,18	17,82	20	22,33	2,33
1250	2,38	22,62	25	27,50	2,50
1250	2,53	27,47	30	32,63	2,63
1250	2,73	37,27	40	42,78	2,78
1250	2,81	47,19	50	52,81	2,81

d	pd	p	ph	h	**n**
5,52	91,48	97	99,38	2,38	100
6,28	88,72	95	98,36	3,36	100
7,62	82,38	90	95,10	5,10	100
8,53	76,47	85	91,35	6,35	100
9,18	70,82	80	87,33	7,33	100
9,66	65,34	75	83,12	8,12	100
9,98	60,02	70	78,76	8,76	100
10,28	49,72	60	69,67	9,67	100
10,17	39,83	50	60,17	10,17	100
1,90	95,10	97	98,31	1,31	500
2,29	92,71	95	96,74	1,74	500
2,97	87,03	90	92,49	2,49	500
3,44	81,56	85	88,02	3,02	500
3,78	76,22	80	83,42	3,42	500
4,04	70,96	75	78,74	3,74	500
4,23	65,77	70	73,99	3,99	500
4,44	55,56	60	64,32	4,32	500
4,47	45,53	50	54,47	4,47	500
1,10	95,90	97	97,87	0,87	1250
1,36	93,64	95	96,14	1,14	1250
1,80	88,20	90	91,61	1,61	1250
2,10	82,90	85	86,94	1,94	1250
2,33	77,67	80	82,18	2,18	1250
2,50	72,50	75	77,38	2,38	1250
2,63	67,37	70	72,53	2,53	1250
2,78	57,22	60	62,73	2,73	1250
2,81	47,19	50	52,81	2,81	1250

3. Porovnanie exaktných a aproximačných intervalov spoľahlivosti

Hranicu aproximačného intervalu sme počítali pomocou vzťahu:

$i=2\sqrt{((p(1-p)/n)}$.

Vyjadrenie podielových veličín je v percentách. Vzhľadom na to že platia vzťahy:

d(p,n)=h(100-p,n), h(p,n)=d(100-p,n) a i(p)=i(100-p) uvádzame tabuľku iba pre p <= 0,5 resp. 50%.

Tabuľka č. 5: Porovnanie exaktných a aproximačných hraníc intervalov spoľahlivosti

		%	%	%	%	%	%	%	%	%
	p	3	5	10	15	20	25	30	40	50
n	Hranica									
100	d	2,38	3,36	5,10	6,35	7,33	8,12	8,76	9,67	10,17
	h	5,52	6,28	7,62	8,53	9,18	9,66	9,98	10,28	10,17
	i	3,41	4,36	6,00	7,14	8,00	8,66	9,17	9,80	10,00
200	d	1,89	2,58	3,78	4,65	5,31	5,84	6,26	6,85	7,13
	h	3,42	4,00	5,02	5,72	6,22	6,60	6,86	7,15	7,13
	i	2,41	3,08	4,24	5,05	5,66	6,12	6,48	6,93	7,07
500	d	1,31	1,74	2,49	3,02	3,42	3,74	3,99	4,32	4,47
	h	1,90	2,29	2,97	3,44	3,78	4,04	4,23	4,44	4,47
	i	1,53	1,95	2,68	3,19	3,58	3,87	4,10	4,38	4,47
1000	d	0,97	1,27	1,79	2,16	2,44	2,66	2,83	3,05	3,15
	h	1,26	1,54	2,03	2,37	2,62	2,81	2,95	3,11	3,15
	i	1,08	1,38	1,90	2,26	2,53	2,74	2,90	3,10	3,16
1250	d	0,87	1,14	1,61	1,94	2,18	2,38	2,53	2,73	2,81
	h	1,10	1,36	1,80	2,10	2,33	2,50	2,63	2,78	2,81
	i	0,96	1,23	1,70	2,02	2,26	2,45	2,59	2,77	2,83
2000	d	0,70	0,91	1,28	1,54	1,73	1,88	2,00	2,16	2,21
	h	0,84	1,05	1,40	1,64	1,82	1,96	2,06	2,19	2,21
	i	0,76	0,97	1,34	1,60	1,79	1,94	2,05	2,19	2,24
2500	d	0,63	0,82	1,15	1,38	1,55	1,69	1,79	1,93	1,98
	h	0,75	0,93	1,24	1,46	1,62	1,75	1,84	1,95	1,98
	i	0,68	0,87	1,20	1,43	1,60	1,73	1,83	1,96	2,00
5000	d	0,46	0,59	0,82	0,98	1,10	1,20	1,27	1,36	1,40
	h	0,51	0,64	0,87	1,02	1,14	1,22	1,29	1,37	1,40
	i	0,48	0,62	0,85	1,01	1,13	1,22	1,30	1,39	1,41
7500	d	0,37	0,48	0,67	0,80	0,90	0,98	1,04	1,11	1,14
	h	0,41	0,52	0,70	0,83	0,92	1,00	1,05	1,12	1,14
	i	0,39	0,50	0,69	0,82	0,92	1,00	1,06	1,13	1,15
10000	d	0,33	0,42	0,58	0,69	0,78	0,85	0,90	0,96	0,98
	h	0,35	0,45	0,60	0,72	0,80	0,86	0,91	0,97	0,98
	i	0,34	0,44	0,60	0,71	0,80	0,87	0,92	0,98	1,00

Z tabuľky vidno, že pre hodnoty podielu 50% je možno, použiť aproximačný vzťah už pri menších hodnotách n. Pre malé hodnoty p a n sú značné diferencie medzi exaktnými a aproximačnými hranicami a taktiež vidno že exaktné hranice nie sú symetrické. Preto je potrebné pri analýze spoľahlivosti v takýchto prípadoch uvádzať exaktné hranice intervalov spoľahlivosti.

4. Ilustračné príklady

Ústav pre výskum verejnej mienky realizoval výskum názorov obyvateľov SR na životné prostredie. Na ilustráciu využitia exaktných intervalov spoľahlivosti uvažujme pre

rozsah n=1250 odpovede na otázku: Povedzte, prosím, či Vás zaujímajú alebo nezaujímajú otázky ochrany životného prostredia:

Tabuľka č. 6. Frekvenčná tabuľka uvedenej otázky

Odpoveď	relatívna frekvencia v %	d	h	i
veľmi ma zaujímajú	28,2	2,5	2,6	2,6
venujem im priemernú pozornosť	60,5	2,7	2,8	2,8
nazaujímajú ma	11,3	1,6	1,8	1,7

V tabuľke sú uvedené príslušné hranice intervalov spoľahlivosti s koeficientom 95%. Vidno, že už pri frekvenciách nad 10% a väčšom rozsahu výberu možno aplikovať aproximačné hranice intervalov spoľahlivosti.

Iný ilustratívny príklad: Otázka: "Ktoré zložky odpadov triedite?", bola položená len tým respondentom, ktorí majú separovaný zber. Rozsah výberu je n=200.

Tabuľka č. 7. Frekvenčná tabuľka otázky

Odpoveď	relatívna frekvencia v %	d	h	i
papier	29,0	6,3	6,9	6,5
plasty	11,5	3,8	5,0	4,2
pneumatiky	2,9	1,9	3,4	2,4

V tomto prípade pri frekvencii 3% resp. 11,5% je potrebné na posúdenie reliability výsledkov použiť exaktné hranice intervalov spoľahlivosti. Pri frekvencii 29% možno smenšou chybou použiť aproximačné hranice.

Pri praktických aplikáciách nie je nutné počítať exaktné hranice intervalov spoľahlivosti pre každý výsledok zvlášť. Postačí vypočítať tieto hranice pre obvyklé rozsahy n a vybrané hodnoty možných frekvencií.

5. Koeficient spoľahlivosti

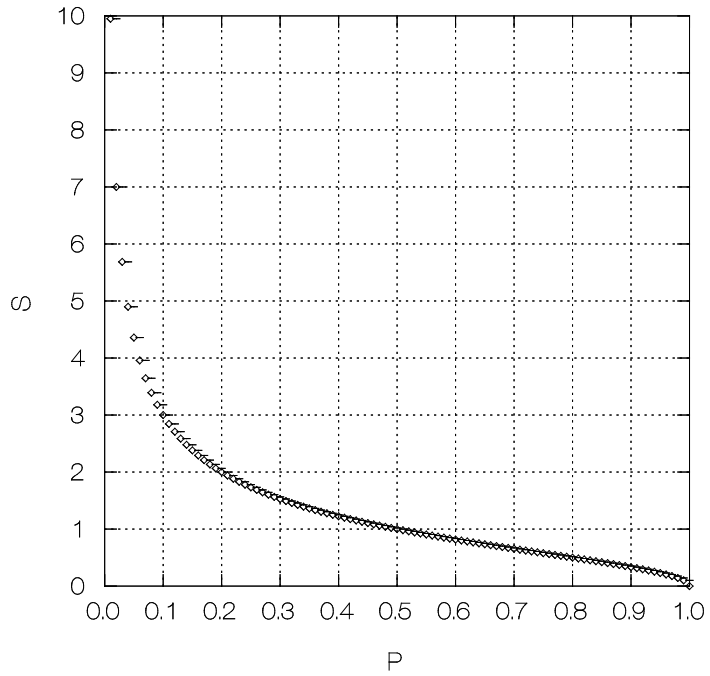
Spoľahlivosť d definovaná v paragrafe 2.a nepostačuje na posúdenie miery spoľahlivosti v závislosti od veľkosti podielu ako aj šírky intervalu spoľahlivosti. Je preto potrebné zaviesť relatívnu mieru spoľahlivosti. Vychádzajúc z analógie s definíciou variačného koeficienta budeme definovať mieru spoľahlivosti pomocou vzťahu:

$$s=d/p=1,96.\sqrt{((1-p)/(p.n))}=1,96.V ,$$

kde V je analóg variačného koeficienta pre podiel.

Hodnoty takto definovaného koeficienta sú z intervalu $(0, \infty)$. Tvar závislosti s ako funkcie p je vidno z grafu č. 2, kde sme namiesto s použili na osi y hodnoty $s.\sqrt{(n)}/1,96$, čo je štandardizovaný koeficient spoľahlivosti, ktorý nezávisí od n, a na osi x sú nanesené hodnoty podielu p .

Graf. č.3: Priebeh hodnôt koeficienta spoľahlivosti v závislosti od hodnoty podielu



Pre stanovenie kritéria , kedy je spoľahlivosť- meraná koeficientom s - postačujúca, resp. primeraná,by sme potrebovali poznať aj rozdelenie pravdepodobnosti tohoto koeficienta. Aproximatívne možno využiť na určenie kritéria pre "primeranú spoľahlivosť" analóg empirického kritéria na posúdenie normality rozdelenia pomocou variačného koeficienta. Napríklad v Lothar Sachs : Statistische auswertungsmethoden, Springer, Berlin 1972, resp v ruskom preklade: Statističeskoje ocenivanije, Statistika, Moskva 1976 v paragrafe 1.3.6.6 je uvedené kritérium: V<1/3. Možeme využiť aj vzťah pre podmienku aproximovateľmosti normálnym rozdelením n.p.q>9. Táto podmienka, po zaokrúhlení hodnoty 1,96 na 2 a po malých algebraických úpravách dáva ako kritérium pre primeranú spoľahlivosť na (úrovni 5%), meranú koeficientom s vzťah:

$s < (2/3).q.$

Na rýchle posúdenie primerenej spoľahlivosti pre malé hodnoty p možno použiť vzťah:

$s < 2/3,$

ktorý vyplýva z podmienky V<1/3 . Tento je však menej prísny.

Prezentáciu výsledkov možno zadať vo forme rozšírenej frekvenčnej tabuľky:

Tabuľka č. 8: Rozšírená frekvenčná tabuľka

Kód	1	2	...	i	...	r	Spolu
Abs. poč.	n1	n2	...	ni	...	nr	n
Podiel (relat.poč.)	p1	p2	...	pi	...	pr	1
Dol. hranica	pd1	pd2	...	pdi	...	pdr	------
Hor. hranica	ph1	ph2	...	phi	...	phr	------
d	d1	d2	...	di	...	dr	-----
s	s1	s2	...	si	...	sr	------

Príklad: Vo výskume názorov občanov SR v decembri 1993 bola o.i. skúmaná dôvera občanov v štátne inštitúcie. Napríklad v prípade tých ktorí sa vyjadrili že nedôverujú , prípadne skôr nedôverujú ako dôverujú vláde SR, bola položená otázka: Ak nedôverujete vláde SR, povedzte prosím prečo. Na otázku bolo možno obpovedať viacerými možmosťami. Po kategorizácii odpovedí bolo stanovených 10 variantov. Vzhľadom na to, že ide o otázku s viac možnými odpoveďami, je v tomto prípade frekvenčná tabuľka vlastne tabuľkou 10 znakov, kde uvažujeme súčet odpovedí na daný variant. Formálne možno túto tabuľku zostaviť ako Tabuľku č. 4. Z tabuľky č. 5 vidno, že vzhľadom na rozsah výberu n=726 možno považovať dosiahnutú spoľahlivosť za primeranú. Hodnoty koeficienta spoľahlivosti s nepresiahli pre žiaden variant hraničnú hodnotu t.j. 2/3 , resp (2/3).q. Na ilustráciu uvádzame konkrétne výsledky pre uvedenú otázku:

Tabuľka č.9: Frekvenčná tabuľka rozšírená o analýzu spoľahlivosti: Príčiny nedôvery respondentov k vláde Slovenskej republiky

Kód	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Spolu**
Abs. poč.	131	237	102	123	54	120	27	77	18	17	726*
Podiel (relat.poč.)	18.04	32.64	14.05	16.94	7.44	16.53	3.72	10.61	2.48	2.34	
Dol. hranica	15.25	29.23	11.52	14.21	5.53	13.83	2.34	8.37	1.35	1.24	
Hor. hranica	20.84	36.06	16.58	19.67	9.35	19.23	5.10	12.85	3.61	3.44	
d	2.80	3.41	2.53	2.73	1.91	2.70	1.38	2.24	1.13	1.10	
s	0.16	0.10	0.18	0.16	0.26	0.16	0.37	0.21	0.46	0.47	

* V tomto prípade n je počet respondentov. Absolútne početnosti variantov predstavujú počty odpovedí!

Legenda:

1- celková neexistencia pozitívnych výsledkov, 2- celkový štýl práce vlády

3- nízka odbornosť členov vlády a ich nevyhovujúce osobnostné kvality

4- presadzovanie osobných (rodinných a priateľských) materiálnych záujmov vládnucich činiteľov, 5- zloženie vlády , 6- nespokojnosť so sociálnou a ekonomickou politikou vlády všeobecne, 7- výhrady voči politike vlády voči jednotlivým spoločenským skupinám a rezortom, 8- nezáujem o život a problémy radových občanov, 9- rôzne iné dôvody nedôvery voči vláde, 10- nedôvera bez konkretizácie dôvodov

Meranie spoľahlivosti pomocou koeficienta s a kritérium primeranej spoľahlivosti s< (2/3).q rieši problém iba čiastočne. Pomocou uvedeného vzťahu možno zostaviť tabuľku minimálnych rozsahov výberu na postačujúcu spoľahlivosť podľa predpokladanej veľkosti podielu p. Táto tabuľka je napr. pre zvolené hodnoty p presne Tabuľka č.1. Na dosiahnutie primeranej spoľahlivosti potrebujeme, teda okrem iného, postačujúci rozsah výberu. Je si však treba uvedomiť, že toto je len jeden z predpokladov spoľahlivosti výsledkov výskumu. Je potrebné zabezpečiť tiež reprezentativitu a validitu dát.

5. Literatúra

1. Agresti A., Coull Ba.: Approximate is better than "Exact" for interval estimation of binomial proportions. The American Statistician. 52:119-126, 1998.
2. Anděl M., Černý R., Charamza P., Neustadt J.: Přehled metod odhadu statistické chyby ve výběrových šetřeních. Informační bulletin České statistické společnosti. Číslo2-3/2004.
3. Hald A.: Statistical Theory with Engineering Applications. Wiley, New York 1952.
4. Herzmann J., Novák I., Pecáková I.: Výzkumy veřejného mínění. Skriptum VŠE Praha, Fakulta informatiky a statistiky, 1995.
5. Chajdiak J.: Štatistika jednoducho. Statis Bratislava 2003.
6. Johnson N.L., Kotz S. Distributions in Statistics. Discrete Distributions. Wiley, New York 1969.
7. Kanderová, M. – Úradníček, V.: Aplikovaná štatistika vo finančno-ekonomickej praxi. OZ Financ, Banská Bystrica 2005.
8. Kanderová, M. – Úradníček, V.: Kvantitatívne metódy vo finančnom riadení firmy I. FF UMB, Banská Bystrica 2000.
9. Kaščáková, A. – Nedelová, G. Možnosti popisu štatistického súboru podľa typu sledovaného znaku. In. Výpočtová štatistika. Zborník príspevkov z 12. medzinárodného seminára. Bratislava: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2003, s. 46-49.
10. Kol.: Názory občanov Slovenska na životné prostredie. Štatistické analýzy a informácie. ŠÚ SR, júl 1995.
11. Likeš J., Laga J.: Základní statistické tabulky. SNTL, Praha 1978.
12. Luha J.: Testovanie štatistických hypotéz pri analýze súborov charakterizovaných kvalitatívnymi znakmi. STV Bratislava, 1985.
13. Luha J.: Meranie spoľahlivosti výsledkov výskumu verejnej mienky. Zborník príspevkov Využitie štatistických metód v sociálno - ekonomickej praxi, EKOMSTAT´94 29.5.-3.6. 1994 Trenčianske Teplice, SŠDS.
14. Luha J.: Exaktné intervaly spoľahlivosti pre podiely. Slovenská štatistika a demografia 1/96.
15. Luha J.: Matematickoštatistické aspekty spracovania dotazníkových výskumov. Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej práci 2003, SŠDS, Bratislava 2003.
16. Motulsky H.: GraphPad PRISM, Version 4.0 Statistical Guide. Statisstical analyses for laboratory and clinical research. 2005. GraphPad Software, Inc. http://www.graphpad.com/
17. Pecáková I.: Statistické aspekty terénních průskumů I. Skriptum VŠE Praha 1995.
18. Sachs L.: Statistische auswertungsmethoden, Springer, Berlin 1972

Klasifikácia krajín na základe zvolených kritérií

Silvia Megyesiová

Abstrakt: V prípade analýzy krajín podľa ich stavu ekonomík nás môže zaujímať rozklad nášho súboru pozorovaných krajín na niekoľko relatívne homogénnych podsúborov, zhlukov a to tým spôsobom, aby si jednotky (objekty, krajiny) v rámci konkrétneho zhluku boli čo najviac podobné a naopak jednotky, krajiny patriace do rôznych zhlukov si boli podobné čo najmenej.
Každá štatistická jednotka, štát je popísaná skupinou štatistických znakov (premenných, kazovateľov).

Kľúčové slová: kriteriálna matica, miery vzdialenosti, zhluková analýza

1. Úvod

Analýza stavu ekonomiky jednotlivých krajín EÚ v konkrétnom období môže veľa napovedať o jej sociálno-ekonomickom stave a môže slúžiť ako nástroj na prijatie rôznych politicko-ekonomických rozhodnutí či už na úrovni národnej resp. na úrovni rozhodovania v rámci štruktúr EÚ a to hlavne vzhľadom k dosahovaniu Lisabonskej stratégie.
Rada Európy v roku 2000 v Lisabone vytýčila pre EÚ strategický cieľ na nasledujúcich 10 rokov a jej hlavným cieľom je stať sa najkonkurenčnejšou a najdynamickejšou, na znalostiach založenou ekonomikou na svete, schopnou zabezpečiť trvalo udržateľný rast ekonomiky prostredníctvom vytvorenia viac a lepšej práce a väčšej sociálnej kohézie [4].
Pre empirický prístup hodnotenia vývoja ekonomiky je typické čo najširšie využívanie výsledkov rôznych druhov pozorovaní skutočného vývoja národného hospodárstva. Všeobecne sa pri analýze strednodobého hospodárskeho cyklu vychádza z hodnotenia hlavne nasledujúcich oblastí:

- využívanie produkčného potenciálu
- stabilita cenovej hladiny vrátane stability menového kurzu
- využívanie disponibilného počtu ekonomicky aktívnych osôb

Podľa autorov literatúry [7] tieto hľadiská sa pri hodnotení krátkodobého vývoja zohľadňujú sledovaním vývoja tempa prírastku hrubého domáceho produktu, miery inflácie, podielu saldo bežného účtu platobnej bilancie na hrubom domácom produkte a miery nezamestnanosti.
Tieto indikátory vyjadrujú skôr orientáciu pri skúmaní, v žiadnom prípade ich nemožno brať ako úplný výpočet toho, čím je sa potrebné zaoberať. Výber ukazovateľov zvolených ku konkrétnej analýze má zodpovedať cieľom, ktoré danou analýzou sledujeme.
Na základe týchto odporúčaní sme zahrnuli do analýzy nasledovné štatistické ukazovatele, kritériá: **A1** – hrubý domáci produkt na obyvateľa v parite kúpnej sily, **A2** – koeficient rastu hrubého domáceho produktu v stálych cenách, **A3** – harmonizovaný index spotrebiteľských cien, **A4** – deflátor hrubého domáceho produktu, **A5** – dlhodobá miera nezamestnanosti v %, **A6** – koeficient rastu celkového počtu zamestnaných, **A7** – tvorba hrubého fixného kapitálu (% z HDP), **A8** – podiel vývozu a dovozu v %, **A9** – verejný dlh (%z HDP).
Vyššie spomenuté štatistické znaky boli zistené u 25 krajín Európskej únie, teda analyzovaný štatistický súbor pozostáva z 25 jednotiek, variant. Všetky štatistické znaky boli zistené za obdobie roku 2003.
Ukazovatele získané za všetky krajiny EÚ zodpovedajú medzinárodne dohodnutému štandardu, ktorý stanovil štatistický úrad EÚ resp. Svetová banka. Z tohto titulu tieto ukazovatele spĺňajú potrebu rovnakého vecného vymedzenia ukazovateľov.

2. Zostavenie kriteriálnej matice

Množina variant, ktorá má konečný počet prvkov, z ktorých každý je charakterizovaný vektorom čísel s hodnotami kritérií resp. ukazovateľov je možné zapísať do tzv. kriteriálnej matice, v ktorej jednotlivé stĺpce zodpovedajú kritériám teda štatistickým znakom $(A_1, A_2, ... , A_k)$ a riadky zodpovedajú hodnoteným variantám, teda hodnoteným štatistickým jednotkám $(X_1, X_2, ... , X_P)$.

Prvky matice označíme y_{ij}, kde $i=1,2, ... , p$ a $j=1,2, ... , k$. Kriterálna matica má potom nasledovný tvar:

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{X_1} \\ \mathbf{X_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{X_p} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mathbf{A_1} & \mathbf{A_2} & \mathbf{.....} & \mathbf{A_k} \end{array} \\ \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & ..... & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & ..... & y_{2k} \\ . & . & ..... & . \\ . & . & ..... & . \\ . & . & ..... & . \\ y_{p1} & y_{p2} & ..... & y_{pk} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (2.1)$$

Matica pozorovaní 2.1 nám umožní sledovať a skúmať štatistický súbor z viacerých aspektov, prihliadajúc k prejavom jeho viacerých vlastností, zobrazených viacerými štatistickými znakmi.

Tab. 1 Pôvodná kriteriálna matica

		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
Belgicko	X_1	25100	1,013	1,015	1,017	3,6	1,001	18,9	107,3	100,0
Cyprus	X_2	17500	1,020	1,040	1,045	1,1	1,011	17,4	93,9	69,8
Česká republika	X_3	14600	1,037	0,999	1,017	3,8	1,018	26,6	91,7	38,3
Dánsko	X_4	26000	1,007	1,020	1,021	1,1	0,991	19,6	105,4	44,7
Estónsko	X_5	10400	1,067	1,014	1,024	4,7	1,015	28,9	85,3	5,3
Fínsko	X_6	24300	1,024	1,013	1,007	2,3	1,000	18,3	110,3	45,3
Francúzsko	X_7	23900	1,008	1,022	1,015	3,7	0,999	18,9	101,0	63,9
Grécko	X_8	17300	1,047	1,034	1,035	5,3	1,014	25,6	80,6	109,3
Holandsko	X_9	25700	0,991	1,022	1,028	1,0	0,996	20,2	104,3	54,3
Írsko	X_{10}	28200	1,037	1,040	1,051	1,5	1,020	23,6	98,7	32,0
Litva	X_{11}	9700	1,097	1,000	1,014	6,1	1,024	21,4	89,0	21,4
Lotyšsko	X_{12}	8700	1,075	1,029	0,989	4,3	1,010	24,4	86,9	14,4
Luxembursko	X_{13}	45700	1,029	1,025	1,021	0,9	1,018	19,8	102,4	7,1
Maďarsko	X_{14}	12800	1,029	1,047	1,078	2,4	1,013	22,5	87,9	56,9
Malta	X_{15}	15500	0,981	1,019	1,025	3,3	0,993	19,9	95,6	71,8
Nemecko	X_{16}	23400	1,000	1,010	1,010	4,5	0,990	17,6	105,7	64,2
Poľsko	X_{17}	9800	1,038	1,007	1,007	10,8	0,988	18,4	95,0	45,4
Portugalsko	X_{18}	15900	0,989	1,033	1,045	2,2	0,996	22,6	87,1	60,1
Rakúsko	X_{19}	26000	1,014	1,013	1,020	1,2	1,001	21,4	99,2	65,4
Slovensko	X_{20}	11100	1,045	1,085	1,026	11,4	1,018	25,7	99,2	42,6
Slovinsko	X_{21}	16300	1,025	1,057	1,009	3,4	0,997	23,9	99,3	29,4
Španielsko	X_{22}	21200	1,029	1,031	1,042	3,9	1,025	27,1	92,2	51,4
Švédsko	X_{23}	24500	1,015	1,023	1,023	1,0	0,998	15,8	113,9	52,0
Taliansko	X_{24}	22700	1,003	1,028	1,030	4,9	1,012	19,2	95,5	106,3
Veľká Británia	X_{25}	25500	1,025	1,014	1,031	1,1	1,009	15,9	95,8	39,7

Zdroj: Eurostat, Svetová banka

Analýza štatistických súborov, v ktorých sú jednotlivé štatistické jednotky popísané niekoľkými štatistickými znakmi poskytuje bohaté možnosti využitia metód viacrozmernej štatistickej analýzy ako i metód viackriteriálneho hodnotenia variant.
Podľa použitých metód viacrozmernej štatistickej analýzy ich môžeme rozčleniť do nasledovných skupín:

- *metódy analýzy vzťahov*, ktoré umožňujú skúmať vzťahy a závislosti medzi jedným a iným štatistickým znakom alebo medzi viacerými štatistickým znakmi navzájom. Do tejto skupiny zaraďujeme nasledovné metódy viacrozmernej štatistickej analýzy: regresná analýza, korelačná analýza, analýza kovariancie, kanonická korelácia
- *metódy zníženia dimenzie*, ktoré umožňujú nahradiť väčší počet pozorovaných štatistických znakov podstatne menším počtom nových, hypotetických premenných. Do tejto skupiny metód zaraďujeme metódu hlavných komponentov, faktorovú analýzu
- *klasifikačné metódy* umožňujúce rozčlenenie súboru do homogénnejších častí, touto problematikou sa zaoberá zhluková analýza a diskriminačná analýza.

3. Zhluková analýza

Úlohou zhlukovej analýzy je teda zaradenie jednotiek do skupín, tried, pričom nepotrebujeme poznať predpoklady a informácie o tvare a type viacrozmerného rozdelenia. Vytvorené zhluky by mali byť kompaktné a navzájom relatívne izolované, teda jednotky z toho istého zhluku by si mali byť podobné, kým jednotky pochádzajúce z rôznych zhlukov by sa svojimi vlastnosťami mali čo najviac líšiť.
Vstupnú dátovú maticu X typu *pxk* s *p* objektmi a *k* ukazovateľmi pomocou zhluhovacích postupov rozložíme do množiny C s celkových počtom *m* zhlukov, do ktorých sme zoskupili objekty pôvodnej matice X.
Všeobecne počet zhlukov *m* sa môže pohybovať od 1 do *p*, avšak praktický význam má taký počet zhlukov, ktorý je menší než počet objektov v našom prípade štátov.
Východiskom konštrukcie modelov zhlukovej analýzy je podobnosť resp. nepodobnosť sledovaných jednotiek, ktoré musíme istým spôsobom kvantifikovať a to buď mierami podobnosti alebo mierami nepodobnosti teda mierami vzdialenosti objektov.

3.1 Miery nepodobnosti objektov

V prvej fáze tvorby modelu zhlukovej analýzy a to hlavne v prípade hierarchických procedúr určíme miery vzdialenosti medzi všetkými dvojicami objektov. Miera nepodobnosti, vzdialenosti objektov na množine X bude nezáporná reálna funkcia, ktorá má nasledujúce vlastnosti:

- $d\left(X_i, X_j\right) \geq 0$ (3.1)
- $d\left(X_i, X_j\right) = d\left(X_j, X_i\right)$ (3.2)
- $d\left(X_i, X_i\right) = 0$ (3.3)
- $d\left(X_i, X_j\right) \leq d\left(X_i, X_x\right) + d\left(X_s, X_j\right)$ (3.4)

Medzi najznámejšie metriky vzdialeností medzi objektmi patria:

a. Euklidovská vzdialenosť objektov Xi a Xj

$$d_1\left(X_i, X_j\right) = \sqrt{\sum_{s=1}^{k}\left(x_{is} - x_{js}\right)^2} \quad (3.5)$$

kde x_{is} - je hodnota s-tej premennej pre i-ty objekt
x_{js} - je hodnota s-tej premennej pre j-ty objekt

b. Hammingova vzdialenosť objektov Xi a Xj

$$d_2(X_i, X_j) = \sum_{s=1}^{k} \left| x_{is} - x_{js} \right| \tag{3.6}$$

c. Mahalanobisova vzdialenosť objektov Xi a Xj

$$d_3(X_i, X_j) = (\mathrm{x_i} - \mathrm{x_j})^T C^{-1} (\mathrm{x_i} - \mathrm{x_j}) \tag{3.7}$$

kde $\mathrm{x_i}$ a $\mathrm{x_j}$ sú k-členné vektory premenných u i-teho a j-teho objektu
C je kovariačná matica

d. Minkovského vzdialenosť objektov Xi a Xj

$$d_4(X_i, X_j) = \sqrt[z]{\sum_{s=1}^{k} \left| x_{is} - x_{js} \right|^z} \tag{3.8}$$

Vyššie uvedené najčastejšie používanie miery vzdialenosti vedú v prvom kroku riešenia úloh zhlukovej analýzy k zostaveniu štvorcovej symetrickej matice vzdialeností $D=(d_{ij})$ typu *nxn*, ktorá má na hlavnej diagonále nuly.
Miery vzdialeností medzi objekty budú tým vyššie, čím sú si dané objekty menej podobné, silne sa navzájom odlišujúce.

3.2 Zhlukovacie procedúry

Jednotlivé zhlukovacie procedúry členíme podľa výpočtového algoritmu:

- hierarchické prodecúry : aglomeratívne
  rozkladové
- sekvenčné, postupné procedúry (metóda k-priemerov, Späthova metóda)

Ďalšie členenie zhlukovacích procedúr je možné uskutočniť podľa apriornej informácie o počte zhlukov:

- počet zhlukom je daný, známy vopred
- počet zhlukov nie je daný vopred a je určený resp. odhadnutý až v procese zhlukovania

Výber vlastnej zhlukovacej procedúry je druhou fázou v procese zhlukovej analýzy. Medzi najčastejšie používané postupy aplikované v zhlukovej analýze patria hierarchické postupnosti rozkladov.
V prípade aglomeratívneho hierarchického postupu sa proces rozkladu začína na úrovni *m* zhlukov, v tomto počiatočnom kroku každý zhluk obsahuje práve jeden objekt a procedúra rozkladu pokračuje zvolenou metódou až kým nedôjde k spojeniu všetkých objektov do jediného zhluku.
Menej používaný je opačný postup v prípade rozkladovej hierarchickej procedúry, ktorej podstatou je na začiatku vytvorenie jediného zhluku obsahujúceho všetky objekty, v každom kroku jeden zo zhlukov sa rozštiepi na dva ďalšie a na konci celého procesu dostávame maximálny počet *m* zhlukov.

3.2.1 Hierarchické zhlukovacie procedúry

Hierarchické procedúry zhlukovania sú založené na nasledujúcich mierach vzdialeností medzi zhlukmi:

1. vzdialenosť najbližších prvkov zhlukov $\mathrm{C_h}$ a $\mathrm{C_r}$ sa využíva pri *metóde najbližšieho suseda*

$$D_1(C_h, C_r) = \min_{X_i \in \mathrm{C_h},\, X_j \in \mathrm{C_r}} \{d(X_i, X_j)\} \tag{3.9}$$

2. vzdialenosť najodľahlejších prvkov zhlukov C_h a C_r sa využíva pri *metóde najvzdialenejšieho suseda*

$$D_2(C_h, C_r) = \max_{X_i \in C_h,\, X_j \in C_r} \{d(X_i, X_j)\} \tag{3.10}$$

3. priemerná vzdialenosť medzi objektmi zhlukov C_h a C_r je využívaná pri *metóde priemernej vzdialenosti* (priemernej väzby)

$$D_3(C_h, C_r) = \frac{1}{n_h n_k} \sum_{X_i \in C_h} \sum_{X_j \in C_r} d(X_i, X_j) \tag{3.11}$$

4. miera vzdialenosti medzi centroidmi (priemermi, ťažiskami) je používaná pri *metóde centroidnej*, pričom k spojeniu dôjde medzi zhlukmi s najnižšou hodnotou vzdialeností priemerov zhlukov

$$D_4(C_h, C_r) = d(\overline{X}_h, \overline{X}_r) \quad \text{kde} \quad \overline{X}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{X_i \in C_h} X_i \;,\; \overline{X}_r = \frac{1}{n_r} \sum_{X_j \in C_r} X_j \tag{3.12}$$

5. vzdialenosť medzi mediánmi dvoch zhlukov je podstatou ďalšej metódy zhlukovania a to *metódy mediánovej*

6. *Wardova metóda* pri spájaní zhlukov vychádza z požiadavky, aby k spojeniu dvoch zhlukov do jedného zhluku zvýšilo vnútrozhlukový súčet štvorcov odchýlok od priemeru zhluku čo najmenej.

Táto metóda je teda založená na princípe minimalizácie heterogenity zhlukov. Výraz vzdialenosti využívanej pri Wardovej metóde možno zapísať v tvare súčinu euklidovskej vzdialenosti medzi centroidmi zhlukov uvažovaných k spojeniu a koeficientu, ktorý závisí na veľkosti zhluku

$$D_5(C_h, C_r) = \frac{n_h n_r}{n_h + n_r} \cdot d^2(\overline{X}_h, \overline{X}_r) \tag{3.13}$$

Wardova metóda má tendenciu k odstraňovaniu malých zhlukov a tvorí zhluky zhruba rovnakej veľkosti, čo je považované z jej výhodu.

3.2.2 Nehierarchické zhlukovacie procedúry

Nehierarchické metódy zhlukovania predpokladajú zadanie počtu zhlukov vopred i keď v priebehu výpočtu sa môžu mieniť.

1. *Metóda k-priemerov (K-Means)* resp. metóda najbližších ťažísk poskytne jediné riešenie pre zadaný počet *m* zhlukov. Postup spájania zhlukov je založený na princípe najbližšieho ťažiska, bodu a objekt je zaradený do zhluku ak je vzdialenosť medzi daným objektom a ťažiskom zhluku najmenšia. Ťažiská zhlukov môžu byť zadané alebo sú určené itaračne zo vstupných údajov.

2. *Späthova metóda* sa radí k tkz. metódam optimálnych stredov teda medoidov. Medoid, optimálny stred zhluku je taký objekt, pre ktorý platí, že priemerná vzdialenosť k ostatným objektom v danom zhluku je minimálna.

Podstatou Späthovej metódy je minimalizácia účelovej funkcie premiestňovania objektu z jedného zhluku do druhého. Začína s počiatočným usporiadaním zhlukov a algoritmus následne nájde lokálne minimum presunu objektu z zhluku do zhluku. Ak sa už nepremiestni žiaden objekt metóda sa ukončí. Účelová funkcia, ktorá sa v tejto metóde používa predstavuje celkovú vzdialenosť medzi všetkými objekty v zhluku definovanú vzťahom:

$$D = \sum_{h=1}^{m} \sum_{i \in c_h} \sum_{j \in c_h} d_{ij} \tag{3.14}$$

kde d_{ij} predstavuje vzdialenosť medzi i-tym a j-tym objektom
C_h charakterizuje súbor všetkých objektov v zhluku h

Pri tejto metóde zhlukovania dochádza k výpočtu štatistiky, ktoré poskytuje informácie o kvalite zhlukovania, jedná sa o tkz. siluetu *s*. Silueta nadobúda hodnoty od -1 po +1. Ak je silueta blízka +1 charakterizuje dobré, vhodné rozdelenie objektov do zhlukov a naopak ak je blízka –1 charakterizuje naprosto nevhodnú štruktúru zhlukovania.

4. Výsledky modelu zhlukovej analýzy

Postup spájania medzi jednotlivými objektmi je zreteľný z grafu 1, teda z dendogramu, stromu, ktorý zodpovedá aglomeratívnemu hierarchckému postupu.

Graf 1 Dendogram Wardovej metódy zhlukovania

```
* * * * * * H I E R A R C H I C A L  C L U S T E R  A N A L Y S I S * * *
* * *


 Dendrogram using Ward Method

                            Rescaled Distance Cluster Combine

      C A S E          0         5        10        15        20        25
 Label            Num  +---------+---------+---------+---------+---------+

 Dánsko             4   òûòø
 Holandsko          9   ò÷ ùòòòø
 Rakúsko           19   òòò÷   ó
 Fínsko             6   òûòòòòòú
 Švédsko           23   ò÷     ùòòòòòòòòòø
 Francúzsko         7   òûòø   ó         ó
 Nemecko           16   ò÷ ùòòò÷         ùòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòòø
 Belgicko           1   òòò÷             ó                              ó
 Luxembursko       13   òòòòòòòòòòòòòòòò÷                              ó
 Malta             15   òòòûòòòòòø                                     ó
 Portugalsko       18   òòò÷     ùòòòòòòòòòø                           ó
 Cyprus             2   òòòòòûòø ó         ó                           ó
 Veľká Británia    25   òòòòò÷ ùò÷         ó                           ó
 Taliansko         24   òòòòòòò÷           ùòòòòòòòòòòòòòòòø           ó
 Írsko             10   òòòòòûòòòø         ó                 ó         ó
 Španielsko        22   òòòòò÷   ùòø       ó                 ó         ó
 Maďarsko          14   òòòòòòòòò÷ ùòòòòòòò÷                 ó         ó
 Grécko             8   òòòòòòòòòòò÷                         ùòòòòòòòòòòò÷
 Česká republika    3   òòòòòûòø                             ó
 Estónsko           5   òòòòò÷ ùòòòòòòòòòòòòòø               ó
 Litva             11   òòòòòòòú               ó             ó
 Lotyšsko          12   òòòòòòò÷               ùòòòòòòòòòòòò÷
 Slovensko         20   òòòòòòòòòòòûòòòø       ó
 Slovinsko         21   òòòòòòòòòòò÷   ùòòòòòòò÷
 Poľsko            17   òòòòòòòòòòòòòòò÷
```

Na základe tabuľky 2 tabuľky môžeme skonštatovať, že rozdelením množiny 25 krajín do siedmich zhlukov dôjde v porovnaní s rozdelením na šesť zhlukov iba k jedinému rozdielu a to konkrétne rozčlenením šiesteho, posledného zhluku, ktorý bol tvorený 3 objektmi na dva zhluky, z toho jeden zhluk jednozložkový a ďalší zhluk s dvoma objektmi.

Tab. 2 Zaradenie krajín EÚ do zhlukov podľa Wardovej metódy

Krajina	8 zhlukov	7 zhlukov	6 zhlukov
Belgicko	1	1	1
Cyprus	2	2	2
Česká republika	3	3	3
Dánsko	1	1	1
Estónsko	3	3	3
Fínsko	1	1	1
Francúzsko	1	1	1
Grécko	4	4	4
Holandsko	1	1	1
Írsko	5	4	4
Litva	3	3	3
Lotyšsko	3	3	3
Luxembursko	6	5	5
Maďarsko	5	4	4
Malta	2	2	2
Nemecko	1	1	1
Poľsko	7	6	6
Portugalsko	2	2	2
Rakúsko	1	1	1
Slovensko	8	7	6
Slovinsko	8	7	6
Španielsko	5	4	4
Švédsko	1	1	1
Taliansko	2	2	2
Veľká Británia	2	2	2

Porovnaním klasifikácie na sedem resp. osem zhlukov opäť vidíme jedinú zmenu a to v rozčlenení štvrtého zhluku, ktorý zahŕňal 4 objekty na dva zhluky, z ktorých je jeden jednozložkový a druhý trojzložkový.

Kým rozdelením množiny krajín do šiestich zhlukov bol vytvorený iba jeden jednozložkový zhluk, v prípade siedmich zhlukov sme mali dva zhluky jednozložkové a ak by sme uvažovali o rozdelení skupiny krajín do ôsmich zhlukov, dostali by sme až tri jednozložkové zhluky.

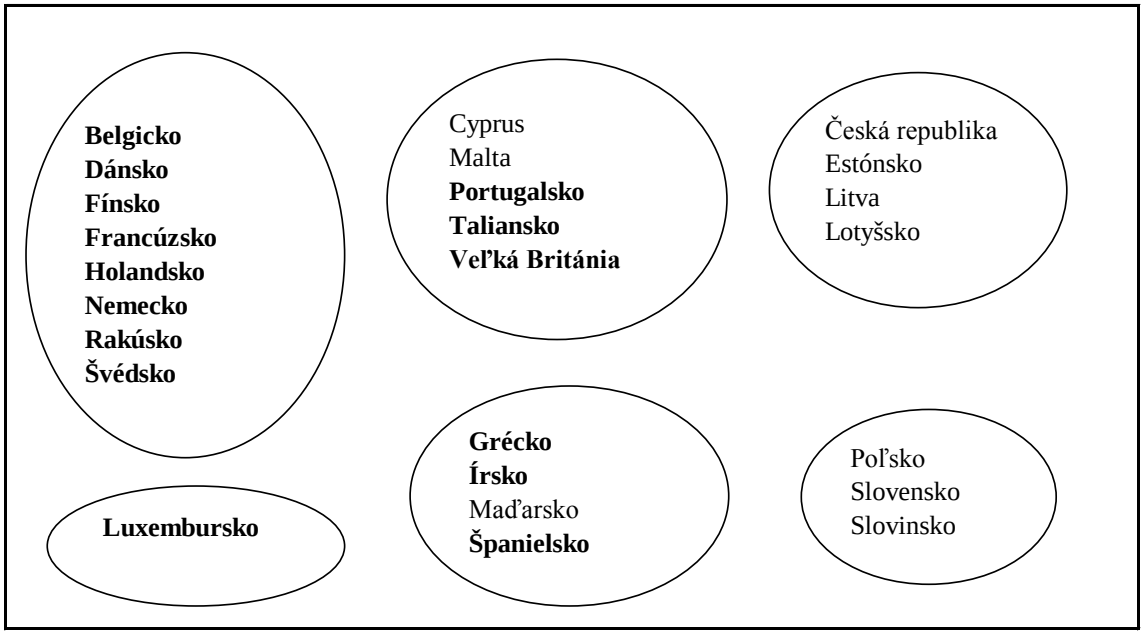
Na základe konštatovania o postupnej tvorbe jednozložkových zhlukov sme sa rozhodli vytvoriť šesť zhlukov (viď obrázok 1), pretože nepovažujeme členenie zhlukov na jednozložkové za optimálne.

Ak sa pozrieme bližšie na vytvorené zhluky, vidíme, že niektoré z nich sú tvorené iba krajinami, ktoré boli členmi EÚ pred rozšírením, niektoré sú tvorené iba krajinami, ktoré sa stali členmi EÚ iba nedávno a iba v prípade dvoch zhlukov došlo k premiešaniu oboch typov krajín.

Prvý zhluk a piaty zhluk sú tvorené iba krajinami pôvodnej tzv. EÚ-15. Tretí a šiesty zhluk sú tvorené iba krajinami, ktoré vstúpili do EÚ v roku 2004. V druhom zhluku sa ekonomický stav nových krajín Cyprus a Malta podobá stavu ekonomík Portugalska, Talianska a Veľkej

Británie. K premiešaniu krajín pôvodnej a rozšírenej EÚ došlo i vo štvrtom zhluku, kam sa z nových krajín EÚ zaradilo Maďarsko.

Obr. 1 Výsledok Wardovej zhlukovacej metódy



Literatúra:

[1] AJVAZJAN, S. - BEŽAJEVOVÁ, Z. - STAROVEROV, O.: Metody vícerozměrné analýzy, Praha, SNTL, 1981

[2] BAKYTOVÁ, H. – BODJANOVÁ, S. – RUBLÍKOVÁ, E.: Viacrozmerná analýza, Bratislava, VŠE, 1990

[3] BAKYTOVÁ, H. - PAŽITNÁ, M.: Metódy štatistického porovnávania, Bratislava, EU, 1995

[4] CÁR, M.: Štrukturálne ukazovatele ako dôležitý nástroj hodnotenia plnenia tzv. Lisabonskej stratégie, Slovenská štatistika a demografia, 2/2004, s. 3 – 13, 2004

[5] FIALA, P. - JABLONSKÝ, J. - MAŇAS, M.: Vícekriteriální rozhodování, Praha, VŠE, 1994

[6] HEBÁK, P. - HUSTOPECKÝ, J.: Vícerozměrné statistické metody s aplikacemi, Praha, SNTL, 1987

[7] JÍLEK, J.: Metody mezinárodního srovnávaní, Praha, VŠE, 1996

[8] KANDEROVÁ, M. – ÚRADNÍČEK, V: Aplikovaná štatistika vo finančno-ekonomickej praxi. OZ Financ, Banská Bystrica 2005.

Autor:
Ing. Silvia Megyesiová
Ekonomická univerzita v Bratislave
Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach
Tajovského 13, 041 30 Košice
megyesiova@euke.sk

Odhad Cobb – Douglasovej produkčnej funkcie vybraného slovenského podniku

Pavol Kráľ, Gabriela Nedelová

Abstract: Kvantitatívne metódy analýzy ekonomických systémov patria medzi základné metódy nachádzajúce široké uplatnenie v praxi na makro- i mikroekonomickej úrovni. Kým aplikácie ekonometrických metód pri kvantitatívnej analýze veľkých ekonomických celkov sú nespochybniteľné, ich použitie na podnikovej úrovni je menej obvyklé. V našej práci sme aplikovali ekonometrické metódy na zostavenie jednorovnicového ekonometrického modelu produkcie konkrétneho podniku.

Úvod

Ekonometrické modelovanie sa tradične považuje za prostriedok štúdia makroekonomických javov a v ostatnom období predmetom ekonometrického modelovania sa stávajú odvetvia aj podniky. Skúmajú sa najmä vplyvy externých podmienok na výkonnosť firiem. Na úrovni národných ekonomík je dopyt po kvantitatívnych analýzach a predikciách založených na ekonometrickom modelovaní inštitucionalizovaný a legislatívne zakotvený, ale na podnikovej úrovni použitie ekonometrických metód závisí od záujmu vedenia podniku. Ďalším limitujúcim faktorom sú obmedzenia vyplývajúce z podstaty štatistických metód. V našom článku sme sa zamerali na Cobbovu – Douglasovu produkčnú funkciu. Pokúsime sa ňou popísať transformačný proces vybraného podniku a pretože chceme zachytiť aj vplyv technického pokroku na vývoj produkcie v čase, vybrali sme dynamický model.

Dynamická Cobbova – Douglasova produkčná funkcia

Zobrazením dynamického vzťahu medzi objemom produkcie a vývojom objemu kapitálu, práce a nespredmetneného technického pokroku je dynamická Cobbova – Douglasova produkčná funkcia $Y = aK^{\alpha}L^{\beta}\,\mathrm{e}^{rt}$. Predpokladajme, že efekt z rozsahu výroby je konštantný a teda platí $\alpha + \beta = 1$. Na základe poskytnutých údajov z výkazov Bilancia a Výkaz ziskov a strát z obdobia rokov 1993-2004 sme pomocou štatistického softvéru R odhadli parametre regresnej funkcie.

Odhadnutá produkčná funkcia je v tvare

$$\ln\left(\frac{PRIDH_t}{ZAMEST_t}\right) = -0,3630 - 0,1040\ln\left(\frac{CK_t}{ZAMEST_t}\right) + 0,1778t$$

(0,6687) (0,4400) (0,0589)

$R^2 = 0,897$ p-hodnota = 0

Napriek tomu, že koeficient determinácie je významný, hypotézu o štatistickej nevýznamnosti jednotlivých regresných parametrov (okrem premennej *t*) nie je možné zamietnuť, čo môže byť dôsledkom multikolinearity vysvetľujúcich premenných (štatistika Farrara a Glaubera = 4,304; kritická hodnota χ^2-rozdelenia $\chi^2_{0,05;1} = 3,84$; index podmienenosti = 11,27). Metóda najmenších štvorcov je v prípade multikolinearity nestabilná a môže skreslovať odhady parametrov modelu. Jednou z metód, ktorá sa používa v prípade multikolinearity je hrebeňová regresia. Pri hrebeňovej regresii sa premenné znormujú a odhad parametrov je $\boldsymbol{b} = \left(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$. Konštanta λ sa vyberá z intervalu $\langle 0,1\rangle$, najmenšie číslo, ktoré stabilizuje odhad ***b***. Odhady touto metódou sú vychýlené, ale majú podstatne menší rozptyl (Faraway, 2002, s. 120-123), (Maddala, 2001, s. 299). Použili sme konštantu λ = 0,3386 (zvolená v programovom balíku NCSS):

Ridge vs. Least Squares Comparison Section for k = 0.338623

Independent Variable	**Regular Ridge Coeff's**	**Regular L.S. Coeff's**	**Stand'zed Ridge Coeff's**	**Stand'zed L.S. Coeff's**	**Ridge Standard Error**
Intercept	-0.972601	-0.3630228			
t	8.241118E-02	0.1778361	0.4739	1.0227	1.753535E-02
					5.888928E-02
lnCK_ZAM	0.4277562	-0.1039665	0.3292	-0.0800	0.1310302
	0.4400409				
R-Squared	0.7419	0.8971			
Sigma	0.3521	0.2224			

Ridge Regression Coefficient Section for k = 0.338623

Independent Variable	Regression Coefficient	Stand'zed Standard Error	Regression Coefficient	VIF
Intercept	-0.972601			
t	8.241118E-02	1.753535E-02	0.4739	0.3546
lnCK_ZAM	0.4277562	0.1310302	0.3292	0.3546

Analysis of Variance Section for k = 0.338623

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F-Ratio	Prob Level
Intercept	1	3.662333	3.662333		
Model	2	3.207592	1.603796	12.9330	0.002256
Error	9	1.116071	0.1240079		
Total(Adjusted)	11	4.323664	0.3930603		
Mean of Dependent		0.552444			
Root Mean Square Error		0.3521475			
R-Squared		0.7419			
Coefficient of Variation		0.6374357			

$$\ln\left(\frac{PRIDH_t}{ZAMEST_t}\right) = -0,9726 + 0,4278\ln\left(\frac{CK_t}{ZAMEST_t}\right) + 0,0824t$$

(0,13103) (0,0175)

$R^2 = 0,742$ p-hodnota = 0,0023

Cobbova-Douglasova produkčná funkcia má po spätnej transformácii tvar

$$PRIDH_t = 0,3781 CK_t^{0,4278} ZAMEST_t^{0,5722}\, e^{0,08241t}$$

Regresné parametre funkcie sú štatisticky významné a ekonomicky interpretovateľné:

Parametre $\alpha = 0,4278$ a $\beta = 0,5722$ sú koeficientami relatívnej elasticity (koeficienty pružnosti). Pri náraste celkového kapitálu o jedno percento, objem pridanej hodnoty rástol o 42,78 percenta a ak počet zamestnancov v podniku rástol o 1 percento, pridaná hodnota rástla o 57,22 percenta za predpokladu, že ostatné podmienky zostali nezmenené. Súčet koeficientov

relatívnej pružnosti vyjadruje efekt z rozsahu výroby. Ten je pre model, v ktorom $\alpha + \beta$ je rovné jednej, konštantný, model abstrahuje od stelesneného technického pokroku.

Parameter $r = 0{,}0824$ vyjadruje nestelesnený technický pokrok. Nestelesnený technický pokrok je výsledkom kvalitatívnych zmien vo využívaní výrobných zdrojov (intenzita práce, organizácia, atď.). Je to tá časť relatívneho prírastku produkcie, ktorá sa dosahuje za predpokladu kvalitatívnej a kvantitatívnej nemennosti výrobných faktorov. V dôsledku nestelesneného technického pokroku pridaná hodnota rastie o 8,24 %, pri nezmenenej úrovni ostatných vstupných faktorov (práca, kapitál).

Efektívnosť využitia kapitálu a živej práce určuje marginálny produkt, ktorý vyjadruje zmenu vysvetľovanej premennej vyvolanú jednotkovou zmenou vysvetľujúcej premennej. Po dosadení údajov z výkazov podniku za rok 2004 sme dostali:

$$m_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = a\alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} \, \mathrm{e}^{rt} = 0{,}3781 \cdot 0{,}4278 CK^{0{,}4278-1} ZAMEST^{0{,}5722} \, \mathrm{e}^{0{,}08241t} = 0{,}0759$$

$$m_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = a\beta K^{\alpha} L^{\beta-1} \, \mathrm{e}^{rt} = 0{,}3781 \cdot 0{,}5722 CK^{0{,}4278} ZAMEST^{0{,}5722-1} \, \mathrm{e}^{0{,}08241t} = 1{,}9106$$

Podľa hypotézy vyjadrenej modelom, v roku 2004 zvýšenie objemu celkového kapitálu o milión Sk zvýšilo pridanú hodnotu o 75,9 tisíca Sk a zvýšenie počtu zamestnancov o jedného zväčšilo objem pridanej hodnoty o 1,91 mil. Sk.

Marginálna miera substitúcie zamestnancov kapitálom v roku 2004 zistená zo vzťahu $R_{LK} = -\frac{\mathrm{d}\, L}{\mathrm{d}\, K} = \frac{m_K}{m_L} = \frac{\alpha L}{\beta K}$ je 0,0397, teda zvýšenie kapitálu o milión Sk umožňuje znížiť počet zamestnancov o 0,0397 alebo zvýšenie počtu zamestnancov o jedného nahradí 25,18 mil. Sk z objemu celkového kapitálu. Elasticita substitúcie σ je pre Cobbovu – Douglasovu funkciu rovná jednej a teda sa predpokladá plynulá substitúcia výrobných vstupov.

Záver

Ekonomické ukazovatele konkrétneho veľkého podniku sme použili s cieľom analyzovať vzťahy medzi ukazovateľmi v transformačnom procese podniku. Údaje sme získali z výkazov Bilancia a Výkaz ziskov a strát z obdobia rokov 1993-2004. Sústredili sme sa na analýzu transformačného procesu, ktorý sme opísali jednorovnicovým ekonometrickým modelom. Výsledky modelovania vývoja pridanej hodnoty v analyzovanom podniku potvrdzujú jej závislosť na faktore času, v ktorom sú agregované faktory stelesneného i nestelesneného technického pokroku. V uvedenom období prechádzal podnik významnými zmenami, ktoré sa prejavovali transformáciou vlastníckych vzťahov a zásadnými inováciami a investíciami v oblasti výrobných prostriedkov.

Ekonometrické modely je možné použiť na podnikovej úrovni v podmienkach slovenskej ekonomiky. Od cieľa analýzy závisí, ktoré ukazovatele sa do modelu zahrnú. Ich tvorbu je žiadúce prispôsobiť konkrétnym potrebám a možnostiam podniku.

Predmetom nášho budúceho výskumu bude model nespĺňajúci podmienku, že súčet parametrov regresných parametrov $\alpha + \beta = 1$, ďalej produkčná funkcia typu CES (s konštantnou elasticitou) a ich vzájomné porovnanie.

LITERATÚRA

1. ANDĚL, J. 1976. Statistické metody. Praha: SNTL, 1976. ISBN 04-017-78
2. FICZOVÁ, I. – SEDLÁČEK, J. – ÚRADNÍČEK, V.: Finančno-ekonomická analýza podniku – I. časť. OZ Financ, Banská Bystrica 2002. 185 s. ISBN: 80-968702-1-1
3. CHAJDIAK, J. 2004. Ekonomická analýza stavu a vývoja firmy. Bratislava: Statis 2004. ISBN 80-85659-32-8
4. KANDEROVÁ, M. – ÚRADNÍČEK, V: Kvantitatívne metódy vo finančnom riadení firmy I. FF UMB, Banská Bystrica 2000, 205 s. ISBN 80-89029-01-9
5. LESÁKOVÁ, Ľ. 2001. Ekonomicko–finančná analýza podniku. Banská Bystrica: Ekonomická fakulta UMB, 2001. ISBN 80-8055-490-0
6. MADDALA, G. S. 2001. Introduction to Econometrics. Chichester: Wiley, 2001. ISBN 0-471-49728-2

7. ÚRADNÍČEK, V. 1997. Štatistika a úvod do ekonometrie – II. časť. Úvod do ekonometrie. Banská Bystrica : FF UMB, 1997. 92 s. ISBN 80-8055-088-3

8. FARAWAY, J. J. 2002. Practical regression and Anova using R. www.stat.lsa.umich.edu/~faraway/book

Pavol Kráľ

Gabriela Nedelová

Ekonomická fakulta

Univerzita Mateja Bela

Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica

email: pavol.kral@umb.sk, gabriela.nedelova@umb.sk

Metódy výpočtu poistného v prípade konštantných a stochastických úrokových mier

Ladislava Olšarová[1]

Abstrakt: Príspevok sa zaoberá metódou výpočtu jednorázového poistného (zanedbáme výdavky poisťovne) v prípade konštantných a stochastických úrokových mier. Uvedieme dva modely a spôsob výpočtu poistného pre prípad, že poistku uzavrie *m* poistencov.

Kľúčové slová: poistné, úrokové miery, budúca dĺžka života, zisk

Model s konštantnými úrokovými mierami

Nech K_i, $i = 1,2,...,m$, označuje skrátenú dĺžku budúceho života i – tej osoby. Predpokladajme, že m poistencov v rovnakom veku x uzavrelo poistku na dožitie n rokov s poistnou sumou 1Sk, ktorá bude vyplatená na konci roka, v ktorom nastalo úmrtie poistenca. Výšku ročného predlehotného poistného označme P_x.

Ďalej predpokladajme, že úroková miera I je konštantná. Súčasná hodnota zisku poisťovne z uzavretých poistiek je náhodná premenná Z_1 definovaná ako

$$Z_1 = \sum_{i=1}^{m} f(K_i),$$

kde $f(K_i) = P_x \ddot{a}_{\overline{K_i+1|}} - v^{K_i+1}$, ak $K_i < n$,

$= P_x \ddot{a}_{\overline{n|}} - v^n$, ak $K_i \geq n$,

kde P_x označuje jednorázové poistné, $v = \frac{1}{1+i}$. Pre funkciu $f(K_i)$ potom platí:

$$f(K_i) = \frac{P_x(1 - g(K_i))}{1 - v} - g(K_i),$$

kde $g(K_i) = v^{K_i+1}$, ak $K_i < n$,

$= v^n$, ak $K_i \geq n$.

Strednú hodnotu zisku poisťovne zo všetkých *m* poistiek vypočítame ako

$$E[Z_1] = n.E[f(K_i)] = n.(P_x \ddot{a}_x - A_x).$$

Pre disperziu dostávame vzťah

[1] Mgr. Ladislava Olšarová, Katedra kvantitatívnych metód a informatiky, Ekonomická fakulta, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, ladislava.olsarova@umb.sk

$$D[Z_1] = n.D[f(K_i)] = n.\left(1+\frac{P_x}{1-v}\right)^2 \left({}^2A_x - (A_x)^2\right).$$

Pre dostatočne veľké n ($n \geq 50$) má Z_1 normálne rozdelenie. Hodnotu poistného P_x určíme tak, aby s vysokou pravdepodobnosťou (≥ 0.95) bolo Z_1 nezáporné. Ľahko sa dá ukázať, že

$$P_x = \frac{A_x + u(1-p)\gamma/\sqrt{n}}{\ddot{a}_x - \frac{u(1-p)\gamma}{d\sqrt{n}}},$$

kde $d = 1\text{-}v$, $\gamma = \sqrt{{}^2A_x - (A_x)^2}$ a $u(1-p)$ je kritická hodnota normálneho rozdelenia.

Mieru rizika poisťovne z uzatvorených poistiek vyjadruje koeficient $\frac{\sqrt{D(Z_1)}}{E(Z_1)}$.

Model so stochastickými úrokovými mierami

Predpokladajme teraz, že úroková miera v roku k = 1,2,3,...,n je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty I_k s pravdepodonosťou p_k. Postupnosť $\{I_k\}_{k=1}^n$ je postupnosť nezávislých rovnako rozdelených náhodných premenných. Potom súčasná hodnota 1Sk v čase t je náhodná premenná

$$\frac{1}{1+I_1}\frac{1}{1+I_2}\cdots\frac{1}{1+I_t} = \prod_{k=1}^{t}(1+I_k)^{-1}.$$

Súčasná hodnota zisku poisťovne z *i*-tej poistky sa potom rovná

$$h(K_i) = P_x\left(1+\sum_{j=1}^{\min(K_i,n-1)}\prod_{k=1}^{j}\frac{1}{1+I_k}\right) - \prod_{k=1}^{\min(K_i+1,n)}\frac{1}{1+I_k},$$

ktorá predstavuje rozdiel medzi príjmami a výdavkami poisťovne, t.j. súčasnou hodnotou poistného a súčasnou hodnotou poistnej sumy (1Sk). Celkový zisk poisťovne zo všetkých poistiek potom bude

$$Z = \sum_{i=1}^{m} h(K_i).$$

Ak položíme strednú hodnotu zisku rovnú nule, dostaneme vzťah pre poistné P_x. Odtiaľ

$$0 = E\left[\sum_{i=1}^{m} h(K_i, P_x)\right] = P_x\left(1+E\left[\sum_{j=1}^{min(K_i,n-1)}\prod_{k=1}^{j}\frac{1}{1+I_k}\right]\right) - E\left[\prod_{k=1}^{min(K_i+1,n)}\frac{1}{1+I_k}\right],$$

a teda vzťah pre výšku poistného má tvar:

$$P_x = \frac{E\left[\prod_{k=1}^{\min(K_i+1,n)} \frac{1}{1+I_k}\right]}{1+E\left[\sum_{j=1}^{\min(K_i,n-1)} \prod_{k=1}^{j} \frac{1}{1+I_k}\right]}.$$

Numerické výsledky ukazujú, že

- stredné hodnoty náhodných premenných Z_1 a Z_2 sú blízke, ale nerovnajú sa,
- pre disperzie platí: $D(Z_2) > D(Z_1)$,
- pre $m \to \infty$ sa koeficient variácie v modeli s konštanými úrokovými mierami blíži k nule, t.j. $\frac{\sqrt{D(Z_1)}}{E(Z_1)} \to 0$.
- s rastúcim počtom poistiek sa zvyšujú aj disperzie náhodných premenných Z_1 a Z_2.

Referencie:

[1] Bilíková, M.: *Spojité metódy v poistnej matematike*. Vydavateľstvo EKONÓM. Bratislava 2003.

[2] Bilíková, M.- Sekerová, V.: *Poistná matematika*. Vydavateľstvo EKONÓM. Bratislava 2000.

[3] Booth, P.- Chadburn, R.- Cooper, D.- Haberman, S.- James, D.: Modern Actuarial Theory and Practice. Chapman & Hall/CRC, London 2004.

[4] Forfar, D.O. – Waters, H.R.: *A stochastic approach to life contingencies*. Institute of Actuaries.

[5] Gerber, H.: *Life Insurance Mathematics*. 3th edition. Springer-Verlag, Berlin 1997.

[6] Potocký, R.: *Stochastické metódy v poisťovníctve*. Zborník z konferencie Štatistické metódy v bankovníctve, finančníctve a poisťovníctve. Donovaly 1996.

Alternatívny model merania veľkosti daňových únikov a tieňovej ekonomiky

Marta Orviská[1]

Abstract: The paper makes two contributions. Firstly, we present an alternative approach to measurement of the shadow economy and tax evasion based on asking people indirect questions, the answers to which provide insights into the shadow economy.. The Eurobarometer survey data are used to analyze this problem using hypothetical questions The indirect questions relate to knowledge of and concern with the shadow economy and tax evasion. Eurobarometer survey data primarily on the transition countries of central and eastern Europe indicates that knowledge of the shadow economy is greater for men and in major towns and increases with both age and education. Concern is also linked to these variables. We have argued that those who are aware of the shadow economy but are not concerned about it are likely participants and regression analysis suggests that they tend to be dissatisfied with democracy. In terms of occupation, people who travel and farmers and fisherman are also identified as likely participants. Secondly, we also use regression analysis to provide estimates of the relative size of the shadow economy in different countries.

JEL classification: H26; K42
Keywords: Shadow economy, Tax evasion, Regression Analysis

V skúmaní tieňovej ekonomiky existuje veľké množstvo problémov a otvorených otázok, pretože jej samotná existencia je tieňová a nejasná. Táto skutočnosť vysvetľuje aj množstvo odlišných prístupov k jej definovaniu, meraniu, analýze jej dosahov a determinantov. Niekedy sa tento pojem používa na označenie všetkých transakcií, ktoré nie sú zahrnuté do oficiálnych štatistík, vrátane produkcie v rámci domácností (Feige, 1979, Carter, 1984). Iní autori pod tieňovou ekonomikou chápu aktivity, ktoré by mali byť zaznamenané, a teda aj zdaňované, ale nie sú, pretože buď sú deklarované čiastočne, alebo vôbec nie sú deklarované (Tanzi, 1980). Smith (1994) definuje tieňovú ekonomiku ako "trhovo orientovanú produkciu statkov a služieb, legálnych alebo nelegálnych, ktorá je skrytá v oficiálnych odhadoch hrubého domáceho produktu". Schneider (2000) cituje ďalšiu definíciu, ktorú pripisuje niekoľkým autorom, vysvetľujúcim tieňovú ekonomiku ako "tie ekonomické aktivity a dôchodky od nich odvodené, ktoré obchádzajú vládne nariadenia, zdaňovanie alebo meranie alebo im inak unikajú". Preto sa významná časť tieňovej ekonomiky týka práve oblasti daňových únikov. Schneider pokračuje tvrdením, že nie je možné jednoznačne a presne definovať tieňovú ekonomiku, pretože "sa prispôsobuje zmenám v daniach, sankciám zo strany daňových inštitúcií a všeobecným morálnym postojom." Z určitého hľadiska v prípade daňových únikov je pravda, že čo nie je daňovým únikom v tomto roku, môže byť daňovým únikom nasledujúci rok. Avšak ignorujúc nie celkom jasné hranice medzi vyhýbaním sa plateniu daní a nelegálnym únikom, definícia toho, čo znamená nelegálny únik, je jasná vo väčšine prípadov v akomkoľvek časovom období. Je možné súhlasiť s tým, že legislatívne systémy krajín sú odlišné a porovnávanie činností spadajúcich pod tieňovú ekonomiku vykonané s odstupom času, je problematické.

Daňové úniky a tieňová ekonomika predstavujú problém pre mnohé nielen rozvojové krajiny, ale aj krajiny s rozvinutou trhovou ekonomikou. Občania dodržiavajúci zákony sa stretávajú s problémom, či budú platiť vyššie dane, ako by mali, alebo či im budú

[1] Ing. Marta Orviská, PhD., Ekonomická fakulta UMB, Tajovského 10, 974 01 Banská Bystrica, Slovak Republic, email: marta.orviska@umb.sk

poskytované verejné statky a služby na nižšej kvalitatívnej úrovni, alebo nastanú oba prípady. Nečestné správanie je zárodkom ďalšieho nečestného správania a daňové úniky môžu viesť občanov k ďalším nelegálnym aktivitám.

Merať a vyčísliť rozsah daňových únikov a tieňovej ekonomiky je možné iba nepriamymi metódami, ktoré môžeme nájsť u Schneidera a Ensteho (2000), Schneidera (2004) a Eilata a Zinessa (2002). S metódami merania tieňovej ekonomiky sa môžeme stretnúť aj v prácach Dixona (1999), Bhattacharyya (1999), Tanziho (1999), Thomasa (1999), Gilesa(1999) a ďalších. Špecifikami tieňovej ekonomiky a daňových únikov v transformujúcich sa krajinách, vrátane Slovenskej republiky sa zaoberá Lacko (1996, 1998,2000). Hanousek a Palda (2004), Bednárik, Danihel a Sihelský (2003).

Rôzne odhady veľkosti rozsahu tieňovej ekonomiky sú vyjadrené v tabuľke č. 1.

Tabuľka 1*:* Rôzne odhady tieňovej ekonomiky vo vybraných krajinách

Autor	S – E*	Schneider**	RIW-GM***	E-Z****
Štát				
Bulharsko	36,9 %	38,3 %	22 % – 30 %	70 %
Česká republika	19,1 %	20,1 %	9 % – 10 %	23 %
Maďarsko	25,1 %	26,2 %	18 %	37 %
Lotyšsko	39,9 %	41,3 %	18 %	39 %
Litva	30,3 %	32,6 %	15 % – 19 %	11 %
Poľsko	27,6 %	28,9 %	14 %	13 %
Rumunsko	34,4 %	37,4 %	21 %	24 %
Slovenská republika	18,9 %	20,2 %	13 % – 15 %	18 %
Slovinsko	27,1 %	29,4 %	17 %	34 %
Turecko	32,1 %	34,3 %		
USA	8,7 %	8,4 %		
Veľká Británia	12,7 %	12,2 %	2 %	
Nemecko	16,0 %	16,8 %	6 %	
Švédsko	19,2 %	18,3 %	3 %	
Filipíny	43,4 %	45,6 %		

Zdroj: Zostavené podľa
*Schneider a Enste (2000),
** Schneider (2004),
*** Renoy, Ivarsson, Wusten-Gritsai a Meijer (2004),
**** Eilat a Zinnes (2002).

V ďalšej časti analýzy budeme prezentovať alternatívny prístup založený na nepriamych otázkach položených vybranej vzorke respondentov. Ich odpovede nám umožnia pochopiť problematiku zapojenia sa občanov do tieňovej ekonomiky, a teda nepriamo umožnia odhadnúť jej veľkosť. Netvrdíme, že táto technika je lepšia než iné alternatívy, avšak v oblasti, kde sú dokonalé merania nemožné, každá dodatočná metóda a každá dodatočná informácia pomáha kompletnejšie pochopiť problém.

Prvá skupina otázok sa týkala vedomostí o tieňovej ekonomike, ktoré súvisia s pravdepodobnosťou získania informácií o tieňovej ekonomike. Úroveň poznatkov o tieňovej ekonomike závisí od frekvencie informácie a čiastočne aj od motivácie a schopnosti jednotlivca získať túto inormáciu. Motivácia bude závisieť od dosahu tieňovej ekonomiky na jednotlivca. Zvyčajne tí, ktorí platia vyššie dane, a teda sú viac zaťažení daňou, budú viac ovplyvňovaní tieňovou ekonomikou, a to najmä vtedy, ak sa vláda snaží kompenzovať nižšie príjmy zvyšovaním daňových sadzieb. Vedomosti o tieňovej ekonomike nám môžu podať obraz o rozsahu tieňovej ekonomiky v krajine. Teda ak spojíme vedomosti o tieňovej ekonomike u i-teho jednotlivca (K_i) s vektorom sociálno-ekonomických charakteristík

jednotlivca ($\mathbf{X}_i$) a formálnymi premennými týkajúcimi sa daných krajín, potom veľkosť relatívnych koeficientov v regresii formálnych premenných bude zobrazovať veľkosť tieňovej ekonomiky v relatívnom vyjadrení.

$$K_i = f(\mathbf{X}_i) + \text{formálna premenná krajiny} \qquad (1.7)$$

kde: K_i sú vedomosti o tieňovej ekonomike i-teho jednotlivca,
$\mathbf{X}_i$ – vektor sociálno-ekonomických charakteristík jednotlivca.

Špecifikám tohto odhadu vyjadreného rovnicou (1.7) venujeme pozornosť v tretej kapitole.

Uvedené premenné môžu tiež odzrkadľovať všeobecnú úroveň informácií v médiách. Preto budeme brať do úvahy aj sekundárnu vysvetľujúcu premennú, týkajúcu sa obáv z tieňovej ekonomike. Charakter tejto premennej sa odlišuje od premennej reprezentujúcej vedomosti o tieňovej ekonomike. Poznatky o existencii niečoho nemusia vždy vyvolávať obavy, rovnako ako vyvolanie obáv môže byť spôsobené nedostatkom konkrétnych vedomostí. Predpokladáme tiež, že obavy z dosahov tieňovej ekonomiky na jednotlivca sú väčšie u bohatších občanov, pretože bez ohľadu na to, či sa vyhýbajú plateniu daní alebo nie, ich individuálne daňové zaťaženie je najvyššie. Taktiež spotrebitelia verejných statkov a služieb môžu mať väčšie obavy z tieňovej ekonomiky, a teda je možné predpokladať, že starší ľudia majú väčšie obavy než ostatní. Nepriamy účinok má aj strach ľudí z úpadku spoločnosti a obavy zo zhoršenia právnej situácie a poriadku v krajine. Aj vzdelanejší ľudia viac vnímajú protikladné dôsledky, ktoré prináša spoločnosti neefektívne fungujúci verejný sektor a zhoršenie úrovne nedodržiavania práva a spoločensky prijatých noriem. Dôležitý je aj rodinný stav, pretože je možné predpokladať, že vydaté ženy alebo ženatí muži sú viac pripútaní k spoločnosti a jej normám v porovnaní so slobodnými.

V našej analýze formálne premenné krajiny predstavujú rozsah daňových únikov a budeme predpokladať, že čím väčší je problém daňových únikov v krajine, tým väčšie budú obavy z nich. Musíme pripomenúť, že tieto premenné nebudú jednoznačným vyjadrením veľkosti tieňovej ekonomiky. Keďže občania majú vybrať problém z ponúkaného zoznamu, je možné predpokladať, že respondenti v krajine s mnohými ďalšími vážnymi problémami budú menšiu váhu prikladať problémom vznikajúcim v súvislosti s existenciou tieňovej ekonomiky.

V našom príspevku najskôr predstavíme databázu údajov, na ktorej bola naša analýza založená, prejdeme k empirickým výsledkom, ktoré analyzujú vedomosti a obavy z tieňovej ekonomiky a napokon prestavíme naše závery.

Tabuľka 2: Poznatky o tieňovej ekonomike a daňových únikoch a obavy z nich (v %)

	Bulharsko	Cyprus	Česká republika	Estónsko	Maďarsko	Lotyšsko	Litva	Malta	Poľsko	Rumunsko	Slovensko	Slovinsko	Turecko	Priemer
Obavy z defraudácie štátu														
Obáva sa	44,40	44,20	52,10	33,14	48,28	56,24	44,63	70,40	46,70	52,69	65,86	49,90	68,80	51,73
Bez obáv	51,60	52,60	43,40	60,95	48,38	39,86	52,71	28,00	50,20	37,40	32,84	39,80	24,70	43,46
Nevie	4,00	3,20	3,30	5,42	2,95	3,90	2,27	1,60	2,90	0,00	1,02	4,90	5,90	3,22
Žiadna odpobeď	0,00	0,00	1,20	0,49	0,39	0,00	0,39	0,00	0,20	9,90	0,28	5,40	0,60	1,59
Obavy z tieňovej ekonomiky														
Obáva sa	36,20	30,00	32,70	19,82	3,96	38,06	36,55	54,00	30,40	40,77	37,29	23,70	46,10	34,65
Bez obáv	59,80	66,80	62,80	74,26	64,70	57,54	60,69	43,00	66,50	49,33	61,41	66,00	45,20	60,25
Neviem	4,00	3,20	3,30	5,42	2,95	4,40	2,36	3,00	2,90	0,00	1,02	4,90	8,20	3,52
Žiadna odpoveď	0,00	0,00	1,20	0,49	0,39	0,00	0,39	0,00	0,20	9,90	0,28	5,40	0,50	1,58
Poznatky o daňových únikoch														
Má vedomosti o daňových únikoch	39,10	54,40	48,90	48,92	43,46	50,85	36,65	55,40	52,40	58,75	51,21	60,70	45,50	49,30
Nemá vedomosti	43,30	38,40	28,80	34,12	45,82	26,77	38,33	29,40	36,00	22,02	31,91	27,20	40,00	33,98
Nevie	17,40	7,20	20,90	16,17	10,03	21,98	23,74	15,20	11,30	18,37	15,31	8,20	13,70	15,70
Žiadna odpoveď	0,20	0,00	1,40	0,79	0,69	0,40	1,28	0,00	0,30	0,87	1,58	3,90	0,80	102

Zdroj: Vlastné spracovavanie na základe údajov z prieskumu Eurobarometra realizovaného v roku 2003.

Naša analýza je založená na databáze údajov z prieskumu Eurobarometra, ktorý bol realizovaný vo vybraných vstupujúcich a kandidátskych krajinách Európskej únie a boli do neho zaradení respondenti z Bulharska, Cypru, Českej republiky, Estónska, Maďarska, Lotyšska, Litvy, Malty, Poľska, Rumunska, Slovenska, Slovinska a Turecka. Tento prieskum sa vykonával pravidelne niekoľkokrát ročne.

Prieskum obsahujúci otázky, ktoré sú predmetom nášho záujmu, realizovala v októbri a v novembri 2003 inštitúcia Gallup Organisation Hungary a podporovali ho lokálne organizácie zaoberajúce sa prieskumom verejnej mienky. Prieskum bol v každej krajine zameraný približne na 1000 rezidentov starších ako 15 rokov, s výnimkou Malty a Cypru, kde sa na prieskume zúčastnilo 500 rezidentov. Základná vzorka respondentov bola zostavená náhodným výberom, ktorý zohľadňoval pravdepodobný podiel na populácii a hustotu populácie. Pri vzorke asi 1000 respondentov bol interval spoľahlovosti nasledovný:

Pozorované %	10 % alebo 90 %	20 % alebo 80 %	30 % alebo 70 %	40 % alebo 60 %	50 %
Interval spoľahlivosti	± 1,9 %	± 2,5 %	± 2,7 %	± 3,0 %	± 3,2 %

Okrem sociálno-ekonomických otázok ohľadne profilu respondentov sa v prieskume vyskytovali otázky týkajúce sa názorov jednotlivcov na rôzne inštitúcie, ako aj otázky, ktoré vyjadrovali postoje k tieňovej ekonomike a daňovým únikom, resp. ich vnímanie. Premenné, ktoré sa týkajú tieňovej ekonomiky, sú vyjadrené v odpovediach ako "obavy" a "poznatky". Odpoveď týkajúca sa poznatkov o tieňovej ekonomike vysvetľuje, či respondent "počul, čítal alebo videl" niečo, čo sa týka tieňovej ekonomiky alebo daňového úniku v svojej krajine, v Európskej únii, v inej kandidátskej krajine Európskej únie a vo svete. Premenné, ktoré vyjadrujú obavy, ponúkajú respondentom zoznam problémov a vyžadujú odpovede na otázku, ktorý problém ich najviac znepokojuje, pričom počet odpovedí nie je ohraničený. Do týchto problémov boli zahrnuté aj podvody s negatívnym dosahom na štát (napr. daňové úniky, podvody súvisiace s daňou z pridanej hodnoty), ako aj práca v tieňovej ekonomike, ktorá nie je deklarovaná a zdaňovaná. Oba problémy sú veľmi podobné. V našej analýze využijeme aj údaje týkajúce sa problému korupcie a nevhodného správania národnej a lokálnej vlády a vládnych inštitúcií.

Súhrnné údaje sú prezentované v tabuľke 2. a ukazujú, že viac než polovica respondentov vyjadruje obavy z podvodov, ako sú daňové úniky a podvody pri odvádzaní DPH a pod. , avšak medzi jednotlivými krajinami existujú podstatné rozdiely. Zo všetkých skúmaných tranzitívnych krajín najväčšie obavy - až 66 % vyjadrili respondenti v Slovenskej republike, čo bolo dvakrát viac v porovnaní s Estónskom (33 %). Vzhľadom na spoločné dedičstvo a blízkosť Slovenskej republiky a Českej republiky je zaujímavá skutočnosť, že v Českej republike sú obavy podstatne menšie. Podstatne menej respondentov vyjadrilo obavy z nelegálnej, a teda nezdaňovanej práce v tieňovej ekonomike, čo sa odrazilo na údajoch v jednotlivých krajinách, ako aj v priemernom vyjadrení. Aj v tomto prípade občania Slovenskej republiky vyjadrili väčšie obavy než občania Českej republiky.

V údajoch týkajúcich sa poznatkov o daňových únikoch vo väčšine krajín polovica respondentov odpovedala, že počula alebo čítala o daňových únikoch v krajine. Opäť však môžeme vidieť podstatné rozdiely medzi krajinami, pričom najmenej poznatkov o daňových únikoch bolo v Litve (cca 36 %) a najviac v Slovinsku (viac než 61 %). Poznatky a obavy z daňových únikov a tieňovej

ekonomiky sú vo všetkých tranzitívnych krajinách veľké, avšak medzi jednotlivými krajinami existujú podstatné rozdiely.

Tabuľka 3.17: Výsledky regresie týkajúce sa tranzitívnych krajín

	Poznatky o tieň.ekon. v krajine	Obavy z defraudácie	Obavy z tieňovej ekonomiky	Občan, ktorý sa dopúšťa daňového úniku
konštanta	0,040	-0,216	-0,655	0,274
	(0,28)	(2,01)	(5,94)	(1,85)
POHL	-0,174	-0,0798	-0,045	-0,0028
	(4,64)	(302)	(1,68)	(0,11)
VEK	0,0323	0,0166	0,0132	-0,116*
	(5,64)	(3,80)	(2,93)	(2,55)
VEK^2	-0,00033	-0,000135	-0,000103	
	(5,68)	(2,97)	(2,35)	
HDD	0,0627	0,0277	0,00942	0,0607
	(7,76)	(4,87)	(1,62)	(2,55)
VZDEL	0,2256	0,0959	0,113	-0,00771
	(7,39)	(4,43)	(5,12)	(0,36)
MANZ	0,0866	-0,0165	0,0562	0,0122
	(2,06)	(0,54)	(1,78)	(0,42)
VID	-0,104	0,0321	-0,0171	-0,0451
	(2,16)	(0,95)	(0,49)	(1,33)
MEST	-0,967	0,121	-0,00699	-0,0310
	(2,00)	(3,62)	(0,20)	(0,93)
BULH	-0,3181	-0,700	-0,339	0,146
	(3,87)	(11,16)	(5,46)	(2,35)
CYP	-0,0790	-0,701	-0,460	0,361
	(0,78)	(9,16)	(5,93)	(4,70)
CESRE	0,2645	-0,527	-0,431	0,443
	(2,57)	(7,98)	(6,53)	(6,36)
ESTON	-0,0866	-0,987	-0,823	0,616
	(0,97)	(14,99)	(12,10)	(8,98)
MAD	0,17590	-0,572	-0,435	0,481
	(1,88)	(8,94)	(6,79)	(7,35)
LOT	0,1452	-0,333	-0,247	0,251
	(1,55)	(5,07)	(3,81)	(3,85)
LITV	0,1291	-0,638	-0,269	0,220
	(1,35)	(9,62)	(4,09)	(3,36)
MALTA	0,4929	-0,0324	0,124	0,0432
	(3,57)	(0,38)	(1,54)	(0,53)
POL	0,0538	-0,664	-0,487	0,477
	(0,57)	(10,06)	(7,34)	(7,17)
RUM	-0,221	-0,424	-0,159	0,0868
	(2,65)	(6,72)	(2,56)	(1,37)
SLOVRE	-0,0233	-0,218	-0,340	0,321
	(0,26)	(3,22)	(5,29)	(4,93)
SLOVIN	-0,5089	-0,609	-0,692	0,420
	(5,99)	(9,10)	(9,98)	(6,15)
Loa-EU				-0,138
				(4,65)
Bez náboženského vyznania				0,0633
				(1,63)
Spokojnosť s demokraciou				0,0754
				(2,66)
Poľnohospodárstvo/rybolov				0,183
				(1,98)
Cestovanie ako zamestnanie				0,175
				(2,09)
Počet pozorovaní	9618	9618	9618	9618
Log Likeld	2913,7	6406,7	6072,2	6581,3
X^2	531,6	497,8	343,8	278,0

* Na dosiahnutie presnejších výsledkov bol použitý logaritmus veku.

Empirický výskum

Výsledky regresie sú zobrazené v prvom stĺpci tabuľky 3. Všetky premenné sú definované v prílohe. Podľa nášho predpokladu je vek významnou premennou, starší ľudia sú si viac vedomí existencie tieňovej ekonomiky, pričom uvedené vedomosti dosahujú vrchol vo veku 49 rokov a potom majú klesajúcu tendenciu. Poznatky o tieňovej ekonomike taktiež rastú s rastom dôchodku a vzdelania,čo sme tiež predpokladali, a hladina významnosti pre štatistickú významnosť týchto premenných je 1 %. Ženy sa pravdepodobne menej budú zaujímať o tieňovú ekonomiku, čo môže odzrkadľovať odlišné informačné toky, ako aj menší záujem žien v porovnaní s mužmi diskutovať o politike a podobných záležitostiach. Napokon aj výsledky analýzy v predchádzajúcej časti svedčia o tom, že ženy sa pravdepodobne v menšej miere budú zúčastňovať na aktivitách tieňovej ekonomiky, a teda aj na daňových únikoch. Veľmi zaujímavé sú premenné vyjadrujúce stav v lokalitách a svedčia o tom, že vedomosti o daňových únikoch sú väčšie vo veľkých mestách než v mestečkách alebo na vidieku. Táto skutočnosť hypoteticky nazančuje, že daňový únik je rozšírenejší vo väčších komunitách. Premenné týkajúce sa krajín vú významné a porovnávame ich s premennými Turecka, ktoré nespĺňajú podmienky významnosti. Najvyššie hodnoty ostatných faktorov sa týkajú Malty, Českej republiky a Maďarska a najnižšie Slovinska, Bulharska a Rumunska. Toto hodnotenie je podobné ako Schneiderovo hodnotenie reprodukované v tabuľke 4 a svedčí o dôležitosti faktorov ako sloboda tlače a všeobecná úroveň vzdelanosti.

Pri zameraní pozornosti na obavy z daňových únikov sa v údajoch Eurobarometra vyskytujú dve odpovede, v ktorých respondenti môžu vyjadriť svoje znepokojenie, resp. obavy. Prvá odpoveď sa týka „defraudácie štátu (daňové úniky, podvody s DPH a pod.). Obsahuje teda aj daňové úniky, avšak naznačuje úniky jednotlivcov, ktorí pracujú v tieňovej ekonomike, ale aj úniky firiem. Výsledky regresie sa nachádzajú v druhom stĺpci tabuľky 3. Výsledky sú podobné ako v prípade poznatkov o tieňovej ekonomike a daňových únikoch v prvom stĺpci tabuľky. Rozdiel je v tom, že obavy u ženatých mužov a vydatých žien sú nižšie než ich vedomosti o tieňovej ekonomike a daňových únikoch. Občania, ktorí žijú vo veľkých mestách, sú podstatne menej znepokojení než ostatní, a to najmä tí, ktorí žijú v malých mestečkách. Tieto odpovede opäť môžu svedčiť o priamom zapojení respondentov do daňových únikov. Odhad veľkosti tieňovej ekonomiky v tomto prípade už viac zodpovedá výsledkom Schneiderových meraní, avšak stále existujú určité rozdiely, napríklad pomerné vysoká pozícia Slovenskej republiky.

Druhá z dvoch otázok súvisiaca s obavami naznačuje bezprostrednejšie zapojenie jednotlivca do tieňovej ekonomiky. Otázka sa týka nelegálnej práce v tieňovej ekonomike, ktorá nie je zdaňovaná. Výsledky regresie sú zobrazené v treťom stĺpci tabuľky 3. Celkovo sú výsledky slabšie v porovnaní s tými, ktoré sme získali v predchádzajúcej analýze, keďže premenná vyjadrujúca príjem domácností, ani premenná charkterizujúca pohlavie, ani lokálne premenné nie sú štatisticky významné na najbežnejšej 5%-nej hladine významnosti. Relatívna bezvýznamnosť príjmu domácností v porovnaní s jej významnosťou v ostatných rovniciach môže odzrkadľovať menej obáv z priameho zapojenia sa do daňových únikov. Občania s vyššími príjmami majú nepochybne väčší potenciál pre daňové úniky, avšak vysvetlenie komplikuje problém, že deklarovaný príjem je skreslený z dôvodov únikov, čoho sa otázka prieskumu netýka.

Hodnotenie krajín teraz viac zodpovedá Schneiderovým výsledkom a výsledkom všetkých 5 krajín, v ktorých bol odhadovaný podiel daňových únikov na HDP 30 % a viac, je medzi šiestimi krajinami s najvyššou pozíciou, ktorá je výsledkom našej regresnej analýzy, s výnimkou Malty, kde sme nezískali údaje.

Napokon zameriame pozornosť na pravdepodobnosť stať sa subjektom, ktorý sa dopúšťa daňového úniku. V predchádzajúcej časti sme konštatovali, že táto otázka súvisí s odpoveďami tých respondentov, ktorí počuli o tieňovej ekonomike, avšak nevyjadrili svoj nesúhlas s jej aktivitami. Výsledky regresie sú zobrazené v poslednom stĺpci tabuľky 3 a ukazujú, že pravdepodobnosť stať sa subjektom, ktorý sa dopúšťa daňového úniku, rastie s rastom príjmu domácností a klesá s vekom. Oba tieto výsledky zodpovedajú našim primárnym hypotézam a predchádzajúcej analýze.

Daňových únikov sa viac dopúšťajú občania, ktorí sú nespokojní so stavom demokracie v krajine. Vzhľadom na národnú hrdosť alebo príslušnosť k lokalite sú významné len tie výsledky, ktoré sa týkajú Európskej únie. Presnejšie sme vymedzili informáciu o zamestnaní. V našej analýze boli významné premenné u zamestnancov v poľnohospodárskej výrobe alebo rybolove a u tých občanov, ktorých zamestnanie súvisí s cestovaním, napríklad u šoférov, obchodných zástupcov. Dosiahnuté výsledky sú zhodné so závermi, ktoré nájdeme v štúdii Renoya, Ivarssona, Wutsen-Gritsaia a Meijera (2004).

Tabuľka 4: Porovnanie našich výsledkov odhadu veľkosti tieňovej ekonomiky s výsledkami Schneidera

	Poznatky o tieň. ekonomike	Obavy z defraudácie	Obavy z daň.únikov	Schneiderovo hodnotenie (%)
BULHARSKO	12	11	6	36,9
CYPRUS	9	12	10	
ČESKÁ REP.	2	6	8	19,1
ESTÓNSKO	10	13	13	
MAĎARSKO	3	7	9	25,1
LOTYŠSKO	4	4	4	39,8
LITVA	5	9	5	30,3
MALTA	1	2	1	
POĽSKO	6	10	11	27,6
RUMUNSKO	11	5	3	34,4
SLOVENSKO	8	3	7	18,9
SLOVINSKO	13	8	12	27,1
TURECKO	7	1	2	32,1

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe porovnania výsledkov analýzy údajov z prieskumu Eurobarometra realizovaného v r. 2003 a výsledkov dosiahnutých Schneiderom a Enstem v ich štúdii z roku 2000.

Záver

Druhá časť našej analýzy bola založená na údajoch Eurobarometra a výsledky nášho empirického výskumu ešte raz potvrdili naše teoretické predpoklady. Poznatky o tieňovej ekonomike rastú so vzdelaním, vekom, sú vyššie u mužov a vo veľkých mestách. Naša ďalšia diskusia ukázala, že tieto otázky taktiež ponúkajú informáciu o profile subjektov, ktoré majú potenciál dopúšťať sa daňových únikov. Daňový únik klesá s vekom a rastie s príjmom domácností. Je nižší u tých, ktorí cítia určitú

spolupatričnosť k Európe, a tiež u tých, ktorí vyjadrujú spokojnosť s úrovňou demokracie v krajine. Výsledky ukázali, že jednotlivci, u ktorých existuje pravdepodobnosť, že sa budú dopúšťať daňových únikov, sú zamestnaní v poľnohospodárstve, rybolove, alebo sú to osoby, pre ktoré je cestovanie súčasťou zamestnania.[2]

Je pozoruhodné, ako často nám výsledky hovoria o tom, že daňové úniky klesajú s vekom a sú väčšie u mužov a tiež sa týkajú premenných reprezentujúcich dodržiavanie zákona a stav spokojnosti s vládnymi inštitúciami v rôznych formách. Z rôznych štúdií vyplýva jasný obraz o vývoji osôb, ktoré sa pravdepodobne dopúšťajú daňových únikov. Táto skutočnosť by mala prispieť k ich odhaleniu a vytváraniu politiky na ich elimináciu.

Naša analýza naznačila možný spôsob merania rozsahu daňových únikov v krajine v relatívnom vyjadrení. Najvhodnejšími otázkami, od ktorých bolo možné odvodiť informáciu o veľkosti daňových únikov v ekonomike, boli otázky orientované predovšetkým na obavy respondentov z aktivít tieňovej ekonomiky. Je samozrejmé, že takéto meranie nie je dokonalé. Ideálnou by bola otázka Aký je váš záujem (napríklad v rozmedzí od 1 po 5) o prácu v oblasti tieňovej ekonomiky s nedeklarovaným príjmom na zdaňovanie. Je však veľmi ťažké získať informácie o veľkosti tieňovej ekonomiky a identifikovať osobu, ktorá sa dopúšťa daňového úniku. Tento dodatočný pohľad môže byť zaujímavý pre ďalšiu diskusiu.

Literatúra

1. BEDNÁRIK, R., DANIHEL, M., SIHELSKÝ, J. 2003. Nelegálna práca v podmienkach slovenskej spoločnosti. 2003. str. 4, www.fes.sk/arch_sk/2003_nelegalnapraca.pdf
2. BHATTACHARYYA, D.K. 1999. On the economic rationale of estimating the hidden economy. In: Economic Journal, Vol. 109, 1999. str. 348 – 359.
3. CARTER, M. 1984. Issues in the hidden economy: a survey. In: Economic Inquiry, Vol. 60, 1984. str. 209 – 221.
4. DIXON, H. 1999. Controversy on the use of the 'hidden economy' estimates. In: Economic Journal, Vol. 109, 1999. str. F335 – F337.
5. EILAT, Y., ZINNES, C. 2002. The shadow economy in transition countries: Friend or foe? A policy perspective. World Development, Vol. 30, 2002. str. 1233 – 1254.
6. FEIGE, E.L. 1979. How big is the irregular economy? Challenge, Vol. 22, 1979. str. 17 - 18.
7. GILES, D.E.A. 1999. Measuring the hidden economy, implications for econometric modeling. In: Economic Journal, 1999. Vol. 109, str. 370 – 380.
8. HANOUSEK, J. – PALDA, F. 2004. Quality of government services and the civic duty to pay taxes in the Czech and Slovak republics and other transition countries. In: Kyklos, 2004. Vol. 57, str. 237 – 252.

[2] Naše výsledky korešpondujú s výsledkami výskumu výskytu nelegálnej práce na Slovensku, ktorý uskutočnili v roku 2003 R. Bednárik, M. Danihel a J. Sihelský. Autori dospeli k záveru, že medzi typické subjekty, ktoré sa zapájajú do nelegálnej práce, a teda sú subjektmi tieňovej ekonomiky a daňových únikov, sú živnostníci a malé podniky pôsobiace v stavebníctve, maloobchode, v cestovnom ruchu, hoteloch a reštauráciách a v poľnohospodárstve, pričom nelegálnu prácu vykonávajú najmä nezamestnaní s nižšou kvalifikáciou, prevažne vo veku 25-35 rokov.

9. KANDEROVÁ, M., ÚRADNÍČEK, V. 2000. Kvantitatívne metódy vo finančnom riadení firmy I. Fakulta financií UMB, Banská Bystrica, 2000.
10. LACKO, M. 1996. Hidden economy in east-european countries in international comparison. International Institue for Applied Systems Analysis (IIASA), Luxenburg, 1996.
11. LACKO, M. 1998. The hidden economies of visegrad countries in international comparison: a household electricity approach. In Halpern, L. and Ch. Wyplosz (eds.) Hungary Towards a Market Economy, Cambridge, Cambridge University Press, 1998.
12. LACKO, M. 2000. Hidden economy – an unknown quantity? Comparative analysis of hidden economies in transition countries, 1989-95. In: Economics of Transition, Vol. 8, str. 117 – 149.
13. ORVISKÁ, M., ČAPLÁNOVÁ, A. 2003. Daňové úniky v sektore domácností v Českej a Slovenskej republike. In: Acta facultatis aerarii publici. č. 3, Zborník vedeckých prác. Banská Bystrica : Fakulta financií UMB, 2003, str. 113 – 119.
14. Orviská, M., Hudson, J. 2003. Tax evasion, civic duty and the law abiding citizen. In: European Journal of Political Economy, 2003. Vol. 19, str. 83 – 102.
15. ORVISKÁ, M., ČAPLÁNOVÁ, A., MEDVEĎ, J., HUDSON, J. 2005. A cross section approach to measuring the shadow economy. Nepublikovaný článok, 2005.
16. RENOY, P., S. IVARSSON, VAN DER WUSTEN-GRITSAI, O., MEIJER, E. 2004. Undeclared work in an enlarged union. European Commission, 2004.
17. SCHNEIDER, F., ENSTE, D. 2000. Informal economies: Size, causes and consequences. In: Journal of Economic Literature, 2000. Vol. 38, str. 77 – 114.
18. SCHNEIDER, F., KLINGLMAIR, R. 2003. Shadow economies around the world: What do we know? nepublikovaný článok, 2003.
19. SCHNEIDER, F. 1997. The shadow economies of Western Europe. In: Journal of the Institute of Economic Affairs, 1997. Vol. 17, str. 42 – 48.
20. SCHNEIDER, F. 2004. The size of the shadow economies of 143 countries all over the world: First results over the period 1999-2003. IZA Discussion Paper 1431, Bonn, 2004.
21. SMITH, P. 1994, Assessing the size of the underground economy: The statistics Canada perspectives. Canadian Economic Observer, Catalogue No. 11-010, 1994. Vol. 3, str. 16-33.
22. TANZI, V. 1980. The underground economy in the United States: Estimates and implications, Banco Nazionale del Lavoro, 1980. Vol. 135, str. 427 – 453.
23. TANZI, V. 1999. Uses and abuses of estimates of the underground cconomy. In: Economic Journal, 1999. Vol. 109, str. 338 – 340.

Príloha

Definícia premenných

Poznatky	pri otázke "Počuli, čítali alebo videli ste niečo ohľadne daňových únikov v (v našej krajine)?" je odpoveď "áno" v regresnej analýze kódovaná 1, inak 0
OBTE	odpoveď na otázku "Z ktorého problému z nasledovného zoznamu máte najväčšie obavy?" je kódovaná 1 u tých respondentov, ktorí odpovedali

	"Práca v tieňovej ekonomike (nedeklarovaná na zdanenie)", ostatné odpovede sú označené 0
OBDEF	premenná kódovaná 1 u respondentov, ktorí na vyššie uvedenú otázku odpovedali "Defraudácia štátu (daňové úniky, podvody pri DPH a pod.)", ostatné odpovede kódované 0
POHL	ak je respondentom žena, premenná je kódovaná 1, ak je respondentom muž, premenná je kódovaná 0
VZDEL	dosiahnuté najvyššie vzdelanie, číslované od 1 (základné vzdelanie) po 4 (najvyššie vzdelanie)
VEK	vek je udaný v rokoch
HDD	dôchodok domácností pred zdanením a ostatnými zrážkami vo vzostupnom poradí od 1 po 10
MANZ	ak respondent žije v manželstve, odpoveď je kódovaná 1, v ostatných prípadoch je 0
MEST	ak respondent žije v meste, odpoveď je kódovaná 1, v ostatných prípadoch 0
VID	ak respondent žije na vidieku, odpoveď je kódovaná 1, v ostatných prípadoch je 0
LOA-EU	odpoveď je kódovaná 1, ak respondent odpovedal, že cíti spolupatričnosť k Európskej únii, iná odpoveď kódovaná 0. Podobné otázky sa týkali aj postoja respondentov k mestu/vidieku, regiónu a krajine.
Bez náboženského vyznania	na otázku, či respondent vyznáva nejaké konkrétne náboženstvo, je odpoveď "nie, nie som žiadneho náboženského vyznania" kódovaná 1, v ostatných prípadoch 0
Spokojnosť s demokraciou	ak respondent odpovedal, že je veľmi spokojný s demokratickým vývojom v krajine, jeho odpoveď je kódovaná 1, v ostatných prípadoch 0
Premenná krajiny	odpoveď bola kódovaná 1, ak respondent bol rezidentom krajiny, ak bol nerezidentom, odpoveď bola kódovaná 0.
BULH	Bulharsko
CYP	Cyprus
CESRE	Česká republika
ESTON	Estónsko
MAD	Maďarsko
LOT	Lotyšsko
LITV	Litva
MALTA	Malta
POL	Poľsko
RUM	Rumunsko
SLOVRE	Slovenská republika
SLOVIN	Slovinsko

Prognózovanie dane z príjmu právnických osôb

Martin Pavlík

Úvod

Zákon č. 291/2002 Z.z. o Štátnej pokladnici v § 20 uzákonil povinnosť DRSR zostavovať prognózy daňových príjmov. Spôsob, akým má DRSR tieto prognózy zostavovať a predkladať, zákon bližšie nešpecifikuje. V praxi sa prognózy zostavujú na mesačnom základe na 12 mesiacov dopredu preklzívnym spôsobom, pričom bezprostredne nasledujúci mesiac sa dekomponuje na týždne. Na tvorbu prognóz sa používajú aj ekonometrické modely skonštruované na Oddelení daňových analýz.

V ďalšom popíšeme model, ktoré vznikol na oddelení daňových analýz.Pri tvorbe modelu sme boli ovplyvnení nutnosťou odhadovať daňové príjmy na mesačnom základe. Táto skutočnosť výrazným spôsobom ovplyvnila voľbu vysvetľujúcich premenných. Ako vhodná vysvetľujúca premenná sa javí napríklad, HDP u dane z príjmu právnických osôb. Prognózy týchto veličín sa ale na mesačnom základe nerobia a preto sa ani nemohli použiť.

My sme sa rozhodli odhadovať priamo mesiace a ponechať časovú základňu na mesačnom základe. Stratili sme tým možnosť zaradiť do modelu premenné, ktoré by boli určite vhodné a ich zaradenie by bolo v súlade s ekonomickou teóriou. Zaradením týchto premenných by sme sa stali závislými na presnosti odhadu týchto veličín externými inštitúciami. Ponechaním časovej základne na úrovni mesiaca sme získali veľké množstvo pozorovaní, ktoré podstatným spôsobom ovplyvňuje presnosť odhadu parametrov modelu. Pre porovnanie 12 pozorovaní u ročného odhadu a 114 u mesačných odhadov (používame dáta od 1/1996).

Jediným účelom, na ktoré modely používame, je prognóza. Nepotrebujeme robiť s modelmi analýzu typu Čo sa stane ak .... ?, pretože netvoríme hospodársku politiku štátu. Keďže jediným cieľom našich modelov je prognóza, vychádzame z Box - Jenkinsonovej filozofie tvorby modelov, ktorá by sa dala zhrnúť do týchto 4 bodov :

1.) Transformácia dát tak, aby boli kovariančne stacionárne.
2.) Voľba p,q v ARMA(p,q) tak, aby boli čo najnižšie.
3.) Odhad parametrov $\phi(L), \theta(L)$
4.) Testovanie modelu.

Súčasťou Box – Jenkinsonovej filozofie je zámer konštruovať model maximálne jednoduchý s minimálnym množstvom parametrov.

1 Daň z príjmu právnických osôb

Túto daň odhadujeme prostredníctvom 2 jednorovnicových modelov. Prvý model slúži na odhadovanie 9 mesiacov v roku (okrem mesiacov marec, apríl, máj). Druhý model slúži na odhadovanie mesiacov marec a apríl. Na odhadovanie mesiaca máj slúži expertný odhad.

Pri tvorbe modelov u tejto dane sme sa museli vysporiadať s rovnakými problémami ako pri dani z príjmov fyzických osôb z podnikania.

Model, ktorý odhaduje podstatnú časť roka (9 mesiacov) odhadujeme v tvare :

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{y}_{t-9} + \hat{\beta}_2 \hat{y}_{t-18} + \hat{\gamma}_1 x_1 + \hat{\gamma}_2 x_2 + \hat{\gamma}_3 x_3 + \hat{\theta}_1 \hat{a}_{t-9} + \hat{\theta}_2 \hat{a}_{t-18}$$

- premenná x_1 je premenná opisujúca vplyv mesiaca, keď koniec mesiaca pripadá na víkend alebo predĺžený víkend. Premenná x_1 nadobúda hodnotu 1 v mesiacoch,ak

koniec mesiaca pripadá na víkend alebo predĺžený víkend (október 2004), hodnotu 0 ak koniec mesiaca pripadá na pracovný deň. Ďalej nadobúda hodnotu -1 v mesiacoch nasledujúcich po mesiacoch, v ktorých koniec mesiaca pripadá na víkend alebo predĺžený víkend. Táto premenná reprezentuje „prelievanie“ peňažných prostriedkov medzi mesiacmi.

- premenná x_2 reprezentuje vplyv daňovej reformy na hrubý výnos dane.
- premenná x_3 reprezentuje vplyv rôznych daňových sadzieb v minulých obdobiach. Od januára 1996 po február 2001 nadobúda hodnotu 1/12.0,4. Od júna 2001 po február 2003 nadobúda hodnotu 1/12.0,29. Od júna 2003 po február 2004 nadobúda hodnotu 1/12.0,25. Od júna 2004 po súčasnosť nadobúda hodnotu 1/12.0,19.

Nasledujúca tabuľka zobrazuje prognózu ex post za obdobie január, február, jún, júl, august 2005:

v mil. Sk

	Daň z príjmu právnických osôb		
2005	skutočnosť	Model	model/skut
1	1 439	1 317	0.92
2	1 517	1 857	1.22
6	4 432	2 511	0.57
7	2 980	2 108	0.71
8	2 921	2 279	0.78

Tab č.1 Prognóza ex post u dane z príjmov právnických osôb

Rozdiel prognózy a skutočnosti v 6. mesiaci je podstatne rozdielny v dôsledku platby oceliarenskeho a plynárenskeho podniku.

Po zahrnutí celej údajovej základne od januára 1996 po august 2005 sme získali nasledovný výstup z ekonometrického programu.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1414.812	373.0384	3.792672	0.0003
Y(-9)	0.271500	0.116775	2.324990	0.0235
Y(-18)	0.880072	0.130737	6.731615	0.0000
X3	-60643.33	12686.04	-4.780322	0.0000
X2	-409.7778	222.7391	-1.839721	0.0708
X1	-434.0600	99.93301	-4.343509	0.0001
MA(9)	-0.029562	0.043356	-0.681839	0.4980
MA(18)	-0.860618	0.041474	-20.75080	0.0000
R-squared	0.669749	Mean dependent var		1822.313
Adjusted R-squared	0.631220	S.D. dependent var		604.4269
S.E. of regression	367.0521	Akaike info criterion		14.75902
Sum squared resid	8083635.	Schwarz criterion		15.02013
Log likelihood	-493.8065	F-statistic		17.38285
Durbin-Watson stat	1.472681	Prob(F-statistic)		0.000000

Tab. č.2 Výstup z ekonometrického programu

Model nie je kovariančne stacionárny. Model je invertibilný.

V nasledujúcej tabuľke je uvedená mesačná prognóza na dani z príjmov právnických osôb.

v mil. Sk

DPPO	2005		2006
	skutočnosť	model	Model
1	1 439	1 285	1 763
2	1 517	1 771	2 331
6	4 432	3 620	3 867
7	2 980	2 643	2 997
8	2 921	2 735	3 573
9	X	2 873	X
10	X	2 602	X
11	X	2 033	X
12	X	2 825	X

Tab č. 3 Prognóza ex ante u DPPO

Ďalší model, ktorým prognózujeme mesačné výnosy u DPPO, je model prognózujúci 3 a 4 mesiac roka.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{y}_{t-2} + \hat{\theta}_1 \hat{a}_{t-2} + \hat{\theta}_2 \hat{a}_{t-4}$$

Nasledujúca tabuľka zobrazuje prognózu ex post za marec a apríl 2005.

v mil. Sk

2005	skutočnosť	model	model/skut.
marec	9 271	6 148	0.66
apríl	8 646	11 914	1.37

Tab. č. 4 Prognóza ex post u DPPO

Po zahrnutí celej údajovej základne za marec a apríl 1996 až po marec a apríl 2005 sme získali nasledovný výstup z ekonometrického programu.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2964.129	1554.287	1.907067	0.077243
X(-2)	0.590767	0.236574	2.49718	0.025606
MA(2)	-0.23832	0.097506	-2.44419	0.028359
MA(4)	0.930728	0.049486	18.80798	2.47E-11
R-squared	0.613578	Mean dependent var		5499.586
Adjusted R-squared	0.530774	S.D. dependent var		2462.153
S.E. of regression	1686.577	Akaike info criterion		17.89192
Sum squared resid	39823596	Schwarz criterion		18.08978
Log likelihood	-157.027	F-statistic		7.409954
Durbin-Watson stat	1.845319	Prob(F-statistic)		0.003287

Tab č. 5 Výstup z ekonometrického programu

Model je kovariančne stacionárny a invertibilný. V nasledujúcej tabuľke je uvedená prognóza ex ante na obdobie marec apríl 2006.

v mil. Sk

		skutočnost	Model
2005	marec	9 271	6 668
	apríl	8 646	9 774
2006	marec	X	9 271
	apríl	X	8 646

Tab. č. 6 Prognóza ex ante na marec a apríl 2006 u DPPO

U DPPO je problémový 5 mesiac, v ktorom dochádza k vracaniu preplatkov.

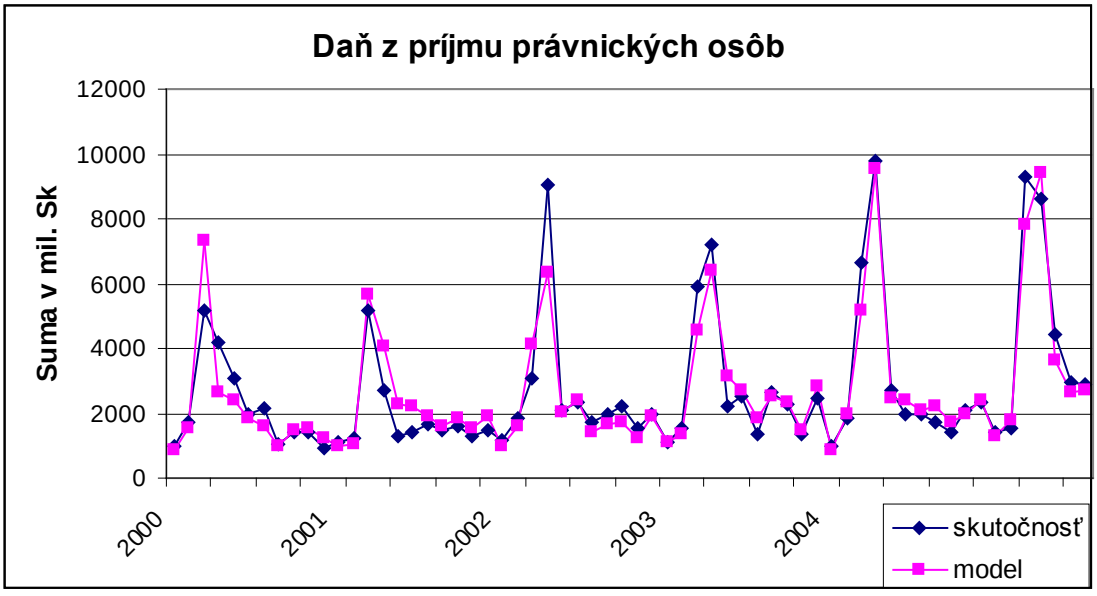
v mil. Sk

DPPO	5. mesiac
1996	3 305
1997	-470
1998	830
1999	-780
2000	2 377
2001	1 432
2002	294
2003	-560
2004	-1 657
2005	783

Tab. č. 7 História mesiaca máj za obdobie 1996 – 2005 u DPPO

Tento mesiac zatiaľ nevieme modelovať a sme nútení používať expertné odhady.

Nasledujúci graf zobrazuje kvalitu vyrovnania u modelov DPPO a porovnanie so skutočnosťou za obdobie 1/2002 - 7/2005. Keďže na 5. mesiac neexistuje model, rozhodli sme sa 5. mesiac roka vylúčiť.



Graf č.3 Porovnanie vyrovnania modelom so skutočnosťou

Summary

Model presented in the arcticle is one of the models, which are used at the Tax Directorate of the Slovak republic in Banska Bystrica for a short-term foresting. The only purpose of the model is to forecast. We don't have to run what if analysis. It is not a finished tool and we know, that there are lots of things to improve (for example maximum likelihood method instead least squares method). We would like to focus on multiequation models in the future.

Literatúra

[1] ARLT J., ARLTOVÁ M. : Finanční časové řady. Praha : Grada, 2003
[2] FENDEK, M., HATRÁK, M., MLYNAROVIČ, V.: Modelové riešenie kvantifikácie rozhodujúcich druhov daní daňovej sústavy SR (2. etapa). Bratislava : štúdia pre MF SR 1999
[3] FENDEK, M., HATRÁK, M., MLYNAROVIČ, V.: Sústava modelov na prognózovanie optimalizáciu a analýzu prvkov daňovej sústavy SR. Bratislava : štúdia pre MF SR 2000
[4] HAMILTON, J.D.: Time series analysis. Princeton : Princeton 1994
[5] HATRÁK, M., HUŤKA, V. :Ekonometrické metódy I. Bratislava : Ekonóm, 1995
[6] HORÁKOVÁ, G. :Teória pravdepodobnosti 1. Bratislava : Ekonóm 2004

Kontakt:

Ing. Martin Pavlík, Daňové riaditeľstvo SR, metodik – analytik
Daňové riaditeľstvo SR
Ul. Nová 13
Banská Bystrica
975 04

Vývoj počtu obyvateľstva ekonomicky činného v pôdohospodárstve v SR.

Zuzana Poláková

Abstract: In the paper we pay attention to the estimation of the number of agriculture with the use of the system of fuzzy decisions. On the basis of that analysis we perform prognosis of the population development of Slovak Republic till year 2008.

Key words:
Demography, economically active population

Anotácia: V predkladanom príspevku je venovaná pozornosť odhadu počtu narodených a zomrelých pomocou systému fuzzy rozhodnutí. Na základe tejto analýzy je následne realizovaná prognóza vývoja ekonomicky aktívneho obyvateľov v pôdohospodárskom sektore SR do roku 2008.

Kľúčové slová: Demografia, ekonomicky aktívne obyvateľstvo

Úvod

Rozpad odbytíšť priemyselnej výroby po roku 1990, pokles dotácií v poľnohospodárskej a lesnej výrobe, proces transformácie, privatizácie a reprivatizácie spôsobil, že obyvatelia vidieckych oblastí sú najviac vystavení negatívnym dopadom transformácie hospodárstva. V súčasnosti je pre vidiecke a poľnohospodárske obyvateľstvo stále ťažšie zabezpečiť si pomaly rastúcou alebo stagnujúcou ekonomikou štandardnú životnú úroveň. Početnosť vidieckej populácie klesá, kým priemerný vek rastie. Vidiecke regióny sa vyznačujú nízkou hustotou obyvateľstva, relatívne vysokým počtom obyvateľstva v produktívnom, ale hlavne poproduktívnom veku. Charakteristický je nízky celkový prírastok až pokles obyvateľstva.

Uvádzané dôvody nás vedú k tomu, aby sme sa zaoberali analýzou ekonomickej aktivity obyvateľstva SR v jednotlivých rezortoch, zvlášť pôdohospodárskeho a tiež prognózou, ako sa stav EA bude vyvíjať v nasledujúcom období.

Materiál a metodika

Fuzzy logika patrí do rodiny neštandardných logík, ktoré pre odvodzovanie využívajú neurčitosti. Ku každému výroku systém najprv určí mieru istoty pomocou funkcie príslušnosti. Návrh tvaru, druhu a počtu funkcií príslušnosti býva obyčajne najzložitejšia časť návrhu každého fuzzy systému. Tvar funkcie príslušnosti sa pokiaľ možno používa čo najjednoduchší, kvôli zníženiu výpočtovej náročnosti pri ich vyhodnocovaní; zvyčajne sú to tzv. trojuholníkové alebo lichobežníkové FP. Použili sme metódu aproximácie spojitých funkcií pomocou systému fuzzy rozhodnutí (Stehlíková, 2000). Pracovali sme s trojuholníkovou funkciou príslušnosti. Nech U je množina L = (L, $\wedge$, $\vee$, 1 0) je zväz. Funkciu A definovanú na univerze U, t.j. A: U$\rightarrow$ L nazývame fuzzy množinou, presnejšie funkciou príslušnosti fuzzy množiny A. Funkcia príslušnosti fuzzy čísla (a^-, a^1, a^+) je spojitá funkcia rastúca na intervale (a^-, a^1) a klesajúca na intervale (a^1, a^+), pričom Ax = 0 pre x$\in$ (-∞, $a^-\rangle\cup\langle a^+$, ∞) a Aa^1 = 1. V najjednoduchšom prípade je to na intervale (a^-, a^1) úsečka spájajúca body (a^-, 0) a (a^1, 1) a na intervaly body (a^1, 1) a (a^+, 0). V prípade, že uvažujeme fuzzy čísla, rozhodovanie má tvar:
$IF(\alpha_{i,1}^-,\alpha_{i,1}^1,\alpha_{i,1}^+)AND...AND(\alpha_{i,s}^-,\alpha_{i,s}^1,\alpha_{i,s}^+)THEN(\beta_i^-,\beta_i^1,\beta_i^+)$, t.j. jedná sa o systém rozhodnutí.

Označme T = {$a_1(t)$, ..., $a_k(t)$; b(t); t = 1, 2, ..., T} hodnoty merania vysvetľovanej premennej b a vysvetľujúcich premenných a_1, a_2, ..., a_k. Teoretickým základom zabezpečujúcim korektnosť aproximácie spojitej funkcie systémom fuzzy rozhodnutí je nasledovné tvrdenie:
Nech $A = (a_1^-, a_1^+) * ... * (a_k^-, a_k^+)$ a $f(a_1, ..., a_k)$ je spojitá funkcia na A. Potom pre každé ε>0 a ľubovoľnú defuzzyfikačnú metódu existuje systém rozhodnutí taký, že platí
$|f(a_1, ..., a_k) - R(a_1, ..., a_k)| < \varepsilon$ pre každé $(a_1, ..., a_k)$.
Predpokladajme, že rozhodovacia funkcia $A_{i,k}$ je lineárna priamka, fuzzy číslo $(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^1, \alpha_{i,k}^+)$; k = 1, 2, ...,S; i = 1, 2, ..., I. V prvom kroku definujeme $(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+)$ - supporty rozhodovania $A_{i,k}$. Hodnoty $\alpha_{i,k}^1$ určíme podľa vzťahu

$$\alpha_{i,k}^1 = \frac{1}{card(R_i)} \sum_{s \in R_i} \alpha_k(s), \text{ kde}$$

$$R_i = \left\{ a_1(s), ..., a_K(s);\ b(s) \in T; a_k(s) \in (\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+)\ \ prek = 1,2,...., K \right\}$$

Hodnotu rozhodovacej funkcie $M(B_i)$ dostaneme minimalizáciou funkcie

$$\sum_s \left(\frac{\sum_{i=1}^{I} v_i(s) M(B_i)}{\sum_{i=1}^{I} v_i(s)} \right)^2,$$

kde $v_i(s)$, (i = 1, 2, ..., I) je v prípade S = 1 funkcia príslušnosti *s* do supportu rozhodovania $A_{i,I}$. Hodnotu v bode *s* odhadneme pomocou vzťahu

$$\frac{\sum_{i=1}^{I} v_i(s) M(B_i)}{\sum_{i=1}^{I} v_i(s)}.$$

Časový rad obsahuje údaje o počte narodených a zomrelých v Slovenskej republike od roku 1950 do roku 2002 publikovaných výskumným demografickým centrom Infostat.

Výsledky a diskusia

Pre odhad ekonomicky aktívneho obyvateľstva v pôdohospodárskom sektore sme použili metódu aproximácie spojitých funkcií pomocou systému fuzzy rozhodnutí. Časový rad obsahuje údaje o počte EA v pôdohospodárskom sektore od roku 1960 do roku 2003 (trojročné priemery).

Odhad pomocou fuzzy rozhodnutí sa približuje skutočnej krivke nameraných hodnôt, kde je výrazný pokles zaznamenaný od roku 1989 do roku 1993 (graf 1). Ide o obdobie transformácie našej ekonomiky po páde predchádzajúceho režimu a rozdelenie Československa na dve republiky. V tabuľke 1 uvádzame supporty fuzzy rozhodnutí a výsledné hodnoty rozhodovacej funkcie $M(B_i)$ získané pomocou Solvera v Exceli.

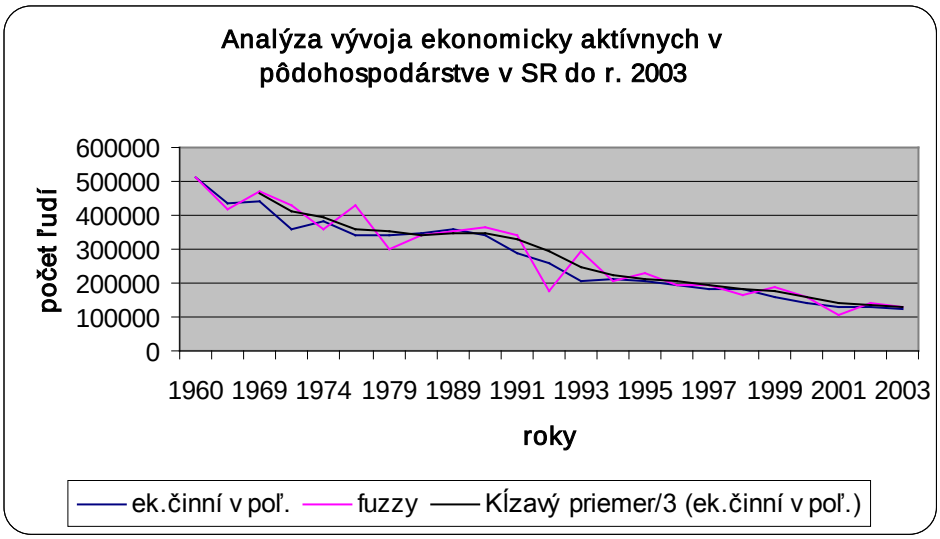
Tab. 1 : Supporty fuzzy rozhodnutí a hodnoty rozhodovacej funkcie (EA v pôdohospod.)

číslo rozhodnutia	a1-	a11	a1+	Mbi
1	47	50	53	508999,7
2	50	53	56	419749,5
3	53	56	59	471500,6
4	56	59	62	430249,5
5	59	62	65	357999,8
6	62	65	68	427000,4
7	65	68	71	300999,7
8	68	71	74	341999,8
9	71	74	77	351000,5
10	74	77	80	363395,6
…	…	…	…	…
28	128	131	134	91436
29	131	134	137	89345
30	134	137	140	88449

Zdroj: vlastné výpočty

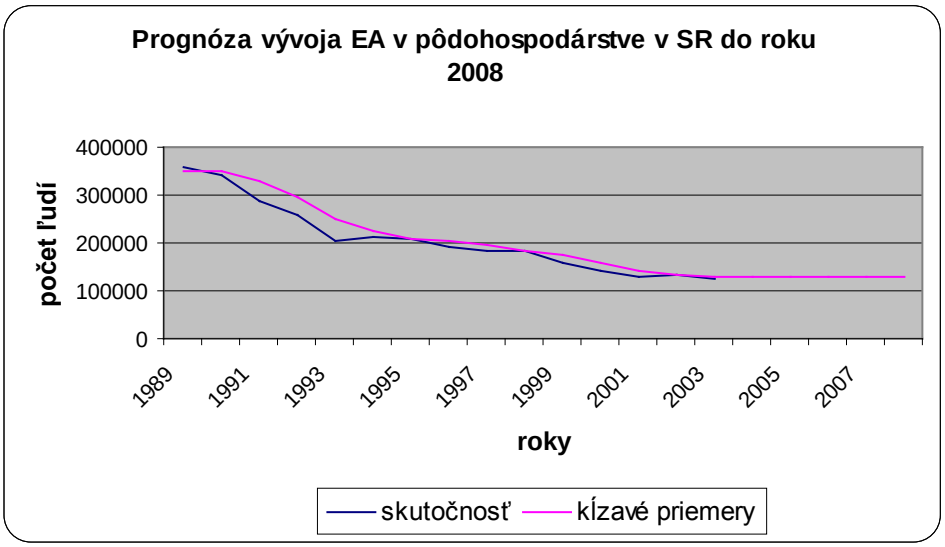
Na vyrovnanie časového radu sme použili kĺzavé priemery. Na základe použitého modelu sme následne vypočítali projekciu ekonomicky činného obyvateľstva do roku 2008. V celom prognózovanom období bude prebiehať mierny pokles ľudí činných v spomínanom sektore (graf 2).

Graf 1: Analýza vývoja ekonomicky aktívnych v pôdohospodárstve v SR do r. 2003



Zdroj: vlastné výpočty

Graf 2: Prognóza vývoja ekonomicky aktívnych v pôdohospodárstve do roku 2008



Zdroj: vlastné výpočty

Ekonomicky aktívni obyvatelia zamestnaní v pôdohospodárstve tvorili v roku 2001 3,46 % z celkového počtu obyvateľstva v produktívnom veku ľudí v Slovenskej republike. V roku 2005 sa predpokladá už len 3,31 % - ný podiel, čo je 128 600 ľudí. Do roku 2008 sa predpokladá pokles ekonomicky aktívnych v pôdohospodárstve na 128 121 ľudí, t.j. 3,23 % - ný podiel z celkového počtu ľudí v produktívnom veku v SR.

Záver

Prognóza obyvateľstva pomocou systému fuzzy rozhodnutí je jednou z mnoho metód, ktoré môžu byť využité pri projekcii stavu populácie. Pomocou tejto metódy sme dospeli k záveru, že v roku 2030 sa predpokladá v SR 5 235 946 obyvateľov. V porovnaní s prognózami uskutočnenými výskumným demografickým centrom Infostat sú veľmi podobné.

Literatúra:

1. Stehlíková, B.: O aproximácii priemernej úrody pšenice pomocou systému fuzz rozhodnutí. In: Zborník príspevkov 9. Medzinárodného seminára Výpočtová štatistika. Bratislava: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2000, s. 83-88. ISBN: 80-88946-09-3.
2. Stehlíková, B., Hrubý, J.: Vplyv populačného vývoja na ponuku práce a sociálne zabezpečenie poproduktívnej populácie. In: Acta oeconomica et informatica 1, Nitra, SPU, 2002, s. 10 – 14
3. http://neuron.tuke.sk/~gall/metody.html#optimalizacne metody
4. Obyvateľstvo Slovenska 1945 – 2000. Infostat: Edícia: Akty, Bratislava, september 2001, Vydal: Inštitút informatiky a štatistiky, Bratislava, 33-2001-A/9
5. Prognóza vývoja obyvateľstva SR do roku 2050. Infostat, Výskumné demografické centrum, Edícia: Akty, Bratislava, november 2002, Vydal: Inštitút informatiky a štatistiky, Bratislava, 35-2002-A/9

Kontakt:

Ing. Zuzana Poláková, Katedra štatistiky a operačného výskum FEM, SPU, Tr. A. Hlinku 2, 949 076 Nitra. Tel: 037/ 6508158, mail: Zuzana.Polakova@uniag.sk

Skúmanie konvergenčných tendencií z hľadiska HDP v krajinách EÚ

Zlata Sojková – Zlata Kropková

Anotácia: V príspevku je na báze údajov o reálnom hrubom domácom produkte krajín EU-25 v prepočte na obyvateľa a rok v parite kúpnej sily v časovom horizonte rokov 1993-2002 skúmaná platnosť dvoch koncepcií, beta a sigma konvergencie. Výsledky analýz potvrdzujú platnosť konvergenčných tendencií na úrovni krajín, avšak zároveň svedčia aj o prehlbovaní sa regionálnych disparít v rámci krajín v úrovni reálneho hrubého domáceho produktu.

Kľúčové slová: hrubý domáci produkt, konvergencia

Abstract: This paper surveys the level of real gross domestic product of European countries. Validity of both convergence concepts hypothesis, beta and sigma convergence, is analyzed on the base of real gross domestic product in purchasing power parity in the period of years 1993-2002. Validity of the both convergence concepts hypothesis and increase of regional disparities in the countries were confirmed by the results of analyses at countries level at the same time.

Keywords: Gross Domestic Product, convergence

Úvod:

Rozšírenie Európskej únie vytvára významné impulzy pre ekonomický rast a prosperitu v novoasociovaných krajinách. V zmysle teórie ekonomického rastu možno hovoriť o vzájomnej konvergencii krajín z hľadiska hrubého domáceho produktu vtedy, ak chudobnejšie krajiny vykazujú rýchlejší ekonomický rast ako krajiny bohaté a tým sa môžu v určitom časovom horizonte priblížiť k úrovni ekonomicky vyspelejších krajín. Mnohí ekonómovia však tvrdia, že vo svete sa rozdiely v ekonomickej úrovni skôr prehlbujú ako zmenšujú, čo znamená, že „chudobní sa stávajú chudobnejšími a bohatí ešte bohatšími“. Cieľom príspevku je overiť platnosť konvergenčných koncepcií krajín rozšírenej Európskej únie.

Materiál a metodika:

Informačnú bázu pre skúmanie konvergenčných tendencií tvoria údaje o reálnom hrubom domácom produkte krajín EU-25 v prepočte na obyvateľa a rok v parite kúpnej sily v časovom horizonte rokov 1993-2002, ktoré sú čerpané z databázy údajov EUROSTAT.

Z metodologického hľadiska je pre overenie hypotézy o konvergenčných tendenciách z hľadiska úrovne reálneho HDP v rámci krajín EU25 použitá metodika podľa Barro, Sala i Martin (1992), ktorí odporúčajú merať konvergenciu prostredníctvom tzv. *beta-konvergencie a sigma – konvergencie*.

Beta–konvergencia sa vzhľadom na nami analyzovaný ukazovateľ vyskytuje, keď reálny HDP v krajinách s nižšou úrovňou rastie rýchlejšie ako v krajinách s vyššími hodnotami dosahovanej úrovne HDP. Beta-konvergencia je spravidla odhadovaná pomocou nasledovnej regresnej funkcie:

$$\frac{1}{T}\log\left(\frac{y_{i,t_0+T}}{y_{i,t_0}}\right) = a - \left(\frac{1-e^{-\beta T}}{T}\right)\log\left(y_{i,t_0}\right) + u_{i,t_0,t_0+T}$$

kde: y_{i,t_0} reálny HDP na obyvateľa v krajine *i* v roku t_0

y_{i,t_0+T} reálny HDP na obyvateľa v krajine *i* v roku t_{0+T}

T dĺžka obdobia

β rýchlosť konvergencie

u_{i,t_0,t_0+T} náhodná zložka s časovým posunom medzi rokmi t_0 a t_{0+T}

Keďže funkcia je svojím charakterom nelineárna v parametroch, k odhadu koeficientov *a* a β je potrebné použiť iteračný postup na základe Marquardtovho algoritmu. V prípade, že beta-konvergencia existuje, výraz $\left(1-e^{-\beta T}\right)$ musí byť pozitívny, t.j. $\beta > 0$.

Odhadom regresných rovníc s pozitívnymi hodnotami beta koeficientov je síce splnená nutná podmienka konvergencie, táto podmienka však nie je postačujúca, preto je nutné preskúmať aj platnosť sigma konvergencie.

Sigma konvergencia sa skúma na základe výpočtu výberovej smerodajnej odchýlky, ktorá je počítaná z prirodzených logaritmov prierezových údajov úrovne reálneho HDP na obyvateľa v skupine krajín podľa nasledovného vzťahu:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\log y_{it} - \overline{\log y_t}\right)^2}{n-1}},$$

kde:

y_{it} - úroveň HDP *i*- tej krajiny na obyvateľa v PPP US$ a rok v období *t*

Sigma konvergencia je chápaná ako tendencia k redukcii variability v úrovni reálneho HDP na obyvateľa medzi jednotlivými krajinami za skúmané časové obdobie.

Výsledky a diskusia:

Podmienka pre beta konvergenciu je splnená, ak koeficient β je nezáporný, čo v našom prípade odhad koeficientov nelineárnej funkcie Marquardtovým algoritmom potvrdzuje (β =0,022111). Koeficient determinácie predstavuje po znížení na stupne voľnosti 36,5% vysvetlenej variability koeficientov rastu v kolísaní v HDP EU25 aplikovaným regresným modelom. Napriek relatívne nízkemu koeficientu determinácie je model vysoko preukazný.

Výsledky skúmania beta konvergencie v krajinách EU25 v horizonte rokov 1995-2002

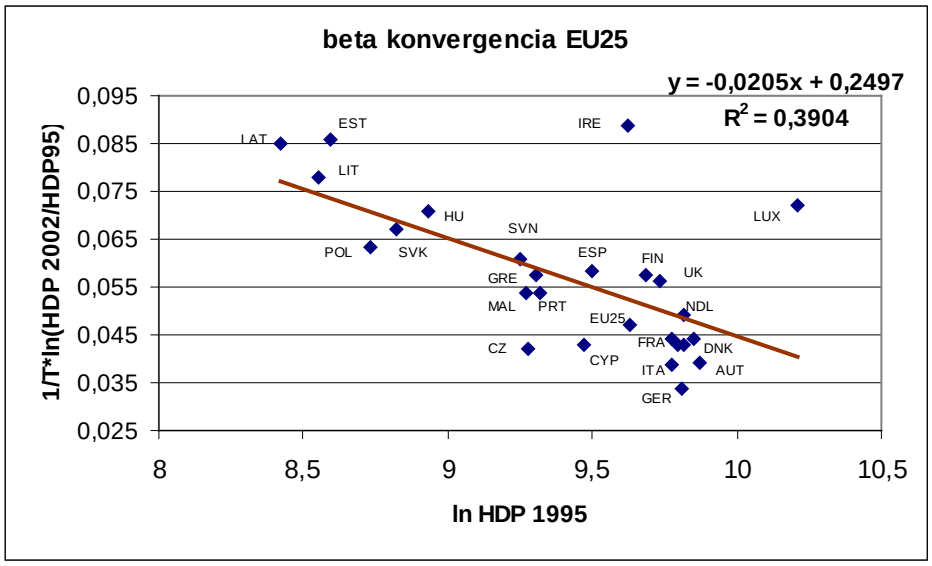
Estimation Results

Parameter	Estimate	Asymptotic Standard Error	Asymptotic 95,0% Confidence Interval Lower	Upper
a	0,249671	0,0492622	0,147999	0,351344
β	0,022111	0,0061205	0,009478	0,034743

Zdroj: vlastné výpočty v programe Statgraphics

Graf 1 zobrazuje linearizujúci vzťah, v ktorom je znázornený priemerný ročný koeficient rastu (os y) versus prirodzený logaritmus východiskovej úrovne HDP v roku 1995. Záporný sklon regresnej priamky potvrdzuje platnosť tzv. beta konvergencie. Znamená to, že krajiny s nízkou úrovňou HDP dosahujú vyšší koeficient rastu oproti krajinám s vysokou východiskovou úrovňou HDP v r. 1995, čím majú šancu za predpokladu ďalšieho podobného vývoja priblížiť sa krajinám s vyššou úrovňou HDP

Graf 1 Beta konvergencia v linearizovanom tvare pre všetky krajiny EU25



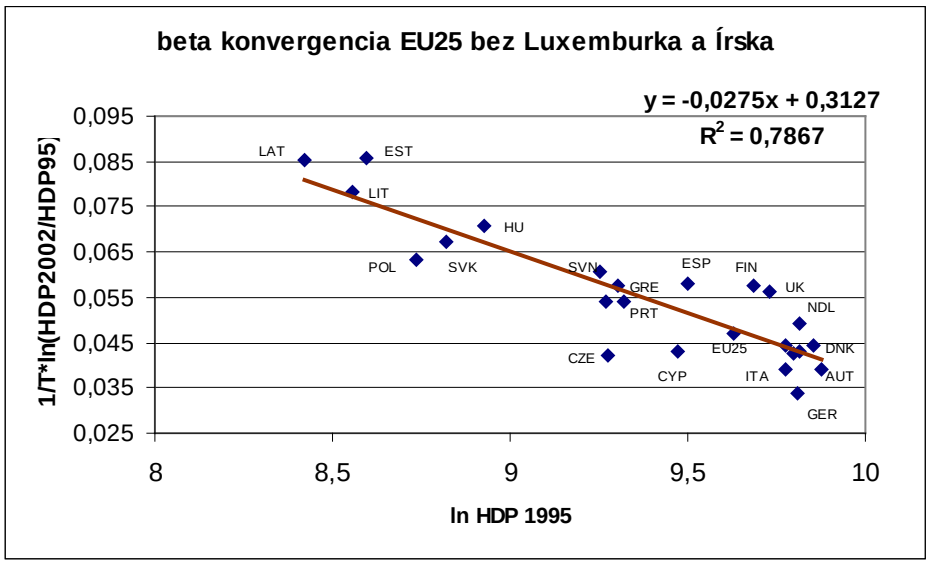
Zdroj: vlastné výpočty

Na základe komparácie temp rastu HDP krajín EU-25 je potrebné upozorniť na vyššie tempa rastu HDP v novoasociovaných krajinách oproti vyspelým krajinám (s výnimkou *Luxemburska* a *Írska*), ktoré sú v pozitívnom slova zmysle v Európskej únii „outliermi“. Tieto dve krajiny vykazujú napriek vysokej úrovni HDP vysoké tempá rastu už v r. 1995, v dôsledku čoho neustále „predbiehajú“ ostatné krajiny EU a neposkytujú im „šancu“ sa k nim úrovňou reálneho HDP priblížiť.

Na „vylepšenie“ platnosti *beta konvergencie* sme z analýzy vylúčili dvoch hlavných pozitívnych „outlierov“ Luxembursko a Írsko.

Upravený koeficient determinácie sa zvýšil takmer na 78%, čím sa vypovedacia schopnosť modelu signifikantne zvýšila. Koeficient *beta* vzrástol na hodnotu 0.03055. Graf 2 znázorňuje „vylepšenie“ platnosti beta konvergencie po vylúčení Luxemburska a Írska.

Graf 2 Beta konvergencia v linearizovanom tvare s vylúčením Luxemburska a Írska



Zdroj: vlastné výpočty grafická úprava

Z regresného modelu je možné na základe komparácie umiestnenia krajín okolo regresného modelu (graf 2) identifikovať krajiny, ktorých rast reálneho HDP je rýchlejší alebo pomalší v porovnaní s modelovými odhadmi. Krajiny Európskej únie, ktoré sú umiestnené v dolnom obore hodnôt osi *x*, t. j. s nízkou úrovňou HDP (v grafoch log(HDP)) v počiatočnom roku 1995 a nachádzajú sa nad regresnou priamkou majú tempo rastu rýchlejšie ako priemerný (odhadovaný) rast. Takýmito krajinami sú predovšetkým *Estónsko* a *Litva*. Naopak *Slovensko* a *Poľsko* pri nízkej východiskovej úrovni HDP v r. 1995 nedosahujú očakávanú rýchlosť rastu HDP, čo pri zachovaní dosahovaného tempa rastu HDP determinuje u týchto krajín dlhodobejší proces približovania sa úrovňou HDP k vyspelým krajinám Európy. I napriek faktu, že *Česká republika* už v r. 1995 dosahovala vyššiu úroveň reálneho HDP (umiestnenie krajiny je v grafe viac vpravo, pretože už v r. 1995 dosahovala asi 70% priemeru EU25), nachádza sa výrazne pod regresnou čiarou, čo je spôsobené najnižším koeficientom rastu v skúmanom časovom horizonte z 10 nových členských krajín EU. Slovinsko s porovnateľnou úrovňou reálneho HDP s Českou republikou v r. 1995, zaznamenalo v skúmanom časovom horizonte výrazne vyšší rast reálneho HDP, ktorý je mierne vyšší ako „očakávané“ tempo rastu v súlade s odhadovaným procesom konvergencie. Podobne je na tom aj *Cyprus*, ktorý pri relatívne vysokej úrovni reálneho HDP v r. 1995 vykazoval za skúmané obdobie nízky koeficient rastu HDP, len nepatrne vyšší ako Česká republika.

Krajiny *EU15*, teda *pôvodné krajiny EU* sú prirodzene umiestnené viac vpravo, teda v hornom obore hodnôt log(HDP), ktorá zodpovedá vyššej úrovni HDP vo východiskovom roku 1995. Ich umiestnenie „nad“ a „pod“ regresnou čiarou hovorí o vyššom, respektíve nižšom

priemernom raste za obdobie rokov 1995 až 2002. *Vyšší* priemerný koeficient rastu je typický pre *Fínsko, Španielsko, Veľkú Britániu, Holandsko* a *Dánsko*. Naopak *nižšia* rýchlosť rastu je typická krajiny, ktoré ležia pod regresnou priamkou, ktorými sú: *Taliansko, Rakúsko,* ale predovšetkým *Nemecko*.

Hypotézu o konvergenčných tendenciách v rámci krajín Európy bola potvrdená, avšak táto je výraznejšia po vylúčení Luxemburska a Írska. Pozorovateľná je mierna tendencia k redukcii variability, meranej ukazovateľom sigma konvergencie aj v rámci všetkých krajín EU25, ktorá sa v horizonte rokov 1995-2002 redukuje z hodnoty 0,486 na hodnotu 0,446. Po vylúčení vyššie uvedených dvoch krajín, ktorých tempa rastu HDP sa vymykajú tendenciám vo vývoji ostatných 23 krajín EÚ, je evidentné zníženie miery variability a aj tendencia v redukcii variability je výraznejšia. Hodnota sigmy konvergencie postupne klesá z hodnoty 0,464 v r. 1995 na hodnotu 0,393 v r. 2002.

Ďalšie výpočty ukazovateľa sigma konvergencie boli realizované zvlášť za skupiny pôvodných krajín EU (EU15 a EU13) a zvlášť za nové členské krajiny EU (NEU 10). Pre kompletnú skupinu členských krajín EU-15 nie je hypotéza o sigma konvergencii potvrdená, naopak rozdiely v úrovni HDP sa v čase prehlbujú. Prehlbovanie týchto disparít spôsobujú práve krajiny Luxembursko a Írsko. Avšak po ich vylúčení možno hovoriť o postupnej redukcii variability v úrovni HDP v krajinách EU13. Potvrdzuje to teda predpoklad, že dochádza k postupnému vzájomnému približovaniu sa krajín EU13 z hľadiska dosahovanej úrovne HDP v skúmanom časovom horizonte. Ukazovateľ sigma konvergencie klesá z hodnoty 0,202 v r. 1995 na hodnotu 0,165 v r. 2002.

Variabilita HDP (v logaritmickej transformácii) v krajinách, ktoré sú novými členmi EU (NEU10) je signifikantne vyššia (sigma = 0,341 v r.1995 a 0,254 v r. 2002) ako v krajinách EU13 a nemá jednoznačne klesajúcu tendenciu.

Záver:

Potvrdenie konvergenčných tendencií v časovom horizonte rokov 1995-2002 však vôbec neznamená, že vzájomné približovanie sa krajín z hľadiska ekonomickej úrovne bude procesom jednoduchým a už vôbec nie krátkodobým. Budúcnosť európskych krajín (regiónov) v novom usporiadaní Európy záleží na mnohých faktoroch. V regionálnej politike je nutné pristupovať s určitým stupňom individuality ku každej krajine, regiónu, a to s ohľadom na výrazné politické, ekonomické, sociálne a kultúrne odlišnosti. Regióny majú odlišný historický vývoj, geografickú polohu, prírodné podmienky, ekonomickú štruktúru, ale aj demografickú štruktúru a štruktúru osídlenia. Tieto faktory determinujú často veľmi silné ekonomicko–sociálne disparity.

Literatúra:

BARRO, R. J., SALA I MARTIN,X.: Convergence. Journal of Political Economy, 1992. 100(2), ss. 223-251

SOJKOVÁ, Z. - MIHÁLOVÁ, H.: Komparatívna analýza krajín Európy z hľadiska ekonomických a demografických ukazovateľov. In: Ekonomické súvislosti demografického vývoje Zborník z Medzinárodného vědeckého seminára. České Budějovice : Jihočeská univerzita, 2001. s. 45-51. ISBN: 80-7040-511-2

ŠIKULA, M.: Globálne súvislosti rozšírenia Európskej únie a konvergenčná pozícia slovenskej ekonomiky. In: Ekonomický časopis, 2003 (6). ISSN 0013-3035

ŠIKULOVÁ,I.: Štrukturálna konvergencia Slovenskej republiky k EÚ 15 – predpoklad úspešného členstva Slovenska v európskej menovej únii. In: Ekonomický časopis, 2004 (9). ISSN 0013-3035

VOŠTA, M.: Přistupující státy Evropské unie: regionální diferenciace. In: Ekonomický časopis, 2004 (4). ISSN 0013-3035

Kontaktná adresa:
doc.Ing. Zlata Sojková, CSc., Katedra štatistiky a operačného výskumu, Slovenská poľnohospodárska univerzita Nitra, Tr.A.Hlinku 2, 949 01 Nitra, e-mail: zlata.sojkova@fem.uniag.sk
Ing. Zlata Kropková, Katedra štatistiky a operačného výskumu, Slovenská poľnohospodárska univerzita Nitra, Tr.A.Hlinku 2, 949 01 Nitra, e-mail: zlata.kropkova@fem.uniag.sk

Štatistické hypotézy o vzťahoch medzi početnosťami

Jana Špirková[1]

Úvod

Ak sú početnosti dosť podobné, naskytá sa otázka, či sú náhodné alebo ich môžeme považovať za významne rozdielne. Túto otázku môžeme ľahko formulovať ako štatistickú hypotézu o vzťahoch medzi početnosťami.

V našom príspevku ukážeme dva testy hypotéz, pomocou ktorých môžeme testovať vzťahy medzi početnosťami – test zhody početností dvoch kategórií a test zhody početností m kategórií.

Na konkrétnom príklade štatistických dát z troch Ústavov pre výkon trestu na Slovensku ukážeme použitie týchto testov.

Test zhody početností dvoch kategórií.

Prvý test, ktorý sa používa pri vyhodnotení podobných početností, je test zhody početností dvoch kategórií.

Ak je dostatočne veľký rozsah súboru, t. j. ak platí $n_i + n_j \geq 30$, n_i, n_j - absolútne početnosti jednotlivých hodnôt (kategórií) znaku,

testujeme nulovú hypotézu H_0 o rovnosti (zhode) početností oproti alternatívnej hypotéze H_1 o štatisticky významnom rozdiele medzi početnosťami.

$$H_0 : n_i = n_j \quad \sim \quad H_1 : \; n_i \neq n_j \;,$$

Použijeme testovacie kritérium $\chi^2 = \frac{(n_i - n_j)^2}{n_i + n_j} \approx \chi^2_{1-\alpha(m-1)}$, kde $\chi^2_{1-\alpha(m-1)}$ je kritická hodnota χ^2 - rozdelenia. Ak hodnota testovacieho kritéria je väčšia ako kritická hodnota $\chi^2_{1-\alpha(m-1)}$, tak zamietame hypotézu o rovnosti početností a môžeme so spoľahlivosťou $1-\alpha$ prijať alternatívnu hypotézu o tom, že početnosti sú štatisticky významne rozdielne.

Test zhody početností *m* kategórií.

Druhý test, ktorý použijeme pri vyhodnotení dát je test zhody početností m kategórií .

$H_0 : n_1 = n_2 = ... = n_m \quad \sim \quad H_1 :$ aspoň dve kategórie majú početnosti navzájom štatisticky významne rôzne.

V prípade zamietnutia nulovej hypotézy môžeme hľadať všetky odlišné dvojice početností.

Nech priemer početností m kategórií je $\bar{n} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} n_i$ a použijeme testovacie kritérium

$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} (n_i - \bar{n})^2}{\bar{n}} \approx \chi^2_{1-\alpha(m-1)}$, kde $\chi^2_{1-\alpha(m-1)}$ je kritická hodnota χ^2 - rozdelenia. Ak hodnota testovacieho kritéria je väčšia ako kritická hodnota $\chi^2_{1-\alpha(m-1)}$, tak zamietame hypotézu o rovnosti početností m kategórií a môžeme so spoľahlivosťou $1-\alpha$ prijať hypotézu, že aspoň dve početnosti sú štatisticky významne rozdielne.

[1] Mgr. Jana Špirková, Ekonomická fakulta UMB, Tajovského 10, Banská Bystrica

Vyhodnotenie získaných dát.
V nasledujúcom texte budeme používať skratku NVS pre označenie nápravno – výchovnej skupiny.
Na výskume sa zúčastnilo spolu 195 odsúdených, z toho 65 odsúdených z I. NVS , 65 z II. NVS a taký istý počet z III. NVS.
Kritické hodnoty χ^2 - rozdelenia so spoľahlivosťou 0,95 a s m stupňami voľnosti pre $m=1$ a $m=2$ sú $\chi^2_{0,95(1)}=3{,}841$, $\chi^2_{0,95(2)}=5{,}991$.
Všetky tri skupiny sme sa snažili zrovnocenniť vo viacerých faktoroch: vek, druh trestnej činnosti, dĺžka trestu, vzdelanie, pobyt vo výkone trestu v rovnakom období.
Odsúdení odpovedali približne na 20 otázok. V našej práci uvedieme len vyhodnotenie niektorých z nich.

1. Ako ste sa prispôsobili súčasnému výkonu trestu odňatia slobody?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
1. Bezproblémovo som sa prispôsobil	16	15	12
2. S problémami	18	27	31
3. Veľmi ťažko	31	23	22

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS	II. NVS	III. NVS
$\chi^2(1,2)=0{,}118$	$\chi^2(1,2)=3{,}429$	$\chi^2(1,2)=8{,}395$
$\chi^2(1,3)=4{,}787$	$\chi^2(1,3)=1{,}684$	$\chi^2(1,3)=2{,}940$
$\chi^2(2,3)=3{,}449$	$\chi^2(2,3)=0{,}320$	$\chi^2(2,3)=1{,}528$

V I. NVS je štatisticky významný rozdiel medzi tými, ktorí sa prispôsobili veľmi ťažko a tými, ktorí sa prispôsobili bez problémov.
V ostatných prípadoch v rámci I. a II. NVS vyšli hodnoty testovacích kritérií menšie ako je kritická hodnota χ^2 - rozdelenia 3,841, preto môžeme rozdiel medzi početnosťami považovať za náhodný. Inými slovami, medzi kategóriami prispôsobenia v I. a II. NVS nie je štatisticky významný rozdiel.
Avšak v III. NVS je počet tých, ktorí majú problémy s prispôsobením je štatisticky významne vyššia.(hodnota kritéria je vyššia ako kritická hodnota 3,841)

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností m kategórií:

I. úroveň	II. úroveň	III. úroveň
$\chi^2(1,2,3)=0{,}605$	$\chi^2(1,2,3)=3{,}501$	$\chi^2(1,2,3)=1{,}921$

Ak by sme chceli porovnať všetky tri nápravno – výchovné skupiny, na základe testu zhody početností môžeme usúdiť, že nie je rozdiel medzi nápravno – výchovnými skupinami v prispôsobivosti na režim.
(hodnoty testovacích kritérií sú menšie ako kritická hodnota 5,991)

2. Čo si myslíte o svojom čine s odstupom času?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
1. Veľká chyba v živote	40	39	29
2. Prejav apatie	21	19	17
3. Nespáchal som trestný čin	4	7	19

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS	II. NVS	III. NVS
$\chi^2(1,2) = 5{,}918$	$\chi^2(1,2) = 6{,}895$	$\chi^2(1,2) = 3{,}130$
$\chi^2(1,3) = 29{,}455$	$\chi^2(1,3) = 22{,}260$	$\chi^2(1,3) = 2{,}080$
$\chi^2(2,3) = 11{,}560$	$\chi^2(2,3) = 5{,}538$	$\chi^2(2,3) = 0{,}111$

V I. aj v II. NVS je veľmi výrazný rozdiel a na základe testu sa potvrdilo, že počet tých, ktorí si uvedomili, že urobili pri spáchaní trestného činu veľkú chybu v živote je významne vyšší. Vysoký počet je aj tých, u ktorých sa prejavuje zatiaľ apatia ale uvedomujú si, že ublížili nielen sebe ale aj blízkym.

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností *m* kategórií

I. úroveň	II. úroveň	III. úroveň
$\chi^2(1,2,3) = 2{,}055$	$\chi^2(1,2,3) = 0{,}420$	$\chi^2(1,2,3) = 12{,}600$

Čo je veľmi zaujímavé, významný rozdiel sa prejavil na úrovni „nespáchal som trestný čin“ a to v III. NVS.

Je to veľmi zaujímavé zistenie na hlbšiu analýzu zmýšľania tých, ktorí spáchali obzvlášť závažný trestný čin.

3. Domnievate sa, že Vás výkon trestu odňatia slobody nejakým spôsobom zmení?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
1. Áno	34	32	37
2. Neviem to ešte posúdiť	26	25	24
3. Stanem sa horším	5	8	4

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS	II. NVS	III. NVS
$\chi^2(1,2) = 1{,}067$	$\chi^2(1,2) = 0{,}860$	$\chi^2(1,2) = 2{,}770$
$\chi^2(1,3) = 21{,}564$	$\chi^2(1,3) = 14{,}400$	$\chi^2(1,3) = 26{,}561$

$\chi^2(2,3) = 14{,}226$ $\chi^2(2,3) = 8{,}758$ $\chi^2(2,3) = 14{,}286$

Vo všetkých troch nápravno – výchovných skupinách je významne vysoký počet tých, ktorí veria, že sa zmenia, sú poučení na celý život a chcú byť lepší. Za takú istú početnú skupinu môžeme považovať aj tých, ktorí ešte žijú v neistote a nie sú vyrovnaní s danou skutočnosťou. Vidíme, že ešte stále sú aj takí („stanem sa horším“, ktorým treba venovať naozaj zvýšenú pozornosť.

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností *m* kategórií:

I. úroveň	II. úroveň	III. úroveň
$\chi^2(1,2,3) = 0{,}369$	$\chi^2(1,2,3) = 0{,}080$	$\chi^2(1,2,3) = 1{,}528$

Na jednotlivých úrovniach „áno“ , „neviem to posúdiť“ a „stanem sa horším“ sa v rámci nápravno – výchovných skupín neprejavil rozdiel.

4. Veríte v svoju silu donútiť sa žiť inak ako doteraz?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
1. Verím a dokážem to	23	22	16
2. Nemám na to silu	38	26	27
3. Nechcem žiť inak	4	17	22

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS	II. NVS	III. NVS
$\chi^2(1,2) = 3{,}879$	$\chi^2(1,2) = 0{,}330$	$\chi^2(1,2) = 2{,}814$
$\chi^2(1,3) = 13{,}370$	$\chi^2(1,3) = 0{,}641$	$\chi^2(1,3) = 0{,}510$
$\chi^2(2,3) = 27{,}524$	$\chi^2(2,3) = 1{,}884$	$\chi^2(2,3) = 0{,}947$

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností *m* kategórií:

I. úroveň	II. úroveň	III. úroveň
$\chi^2(1,2,3) = 1{,}410$	$\chi^2(1,2,3) = 2{,}923$	$\chi^2(1,2,3) = 12{,}049$

V II. a III. NVS sa neprejavil rozdiel medzi tými, ktorí si „veria“ , „ nemajú ešte silu“ a tými, ktorí „nechcú žiť inak“. Čo je však veľmi zaujímavé, v I. NVS je významný počet tých, ktorí veria, že budú žiť lepšie. Z tohto zistenia vyplýva, že je potrebné vplývať na zvyšovanie sebavedomia a uvedomenia si seba samého oveľa viac v II. a III. nápravno – výchovnej skupine.
Takisto je zaujímavé zistenie, že nechce zmeniť svoj život významne vysoký počet uväznených v II. a III. nápravno – výchovnej skupine.

5. Očakávate nejaké riešenie alebo pomoc od svojich spoluväzňov prípadne od pracovníkov ústavu?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
1. Áno	45	50	49
2. Nie	20	15	16

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS $\chi^2(1,2) = 9{,}615$

II. NVS $\chi^2(1,2) = 18{,}846$

III. NVS $\chi^2(1,2) = 16{,}754$

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností *m* kategórií:

I. úroveň $\chi^2(1,2,3) = 0{,}292$

II. úroveň $\chi^2(1,2,3) = 0{,}824$

Vo všetkých skupinách je významne vysoký počet väzňov, ktorí očakávajú pomoc či už od spoluväzňov alebo od pracovníkov ústavu. Medzi jednotlivými úrovňami „áno“ a „nie“ sa neprejavil rozdiel početností v jednotlivých nápravno – výchovných skupinách.

6. Do akej miery ste ochotný spolupracovať v skupinovom poradenstve s pedagógom, psychológom alebo sociálnym pracovníkom ústavu?

	I. NVS	II. NVS	III. NVS
V plnej miere	41	32	20
Len čiastočne, bez dôvery	17	27	34
Nie som ochotný spolupracovať	7	6	11

Hodnoty testovacích kritérií:

I. NVS $\chi^2(1,2) = 9{,}931$ $\chi^2(1,3) = 24{,}083$ $\chi^2(2,3) = 4{,}167$

II. NVS $\chi^2(1,2) = 0{,}424$ $\chi^2(1,3) = 17{,}789$ $\chi^2(2,3) = 13{,}364$

III. NVS $\chi^2(1,2) = 3{,}630$ $\chi^2(1,3) = 2{,}613$ $\chi^2(2,3) = 11{,}756$

Hodnoty testovacích kritérií pre test zhody početností *m* kategórií:

I. úroveň $\chi^2(1,2,3) = 7{,}129$

II. úroveň $\chi^2(1,2,3) = 5{,}615$

III. úroveň $\chi^2(1,2,3) = 1{,}750$

V I. a II. NVS je štatisticky významný rozdiel medzi tými, ktorí v plnej miere, ale aj tých, ktorí sú ochotní spolupracovať len čiastočne a tými, ktorí nie sú ochotní spolupracovať so psychológom. V III. NVS na základe údajov v tabuľke by sme povedali, že rozdiely medzi úrovňami nie sú, avšak na základe štatistického vyhodnotenia môžeme povedať, že rozdiely

sú významné a počet tých, ktorí sú ochotní spolupracovať či už v plnej miere alebo len čiastočne je veľmi vysoký oproti tým, ktorí spoluprácu odmietajú.
V porovnaní všetkých troch nápravno – výchovných skupín je zaujímavé to, že sa prejavil vysoký počet väzňov v III. NVS, ktorí sú ochotní spolupracovať len čiastočne, ale nedôverujú personálu.

Záver:
Výskum v oblasti účinnosti psychoterapeutických metód je neobyčajne zložitý, najmä pre komplexnosť pôsobiacich faktorov. Štatistické analýzy a vyhodnotenia získaných dát a ich správna aplikácia do psychologických techník môžu výrazne pomôcť odsúdeným nielen „prežiť“ pobyt v nápravno – výchovnom zariadení ale aj pri zaradení sa do normálneho života.

Použitá literatúra:
(1) Kanderová M., Úradníček V.: Aplikovaná štatistika vo finančno – ekonomickej praxi, Občianske združenie FINANC, Banská Bystrica, 2005.
(2) Pecáková I.: Statistické aspekty terénních průskumů I.,VŠE, Praha, 1995.
(3) Tomčíková T.: Pôsobenie sociálneho pracovníka v penitenciárnej oblasti, Rigorózna práca, Univerzita Konštantina Filozofa, Nitra, 2002/03, 80 – 94.

Symbióza poistnej matematiky a finančného účtovníctva v IAS 19 – Zamestnanecké požitky

Zuzana Šuranová

Abstrakt: Cieľom príspevku je poukázať na význam a dôležitosť kooperácie poistného matematika pri aplikácii IAS 19 – Zamestnanecké požitky v procese vykazovania bilančných a výsledkových položiek a zostavovania účtovnej závierky (finančných výkazov) podľa IAS/IFRS. Načrtáva základné kroky pri bilancovaní, resp. vykazovaní relevantného záväzku, resp. nákladu programov požitkov po skončení zamestnania v interakcii s predpokladmi poistnej matematiky.

Kľúčové slová: International Accounting Standards/International Financial Reporting Standards, zamestnanecké požitky, predpoklady poistnej matematiky, aktuárne zisky a straty

Úvod

Pri štúdiu a vôli aplikovať medzinárodné účtovné štandardy IAS/IFRS (*International Accounting Standards/International Financial Reporting Standards*) nie je možné si nevšimnúť nutnosť poznania a akceptácie atribútov matematicko-štatistických metód, aj keď určite v menšej miere ako by si to matematici a štatistici želali. Azda najvýraznejšie sa „spolupatričnosť" matematikov a účtovníkov prejavuje v štandarde **IAS 19 – Zamestnanecké požitky (*Employee Benefits*)**, ktorého aplikácia v podnikovej praxi je nepredstaviteľná bez angažovanosti erudovaného poistného matematika.

1. Teoretické východiská – cieľ a rozsah štandardu

Štandard predpisuje každému podniku, ktorý deklaruje, že zostavuje svoju účtovnú závierku v súlade so zásadami a princípmi IAS/IFRS, aby bilancoval, resp. vykazoval a zverejňoval:

a/ **záväzok** vtedy, keď zamestnanec poskytol službu (pracovný výkon) výmenou za zamestnanecké požitky, vyplácané v budúcnosti,

b/ **náklad** vtedy, keď podnik prijal ekonomický úžitok zo služby (pracovného výkonu) zamestnanca, poskytnutej výmenou za budúce zamestnanecké požitky.

Štandard identifikuje päť kategórií zamestnaneckých požitkov:

1. krátkodobé zamestnanecké požitky, napr. mzdy, platy, podiely na zisku a prémie a rôzne nepeňažné požitky (zdravotná starostlivosť, poskytnutie bývania, služobného automobilu, resp. iné bezplatné alebo subvencované tovary a služby,
2. **požitky po skončení zamestnania, napr. penzie, iné dôchodkové požitky, životné poistenie, zdravotná starostlivosť – tzv. programy požitkov po skončení zamestnania,**
3. ostatné dlhodobé zamestnanecké požitky, napr. dlhodobé platené voľno, odmeny za výročia, požitky za dlhodobú službu, dlhodobé požitky za invaliditu,
4. požitky vyplývajúce z ukončenia pracovného pomeru,
5. požitky vo forme kapitálovej účasti.

2. Predpoklady poistnej matematiky v kategóriách zamestnaneckých požitkov

Skutočnosť, či sa požaduje podľa štandardu uplatňovanie predpokladov poistnej matematiky v jednotlivých kategóriách zamestnaneckých požitkov znázorňuje tabuľka 1:

Tabuľka č. 1 Predpoklady poistnej matematiky pre vykazovanie zamestnaneckých požitkov

Kategória požitkov	**Požiadavka na uplatnenie predpokladov**	**Dôvod neuplatnenia predpokladov**
Krátkodobé zamestnanecké požitky	NIE	Vykazovanie a oceňovanie záväzkov a nákladov je vo všeobecnosti jednoduché, neexistuje možnosť vzniku žiadneho aktuárneho zisku alebo straty, pri oceňovaní sa záväzky nediskontujú
Programy požitkov po skončení zamestnania: A. Programy so stanovenými príspevkami B. Programy so stanovenými požitkami	NIE ÁNO	Vykazovanie a oceňovanie nie je zložité, záväzok je pre každé obdobie určený sumou, ktorá bude pre toto obdobie vložená ako príspevok, neexistuje možnosť vzniku aktuárneho zisku alebo straty, pri oceňovaní sa záväzky spravidla nediskontujú
Ostatné dlhodobé zamestnanecké požitky	ÁNO	
Požitky vyplývajúce z ukončenia pracovného pomeru	NIE	Požitky sú spravidla jednorázové sumy a neposkytujú podniku budúce ekonomické úžitky, vykazujú sa ako náklad okamžite
Požitky vo forme kapitálovej účasti	NIE	Štandard vôbec nepredpisuje požiadavky na vykazovanie a oceňovanie

3. Poistná matematika verzus programy požitkov po skončení zamestnania

Programy požitkov po skončení zamestnania je možné klasifikovať v závislosti od ekonomickej podstaty programu a jeho základných podmienok na dve skupiny, ako je znázornené v tabuľke 2:

Tabuľka č. 2 Programy požitkov po skončení zamestnania

Program:	**Program so stanovenými príspevkami** ***(defined contribution plan)***	**Program so stanovenými požitkami** ***(defined benefit plan)***
Podstata	Právny alebo implicitný záväzok podniku limitovaný sumou, ktorou sa rozhodol prispievať do fondu. Čiastka požitkov prijatá zamestnancom je určená sumou príspevkov, platených zamestnávateľom, resp. aj zamestnancom do programu požitkov vrátane výnosov z investovaných príspevkov.	Záväzok podniku poskytovať dohodnuté požitky súčasným a bývalým zamestnancom. Programy môžu byť finančne nezaistené, resp. čiastočne alebo úplne zaistené príspevkami podniku alebo aj zamestnancov do fondu, ktorý je právne oddelený od vykazujúceho podniku, z ktorého sú požitky vyplácané.
Nositeľ rizika	Riziko poistnej matematiky (požitky budú nižšie ako sa očakávalo) a investičné riziko (investovaný majetok nebude dostatočný na uspokojenie očakávaných požitkov) nesie **zamestnanec**	Riziko poistnej matematiky (požitky vyvolajú vyššie náklady ako sa očakávalo) a investičné riziko nesie podnik – **zamestnávateľ**

Ako z definovania programov požitkov po skončení zamestnania a tiež z tabuľky 1 vyplýva, štandard požaduje uplatnenie poistnej matematiky len v prípade programov so stanovenými požitkami. Postupy poistnej matematiky potom ovplyvňujú sumu vykazovaných položiek ročnej (alebo aj medziročnej) účtovnej závierky:

1. v súvahe: **Záväzok so stanovených požitkov**
2. vo výkaze ziskov a strát: **Čistý náklad zamestnaneckých požitkov**

3.1 Záväzok so stanovených požitkov

Suma, vykázaná v súvahe ako záväzok so stanovených požitkov (*defined benefit obligation* – ďalej DBO) pozostáva zo štyroch komponentov:

a/ súčasná hodnota (*present value*) DBO vykázaná k ročnému súvahovému dňu

b/ (+) všetky aktuárne zisky, resp. (–) všetky aktuárne straty nevykazované vo výkaze ziskov a strát z dôvodu použitia metódy koridoru (*corridor amortization)*

c/ (–) všetky ešte nevykázané náklady minulej služby

d/ (–) reálna hodnota (*fair value*) majetku programu (ak existuje), z ktorého sa majú záväzky uhrádzať priamo.

Pozn.: Keďže komponenty c/ a d/ sú pre obsah príspevku irelevantné, uvedieme len podstatné definície:
***Náklady minulej služby (past service cost)** = zvýšenie súčasnej hodnoty DBO za službu zamestnanca v predchádzajúcich obdobiach, vyplývajúce zo zavedenia nových alebo zmien existujúcich požitkov*
***Majetok programu (plan assets)** = majetok, ktorý vlastní subjekt, resp. fond, právne oddelený od vykazujúceho podniku a ktorý sa použije len na vyrovnanie záväzkov so zamestnaneckých požitkov.*

Pre výpočet **súčasnej hodnoty DBO** sa používa poistno-matematická metóda *„projected unit credit method“,* ktorej podstata je v tom, že pristupuje ku každému obdobiu služby tak, ako keby vytváralo dodatočnú jednotku nároku na požitky a meria každú jednotku oddelene, až kým sa nedospeje ku konečnej výške záväzku. DBO je tak súčasná hodnota realisticky ocenených nárokov patriacich zamestnancovi ku dňu ocenenia, vrátane pravdepodobných budúcich zvýšení dôchodkov a platov, t.j. očakávanej budúcej úrovne platov pri nástupe do dôchodku. Súčasná hodnota DBO sa musí stanoviť na základe predpokladov poistnej matematiky ako najlepších odhadov tých premenných, ktoré určujú konečný náklad požitkov. Ide o:

a/ demografické predpoklady o budúcej skladbe súčasných a bývalých zamestnancov, ktorí majú nárok na požitky, napr.:

- úmrtnosť, a to tak počas zamestnania, ako aj po jeho skončení,
- miery fluktuácie, pravdepodobnosť invalidity, predčasný odchod do dôchodku,
- miery nárokov na požitky z programov zdravotného zabezpečenia;

b/ finančné predpoklady, napr.:

- úroková sadzba,
- úroveň budúcich platov a požitkov,
- v prípade požitkov zo zdravotného zabezpečenia vývoj trendu nákladov v oblasti zdravotného zabezpečenia, vrátane nákladov na spracovanie agendy nárokov a výplat požitkov,
- očakávané výnosy z majetku programu.

Druhým komponentom DBO sú **aktuárne zisky, resp. straty,** ktoré môžu vyplynúť zo zvýšenia alebo zníženia buď súčasnej hodnoty DBO alebo reálnej hodnoty majetku programu v dôsledku účinkov, resp. rozdielov v odhadoch demografických a finančných predpokladov poistnej matematiky a skutočnosťou. Z dlhodobého hľadiska sa môžu aktuárne zisky a straty navzájom skompenzovať. Preto sa odhady záväzkov po skončení zamestnania považujú za „koridor“ (interval) okolo ideálneho odhadu. Zisky alebo straty, ktoré spadajú do tohto koridoru podnik nemusí vykázať vo výkaze ziskov a strát, ale v súvahe ako komponent DBO. Vo výkaze ziskov a strát sa musí vykázať ten podiel aktuárnych ziskov alebo strát, ktorý spadá mimo koridoru, s toleranciou ± 10 %. Inými slovami: na základe vysokej volatility akatuárnych ziskov a strát sa tieto nemusia vykázať priamo v položke Čistý náklad zamestnaneckých požitkov; všetky súčasti aktuárnych ziskov a strát sa vzájomne započítajú a zostávajúci zisk alebo strata podlieha testovaniu metódou koridoru – do nákladov sa vykáže (rozdelená lineárne na roky služby) len tá časť zostatku aktuárnych ziskov a strát, ktorá prevyšuje koridor, čiže vyššia hodnota z:

♣ 10 % súčasnej hodnoty DBO alebo
♣ 10 % reálnej hodnoty majetku programu.

Rozdelenie podľa metódy koridoru sa vykoná podľa vzťahov:

kumulatívne aktuárne zisky (straty) obdobia t_{-1} – koridor (na konci) obdobia t_{-1} = aktuárny zisk (strata) na rozdelenie [1]

aktuárny zisk (strata) na rozdelenie ÷ zostávajúce roky služby = vykázaný náklad alebo výnos obdobia t_0 [2]

3.2 Čistý náklad zamestnaneckých požitkov

Suma ročného čistého nákladu zamestnaneckých požitkov (*net employee benefit cost* – ďalej NEBC) pozostáva zo šiestich komponentov:

a/ (+) náklad súčasnej služby (*current service cost*), ktorý vyplýva zo vzťahu:

$$\text{DBO } (31.12.\ t_0) - \text{DBO } (1.1.\ t_0) - \text{Nákladový úrok} = \text{Náklad súčasnej služby} \quad [3]$$

b/ (+) nákladový úrok (*interest cost*), ktorý vzniká v dôsledku diskontovania DBO na jeho súčasnú hodnotu a vyplýva zo vzťahu:

$$\text{DBO } (1.1.\ t_0) \times \text{Úroková sadzba} = \text{Nákladový úrok} \quad [4]$$

c/ (–) očakávaný výnos majetku programu (*expected return on plan assets)*

d/ (–) aktuárne zisky, resp. (+) aktuárne straty (*actuarial gains and losses*), ktoré sa rozdeľujú pro rata temporis podľa metódy koridoru (pozri časť 3.1); tvoria ich:

- neočakávané výnosy alebo straty majetku programu (ako rozdiel medzi očakávanou a skutočnou návratnosťou majetku programu)
- výnosy alebo straty z predpokladov poistnej matematiky

e/ (+) náklady minulej služby (*past service cost amortisation)*

f/ (–) zisky alebo (+) straty z redukcie (napr. z dôvodu zníženia počtu zamestnancov, ukončenia činnosti prevádzky podniku, ukončenia programu) alebo vysporiadania (vyrovnania nárokov na požitky) programu

V zverejňovanom výkaze ziskov a strát musí podnik vykázať celú sumu položky NEBC, ale osobitne aj každý relevantný komponent, ktorý položku tvorí. Súčasne musí zverejniť v poznámkach najdôležitejšie použité predpoklady poistnej matematiky (diskontné sadzby, očakávaná rentabilita majetku programu, očakávaná miera zvýšenia miezd a platov, trendy vývoja nákladov v zdravotnom zabezpečení).

4. Poistná matematika verzus ostatné dlhodobé zamestnanecké požitky

Z tabuľky 1 vyplýva, že štandard požaduje uplatnenie predpokladov poistnej matematiky aj v tejto kategórii zamestnaneckých požitkov. Keďže oceňovanie takýchto požitkov nie je spojené s rovnakým stupňom neistoty ako pri vykazovaní požitkov po skončení zamestnania a nové zavedenie alebo zmeny požitkov nespôsobujú významné zvýšenie nákladov minulej služby, dôsledky uplatnenia poistnej matematiky sa vo vykazovaní ostatných dlhodobých zamestnaneckých požitkov prejavia zjednodušene: aktuárne zisky resp. straty sa vykážu okamžite, bez použitia koridoru a náklady minulej služby sa v plnej výške vykážu tiež okamžite.

Záver

Medzinárodné účtovné štandardy IAS/IFRS sa postupne stávajú záväznou súčasťou národného účtovného systému Slovenskej republiky. Od 1.1.2005 sú jediným „národným“ štandardom pre zostavenie všetkých konsolidovaných účtovných závierok a od 1.1.2006 pre zostavenie individuálnych účtovných závierok vybraných podnikateľských subjektov. Ich akceptácia v podnikovom účtovnom informačnom systéme nie je jednoduchá. Štandardy viac

prezentujú interdisciplinárnosť finančného účtovníctva a jeho prienik aj s exaktnými disciplínami ako pôvodné slovenské „štandardy“. Zostavovateľ účtovnej závierky podľa IAS/IFRS musí teoreticky poznať a pragmaticky využívať postupy matematicko-štatistických metód, ktoré požadujú jednotlivé štandardy. Ako príklady je možné uviesť:

IAS 19 – Zamestnanecké požitky (*Employee Benefits*)
IAS 26 – Účtovanie a vykazovanie penzijných programov (*Accounting and Reporting by Retirement Benefit Plans*)
IAS 29 – Finančné vykazovanie v hyperinflačných ekonomikách (*Financial Reporting in Hyperinflationary Economies*)
IAS 36 – Zníženie hodnoty majetku (*Impairment of Assets*).

V príkladoch by bolo možné pokračovať azda každým jednotlivým štandardom. Príspevok analyzuje štandard IAS 19 – Zamestnanecké požitky z pohľadu prieniku finančného účtovníctva a poistnej matematiky s cieľom prezentovať náročnosť a mnohostrannosť procesu zostavenia ročnej účtovnej závierky, ktorá má podať celosvetovo uznaný a požadovaný verný a pravdivý obraz o finančnej, majetkovej a výnosovej situácii podniku pre správne rozhodovanie sa používateľov účtovnej závierky.

Literatúra:

1. GRÜNBERGER,D.- GRÜNBERGER,H. 2004. *IAS/IFRS 2005.* Wien: LexisNexis 2004. ISBN 3-7007-30077-2
2. EPSTEIN,B.J.-MIRZA,A.A. 2003.*IAS 2003. Interpretation and Application of IAS.* New Jersey: John Wiley&Sons 2003. ISBN 0-471-22736-6
3. HINZ,M. 2005. *Rechnungslegung nach IFRS. Konzept, Grundlagen und erste Anwendung.* München: Verlag Vahlen 2005. ISBN 3-8006-3080-X
4. *International Accounting Standards 2000. (Deutsche Ausgabe).* London: IASC 2000. ISBN 3-7910-1765-9
5. LÜDENBACH,N. – HOFFMANN,W.D. 2003. *IAS-Kommentar.* Freiburg: Rudolf Haufe Verlag 2003. ISBN 3-448-05199-3
6. *Medzinárodné účtovné štandardy 2000.* Londýn: IASC 2000. ISBN 80-88715-89-X
7. Official Journal of the European Union/Amtsblatt der Europäischen Union: L261, 13.10. 2003. www.europa.eu.int/eur-lex
8. TANSKI, J. S. 2002. *Internationale Rechnungslegungsstandards.* München: Deutscher Taschenbuch Verlag 2002. ISBN 3-423-50852-3

doc. Ing. Zuzana Šuranová, PhD.
Katedra financií a účtovníctva
Ekonomická fakulta UMB
Cesta na amfiteáter 1
974 00 Banská Bystrica
zuzana.suranova@umb.sk

Štatistické navrhovanie spoločného použitia regulačného diagramu priemerov a regulačného diagramu rozpätí

Milan Terek – Iveta Lišková

Abstrakt: V príspevku sú opísané prístupy k navrhovaniu regulačných diagramov. Ide o heuristické, ekonomické, štatistické a ekonomicko-štatistické navrhovanie. Podrobnejšie uvádzame štatistické navrhovanie spoločného použitia regulačného diagramu priemerov a regulačného diagramu rozpätí. Navrhujeme konkrétny postup jeho realizácie. Závery, ktoré uvádzame možno rozšíriť aj na iné typy regulačných diagramov.

Úvod

Využívanie regulačných diagramov vyžaduje prijatie viacerých rozhodnutí. Dôležitým rozhodnutím je rozhodnutie o návrhu regulačného diagramu (určenie parametrov regulácie pomocou regulačného diagramu). Ide o určenie:

- ***rozsahu výberu,***
- ***regulačných hraníc,***
- ***frekvencie výberov.***

Je známych viacero metód navrhovania regulačných diagramov. Stručne ich uvedieme.

1 Metódy navrhovania regulačných diagramov

Všeobecne sú známe štyri rozličné typy metód navrhovania regulačných diagramov. Ide o heuristické navrhovanie, ekonomické navrhovanie, štatistické navrhovanie a ekonomicko- štatistické navrhovanie. Budeme uvažovať Shewhartove regulačné diagramy na reguláciu meraním, konkrétne procedúru spoločného použitia regulačného diagramu priemerov ($\overline{X}$-diagramu) a regulačného diagramu rozpätí (R-diagramu). V štatistickej regulácii sa na monitorovanie procesu totiž obyčajne používajú súčasne dva regulačné diagramy. Jeden je na monitorovanie polohy, druhý na monitorovanie variability procesu. Najčastejšie sa v praxi používa práve dvojica regulačných diagramov – diagram priemerov a diagram rozpätí. Úvahy, ktoré uvedieme však možno rozšíriť aj na iné typy regulačných diagramov.

1.1 Heuristické navrhovanie

Tu sa obyčajne uvažujú 3σ-regulačné diagramy (riziko vzniku chyby prvého druhu (riziko zbytočného signálu) je 0,0027 v $\overline{X}$-diagrame, v R-diagrame závisí od rozsahu výberu), rozsah výberu 4 alebo 5. Frekvenciu výberov (čas medzi dvomi bezprostredne susednými výbermi) odporúčajú rôzni autori rozlične, najčastejšie sa však odporúča jedna hodina.

1.2 Ekonomické navrhovanie

Tu je cieľom nájsť také regulačné hranice, rozsah výberu a frekvenciu výberov, ktorá minimalizuje straty zo zisku spôsobené nižšou kvalitou.

Pri formulácii optimalizačných modelov sa obyčajne prijímajú dve skupiny predpokladov. Prvá skupina sa týka správania procesu. Obyčajne sa predpokladá:

- Stabilita procesu.
- Výskyt vymedziteľných príčin sa modeluje ako Poissonov proces.
- Keď sa objaví vymedziteľná príčina, proces nie je schopný samoregulácie a na jej odstránenie je nevyhnutný zásah zvonka.

Druhá skupina sa týka predpokladov o nákladových položkách, ktoré vytvárajú stratu zo zisku. Najčastejšie sa predpokladajú takéto náklady:

- Náklady na vyberanie a testovanie.
- Náklady na hľadanie a na odstraňovanie vymedziteľných príčin variability.
- Náklady spojené s produkciou nezhodných jednotiek.

V roku 1956 ponúkol A. J. Duncan v Duncan (1956) optimalizačný model parametrov regulácie pomocou Shewhartovho regulačného diagramu priemerov. Tento model možno považovať za základ ďalších prác v tejto oblasti. Vo svojom modeli Duncan uvažoval jedinú vymedziteľnú príčinu a jedinú hodnotu zmeny (posunu) strednej hodnoty procesu, ktorý táto vymedziteľná príčina spôsobí.

1.3 Štatistické navrhovanie

Na meranie účinnosti kontrolnej procedúry sa používa ARL – priemerná dĺžka priebehu[1].

Dobrá kontrolná procedúra má veľkú hodnotu ARL keď je proces stabilný a malú hodnotu ARL keď je proces nestabilný.

Regulačný diagram sa navrhuje tak, že sa špecifikujú hodnoty ARL pre dva posuny parametra θ :

– najväčší posun $\theta_0 \geq 0$, ktorý ešte nepovažujeme za významný,
– najmenší posun $\theta_1 \geq \theta_0$ taký, pre ktorý sa všetky posuny $\theta > \theta_1$ už považujú za významné a chceme ich čo najskôr identifikovať.

V prvom kroku sa odporúča[2] určiť hodnoty posunu θ, ktoré korešpondujú s oblasťami stability, indiferencie a narušenej stability procesu.

Označíme oblasť stability, indiferencie a narušenej stability procesu v tomto poradí ako M_0, I a M_1.

V oblasti stability M_0 sú všetky hodnoty θ, ktoré považujeme za nevýznamné a nevyžadujeme ich rýchle zistenie. Nie je napríklad praktické požadovať odstránenie veľmi malého posunu parametra regulovanej veličiny.

[1] ARL je priemerný počet výberov realizovaných predtým, ako dostaneme signál o narušení stability procesu.
[2] pozri napríklad Woodall (1985)

Hodnoty θ pre ktoré by kontrolná procedúra mala dať rýchlo signál o narušení stability procesu sú z oblasti M_1.

Potreba stanovenia oblasti posunov parametra regulovanej veličiny, pre ktoré považujeme proces za stabilný je v mnohých procesoch zrejmá. Je ťažké predstaviť si napríklad praktickú aplikáciu v ktorej nie je aspoň malý interval prijateľných hodnôt strednej hodnoty regulovanej veličiny. Napríklad už fakt zaokrúhlenia hodnoty odhadu strednej hodnoty regulovanej veličiny vytvára malý interval jej prijateľných hodnôt.

V štatistickom návrhu regulačného diagramu má regulačný diagram hodnotu ARL aspoň A_0, keď $\theta \in M_0$ a najviac A_1, keď $\theta \in M_1$.

1.4 Ekonomicko-štatistické navrhovanie

E. M. Saniga v Saniga (1989) opisuje tento prístup takto. Ekonomicko-štatistické navrhovanie regulačného diagramu je také navrhovanie, v ktorom sa ekonomicko-stratová nákladová funkcia minimalizuje pri ohraničeniach na najmenšiu prípustnú silu[3], najväčšie prípustné riziko vzniku chyby prvého druhu a najväčší prípustný ATS (average time to signal – priemerný čas do objavenia sa signálu o narušení stability procesu) pre očakávanú zmenu parametrov regulovanej veličiny.

Poznamenajme, že

ATS = ARL . *h*

kde *h* je čas mezi dvomi bezprostredne susednými výbermi.

Nech *f(D)* je ekonomicko-stratová nákladová funkcia (*D* je vektor návrhu[4]) pre ekonomický model so silou *p* pri očakávanej úrovni posunu, s rizikom vzniku chyby prvého druhu α a s ATS pri očakávanej úrovni posunu a nech ps_i pre $i = 1, 2, \ldots, m$, je sila pre vybraté posuny parametra od očakávanej hodnoty posunu. Predpokladáme nezávislosť náhodných výberov.

Budeme riešiť úlohu

$$f(D) \rightarrow \min$$
$$\alpha \leq \alpha_u$$
$$p \geq p_l$$
$$\mathrm{ATS} \leq \mathrm{ATS}_u$$
$$ps_i \geq ps_{li} \quad \text{pre} \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

[3] Pravdepodobnosť, že regulačný diagram bude signalizovať narušenie stability procesu pre očakávaný posun parametrov procesu pri prvom výbere ktorý nasleduje po realizácii očakávaného posunu.

[4] $D = (n, k, L_1, L_2)$, kde *n* je rozsah náhodného výberu z produkcie *k* jednotiek, L_1 je parameter regulačného diagramu priemerov (determinuje veľkosť kritickej oblasti príslušného testu), L_2 je parameter regulačného diagramu rozpätí (determinuje veľkosť kritickej oblasti príslušného testu).

kde α_u, p_l a ATS_u sú želané hranice hodnôt rizika vzniku chyby prvého druhu, sily a ATS pre očakávanú úroveň posunu a ps_{li} sú dolné hranice sily pre *i*-ty vybratý posun parametra od očakávanej úrovne.

Možno samozrejme uvažovať aj alternatívne formulácie modelu.

Opísali sme základné prístupy k navrhovaniu regulačných diagramov. Konečné rozhodnutie o použitom prístupe závisí od charakteru regulovaného procesu, od údajov, ktoré máme k dispozícii a v neposlednej miere aj od odbornej zdatnosti týmu, ktorý regulačné diagramy vo firme navrhuje.

2 Voľba typu návrhu

V Montgomery (1991), s. 443 sa uvádza, že väčšina ekonomických modelov síce je pomerne robustná voči nepresnému odhadovaniu nákladových položiek, nie je ale robustná voči nepresnému odhadovaniu frekvencie výskytu vymedziteľných príčin variability.

Všeobecne, pre „dobrý“ ekonomický a ekonomicko-štatistický návrh je nevyhnutné mať už zhromaždené isté skúsenosti a údaje o nákladových položkách a o frekvencii výskytu vymedziteľných príčin variability, ktoré determinujú parametre ekonomicko-stratovej nákladovej funkcie.

Nazdávame sa, že ekonomický alebo ekonomicko-štatistický návrh je možné úspešne realizovať len vtedy, keď už máme s reguláciou procesu značné skúsenosti, a zhromaždili sme množstvo údajov o nákladových položkách a iných parametroch modelu, ktoré umožňujú ich reálne odhadovanie.

V situácii, keď sú skúsenosti so štatistickou reguláciou minimálne, by mohli byť vstupné údaje do príslušného optimalizačného modelu natoľko nepresné, že riešenie príslušnej optimalizačnej úlohy, definovanej na modeli by mohlo byť natoľko vzdialené od reality, že by mohlo dokonca oslabiť vôľu ďalej používať regulačné diagramy a iné metódy štatistickej regulácie. Vtedy možno odporúčať štatistické navrhovanie.

3 Štatistické navrhovanie spoločného použitia diagramu priemerov a diagramu rozpätí

Možno odporúčať takýto postup.

3.1 Stanovenie základných východísk a predpokladov.

V prvom kroku realizovať *m* náhodných výberov rozsahu *n* (odporúča sa *m* = 20 až 25, *n* = 4 alebo 5). Z nich vypočítať hodnotu bodového odhadu $\overline{\overline{X}}$ strednej hodnoty μ a hodnotu bodového odhadu $\hat{\Sigma} = \dfrac{\overline{R}}{d_2}$ smerodajnej odchýlky σ regulovanej veličiny.

V oboch regulačných diagramoch možno uvažovať pravdepodobnostné hranice, napríklad také, aby riziko zbytočného signálu bolo α = 0,0027 (pre obvyklé súčasné použitie $\overline{X}$-diagramu a *R*-diagramu sa štatistický návrh najčastejšie realizuje pre riziko vzniku chyby prvého druhu 0,0027 a pre pravdepodobnosť prijatia kombinovanej procedúry 0,1.).

Pri realizácii spoločného štatistického návrhu $\overline{X}$-diagramu a *R*-diagramu sa predpokladá, že regulovaná veličina má takú strednú hodnotu μ a takú smerodajnú odchýlku σ ako sme odhadli pomocou údajov z výberov.

3.2 Preskúmanie oblasti narušenej stability procesu M_1.

Na základe konzultácií s technickými pracovníkmi podniku a analýzy procesu, treba prijať východiská o odchýlke strednej hodnoty a o odchýlke smerodajnej odchýlky, ktoré budeme považovať za „kritické“ – také, ktoré chceme zistiť veľmi rýchlo, najlepšie hneď v prvom náhodnom výbere, ktorý nasleduje po takomto narušení stability..

Pre uvažované posuny parametrov odporúčame požadovať pravdepodobnosť prijatia P = 0,1 čo generuje ARL kombinovanej procedúry pri nestabilnom procese 1,11. To znamená, že s pravdepodobnosťou 0,9 bude po realizácii uvedených posunov parametrov aspoň jeden z regulačných diagramov signalizovať narušenie stability procesu hneď v prvom náhodnom výbere, ktorý bude nasledovať po takom narušení stability.

Pre stanovené riziko zbytočného signálu $\alpha = 0{,}0027$, pravdepodobnosť prijatia P = 0,1 a stanovené „kritické“ posuny parametrov možno určiť potrebnú veľkosť výberu n.

3.3 Výpočet parametrov regulačných diagramov.

Realizuje sa m (odporúča sa m = 20 až 25 výberov) rozsahu n. Na základe získaných údajov možno vypočítať parametre regulačného diagramu priemerov (3σ - regulačné hranice a centrálnu priamku), hodnoty odhadov strednej hodnoty, smerodajnej odchýlky a rozpätia regulovanej veličiny a pravdepodobnostné regulačné hranice regulačného diagramu rozpätí.

3.4 Preskúmanie oblasti stability M_0.

Na základe konzultácií s technickými pracovníkmi podniku a prepočtov spôsobilosti treba prijať východiská na definovanie oblasti stability M_0, konkrétne o odchýlke strednej hodnoty a o odchýlke smerodajnej odchýlky, ktoré budeme považovať za také, pre ktorú chceme veľké ARL stabilného procesu.

Možno vypočítať veľkosť rizika zbytočného signálu α a veľkosť ARL pre každý z regulačných diagramov a ARL stabilného procesu kombinovanej procedúry pre uvažované posuny parametrov. Keď je ARL stabilného procesu neprijateľné, možno vhodnou voľbou frekvencie výberov a tým ATS získať prijateľný výsledok, pričom treba brať do úvahy aj vplyv tejto zmeny na oblasť nestability.

Niektoré zaujímavé aspekty tejto problematiky možno nájsť aj v našej literatúre, napríklad v Garaj, Janiga (2004), Palenčár (1990) a v Terek, Hrnčiarová (2004).

Tento príspevok bol vypracovaný s podporou grantovej agentúry VEGA v rámci projektu č. 1/1247/04 Progresívne štatistické techniky a rozhodovanie v procese zlepšovania kvality.

Literatúra

DUNCAN, A. J.(1956): *The Economic Design of $\overline{X}$ - Charts Used to Maintain Current Control of Process.* Journal of the American Statistical Association, vol. 51.

GARAJ, I., JANIGA, I.(2004): *Dvojstranné tolerančné medze normálnych rozdelení s neznámymi strednými hodnotami a s neznámym spoločným rozptylom*. Bratislava, Slovenská technická univerzita.

MONTGOMERY, D. C.(1991): *Introduction to Statistical Quality Control*. New York, J. Wiley. ISBN 0-471-51988-X.

PALENČÁR, R.(1990): *Metódy a prostriedky kontroly akosti*. Bratislava, ES SVŠT.

SANIGA, E. M.(1989): *Economic Statistical Control-Chart Designs With an Application to* $\overline{X}$ and R Charts. Technometrics, vol. 31, n° 3.

TEREK, M. – HRNČIAROVÁ, Ľ.(2004): *Štatistické riadenie kvality*. Bratislava, IURA EDITION. ISBN 80-89047-97-1.

WOODALL, W. H.(1985): *The statistical design of quality control charts*. The Statistician 34, pp. 155 – 160.

Kontakt: doc. Ing. Milan Terek, PhD., Katedra štatistiky, Ekonomická univerzita, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: 02-67295713, e-mail: terek@dec.euba.sk

Ing. Iveta Lišková, Autorizované školiace stredisko PRISMA, H. Meličkovej 14, 841 05 Bratislava, tel.: 02-65315474, e-mail: prisma@stonline.sk

Štatistické nástroje metódy Six Sigma

Michal Tkáč

Abstrakt: *Príspevok prezentuje nutnosť modifikácie používaných metód štatistického riadenia kvality pre potreby Six Sigma v praxi. Sú uvedené niektoré argumenty za aj proti implementácii spomínaných metód v praxi.*

Kľúčové slová: *Statistical Quality Control (SQC), Six Sigma, Quality Improvement (QI), Design of experiment (DoE).*

Úvod

Podľa publikácie [1] (dostupnej aj v českom preklade) je metóda Six Sigma úplný a flexibilný systém dosahovania, udržovania a maximalizácie obchodného úspechu, založený na porozumení potrieb a očakávaní zákazníkov, disciplinovanom používaní faktov, dát a štatistickej analýzy na základe starostlivého prístupu k riadeniu, zlepšovaniu a vytváraniu nových obchodných výrobných a obslužných procesov. Ide o metódu, resp. systém ktorý sa (rovnako ak filozofia TQM) stal vo veľmi krátkom čase populárny a úspešný, hlavne na základe pozitívnych skúseností takých výrobných gigantov, akými sú spoločnosti GE (General Electric), Motorola, Boeing, Phizer, Sony, Polaroid, DuPont, ITT, atď. Podľa LLC Best Practices Reportu za rok 2003, ktorý porovnával 84 svetovo najúspešnejších spoločností, 29% používalo metódu Six Sigma a ďalších 38% zavádzalo metódu Lean Sigma, čo je rozšírením pôvodnej metódy Six Sigma o postupy tzv. Lean Managementu vyvinutého v spoločnosti Toyota.

Metóda Six Sigma (na rozdiel od filozofie TQM) sa stala predmetom skepticizmu už pri svojom zrode. Aj keď ide o systém, ktorý snáď v histórii teórie kvality najviac využíva exaktné a štatistické metódy, aj v kruhoch odborníkov danej oblasti je táto metóda prijímaná z istou nevôľou či rezervou.

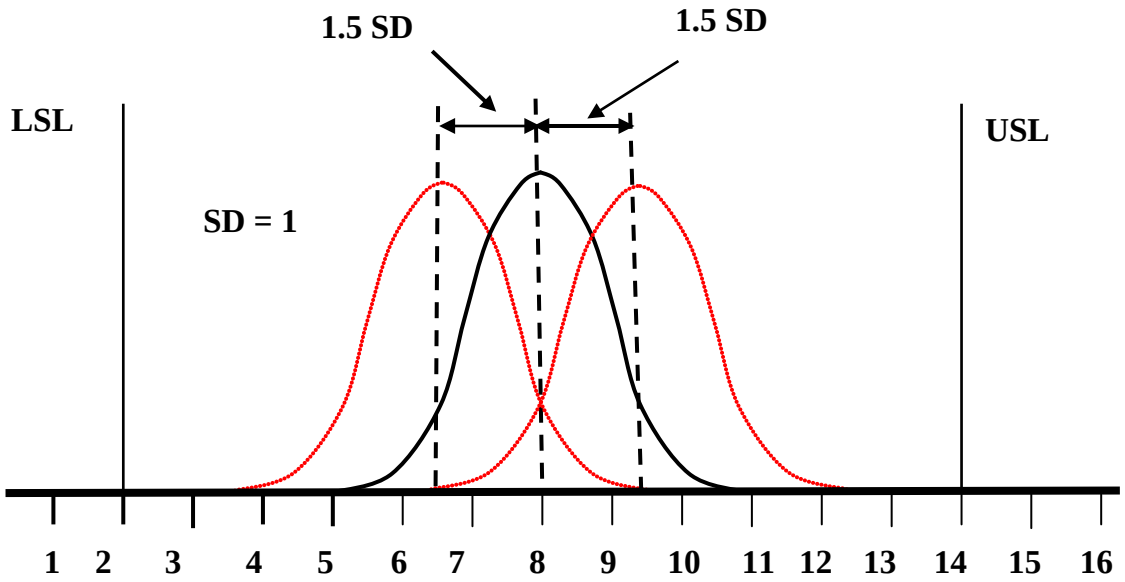
Tabuľka 1 Kon(tro)verzná tabuľa hodnôt Sigma (σ)

Výnos v %	DPMO	Násobok σ
6,68	933200	0,0
8,455	915450	0,125
10,56	894400	0,25
13,03	869700	0,375
15,87	841300	0,5
19,08	809200	0,625
22,66	773400	0,75
26,595	734050	0,875
30,85	**691500**	**1,0**
35,435	645650	1,125
40,13	598700	1,25
45,025	549750	1,375
50,00	500000	1,5
54,975	450250	1,625
59,87	401300	1,75
64,565	354350	1,875
69,15	**308500**	**2**
73,405	265950	2,125
77,34	226600	2,25
80,92	190800	2,375
84,13	158700	2,5
86,97	130300	2,625
89,44	105600	2,75
91,545	84550	2,875
93,32	**66800**	**3**
94,79	52100	3,125
95,99	40100	3,25
96,96	30400	3,375
97,73	22700	3,5
98,32	16800	3,625
98,78	12200	3,75
99,12	8800	3,875
99,35	**6200**	**4**
99,565	4350	4,125
99,7	3000	4,25
99,795	2050	4,375
99,87	1300	4,5
99,91	900	4,625
99,94	600	4,75
99,96	400	4,875
99,977	**230**	**5**
99,982	180	5,125
99,987	130	5,25
99,992	80	5,375
99,997	30	5,5
99,99767	23,35	5,625
99,99833	16,7	5,75
99,999	10,05	5,875
99,99966	**3,4**	**6**

Pravdepodobne najčastejšie napádaný je podľa mnohých autorov nezmyselný predpoklad posunutia strednej hodnoty procesu o 1,5 násobku sigma pri priradení medzi univerzálnymi charakteristikami kvality (násobkami sigma) a výskytom chýb na milión príležitostí.

Pre nezainteresovaných len stručne pripomenieme, že spomínané hodnoty násobkov Sigma pre normálne rozdelenie klasifikujú výkonnosť procesu na základe odhadu charakteristiky variability rozdelenia základných parametrov jeho výstupu. Ak za chybu považujeme taký stav, keď produkt, alebo proces nespĺňa požiadavky zákazníka, tak metóda Six Sigma poskytuje empirické priradenie počtu chýb na milión príležitostí DPMO (Defect Per Million Opportunities) jednotlivým hodnotám násobku charakteristiky sigma (viď. Tabuľka 1). Výnos potom prestavuje očakávané % bezchybných produktov. [1]

Obrázok 1



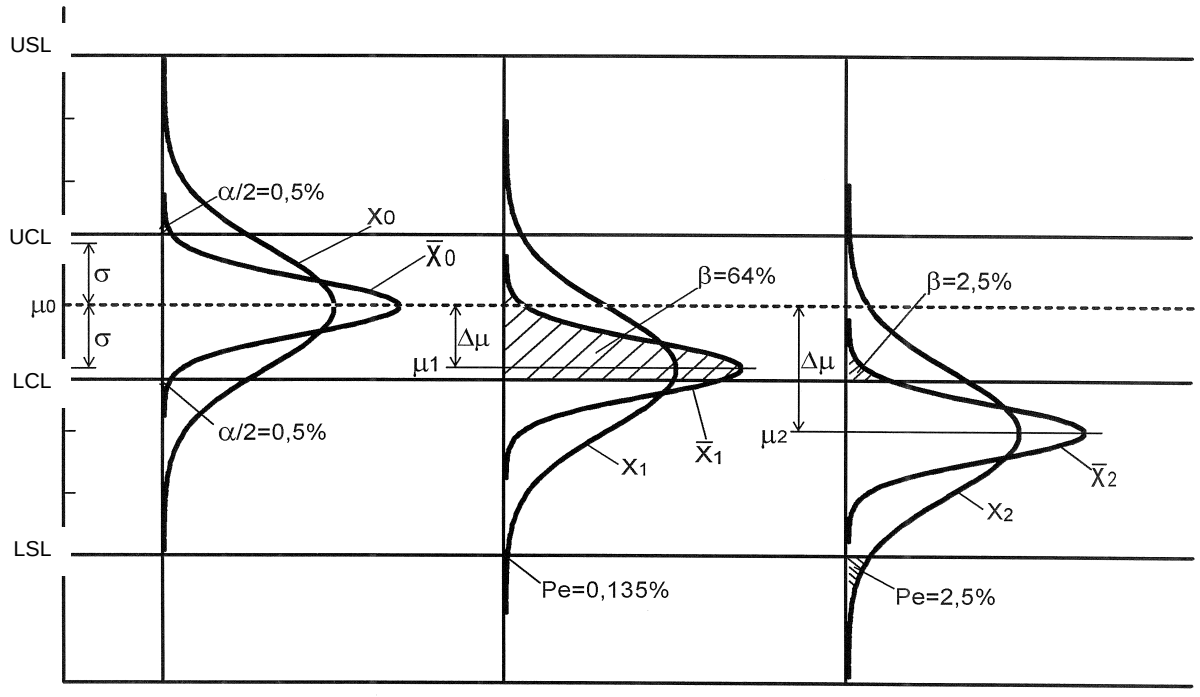
Tento štatistikmi často kritizovaný predpokladaný odklon strednej hodnoty o 1,5 Sigma viď. Obrázok 1 (o ktoré sa líši spomínané priradenie od očakávaných hodnôt získaných pri predpokladanom normálnom rozdelení) vytvára niekoľko dôsledkov aj v súvislosti s výpočtom indexov spôsobilosti, resp. pri praktickej implementácii Shewhartových regulačných diagramov.

Metóda, resp. systém Six Sigma, zrejme vychádzajúc z mnohých chýb, ktoré sa vyskytli pri praktickej implementácii TQM stanovila pevné rámce a postupy pre jednotlivé nástroje, ale aj na určovanie cieľov zlepšovania. Každé takéto „zúženie“ so sebou nevyhnutne prináša zníženie univerzálnosti. Ak nehľadáme pre spomínaný posun strednej hodnoty o 1,5 sigma logické vysvetlenie, ale chápeme ho ako empiricky stanovenú hodnotu, môžeme už len diskutovať o vhodnosti takéhoto priradenia.

Six Sigma ako metóda zameraná na zlepšovanie kvality na základe spomínanej tabuľky priraďuje špičkovej kvalite produkcie presne určenú hranicu reprezentovanú povestnými šiestimi Sigmami. Z pohľadu diskrétneho výskytu chýb reprezentovaného parametrom DPMO to predstavuje 3,4 nepodarkov na milión príležitostí ich vzniku.

Ak uvažujeme klasický Shewhartov regulačný diagram s hranicou možnej chyby prvého druhu $\alpha = 0{,}01$ a sústredíme sa na diagram priemerov (pričom predpokladáme normálne rozdelenie $N(\mu_0 ; \sigma^2)$ a pre tolerančné medze nech platí $USL = \mu_0 + 4\sigma$, $LSL = \mu_0 - 4\sigma$) potom posun parametra μ_0 iba o $\Delta\mu = \sigma$ predstavuje 0,135 %-tnú možnosť vzniku mimotolerančnej hodnoty pri 64% možnosti vzniku chyby druhého druhu (Obrázok 2).

Obrázok 2



Logické podskupiny

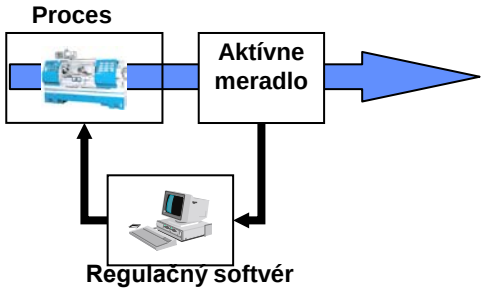
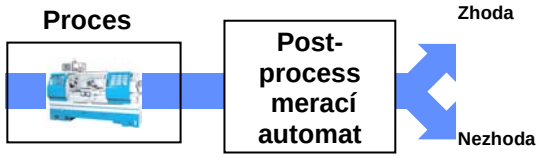
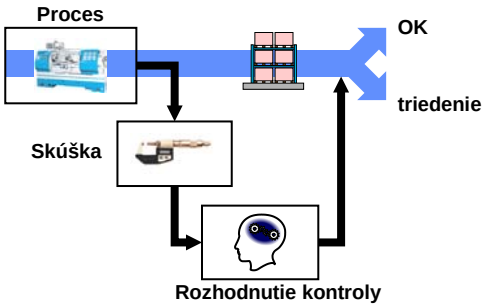
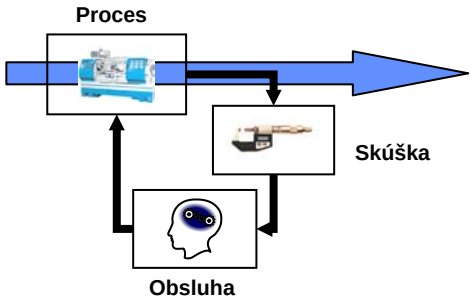
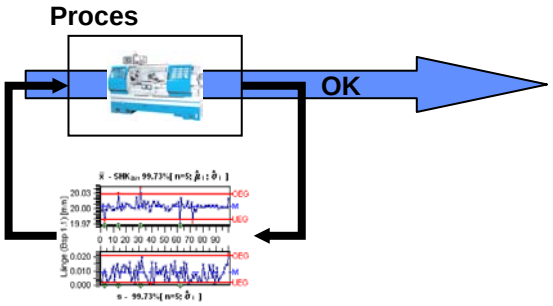
Očakávania vyplývajúce z metódy Six Sigma však predpokladajú dosiahnuť úroveň menej ako 3,4 nepodarkov na milión vyrobených kusov. Shewhartov regulačný diagram má (za cenu istej robustnosti) nevýhodu v nedostatočnej citlivosti pri zmene strednej hodnoty μ o menej ako 1,5 násobku σ. Teória štatistickej regulácie pozná samozrejme aj presnejšie metódy schopné reagovať na minimálnu zmenu strednej hodnoty (ide napr. o CUSUM diagram, alebo EWMA diagram). Ich nevýhodou je však zložitejšia interpretácia.

Existuje však aj iný spôsob ako využiť jednoduchú a relatívne dobre známu metódu Shewhartových regulačných diagramov a síce pomocou tzv. nepriamej regulácie procesu, známej tiež pod menom „Procesná regulácia veličín vplyvov“. Tabuľka 2 predstavuje používané spôsoby sledovania procesov z dôvodu ich riadenia. Prístupy používané pri klasickom (štatistickom) riadení kvality (postupy 1 až 4 tabuľky) sa sústreďujú na meranie kritických parametrov výrobku. Spomínaná procesná regulácia veličín vplyvov vychádza z princípu exaktného vymedzenia najvhodnejších hladín najdôležitejších faktorov ovplyvňujúcich skúmaný proces, ktoré sa najčastejšie vykonáva pomocou metódy plánovaného experimentu (Design of Experiment). Pomocou takto špecifikovaných hladín môžeme regulovať spomínané faktory implementovaním klasických Shewhartových regulačných diagramov.

Záver

Dôsledné a disciplinované využívanie rôznych štatistických nástrojov umožňuje metóde Six Sigma redukovať nežiadúcu variabilitu procesov na zanedbateľnú úroveň. Jedným z hlavných princípov implementácie štatistických metód v rámci Six Sigma je ich jednoduchosť a zrozumiteľnosť. Na príklade aplikácie Shewhartových regulačných diagramov sme načrtli spôsob ako možno aj pomocou menej presnej a však jednoduchej metódy dosahovať výnimočné výsledky.

Tabuľka 2 Možné prístupy ku sledovaniu procesov

1. Kontinuálna regulácia  	✘ Spravidla elektronická regulácia sleduje kompletne beh a výsledok procesu ✘ Všetky odchýlky spôsobené rušivými vplyvmi sú kontinuálne korigované
2. Kontinuálne sledovanie procesu  	✘ Zásah do bežiaceho procesu nie je možný ✘ Meranie sa uskutočňuje po ukončení cyklu, regulačný zásah do procesu je možný len na základe práve vyrobeného dielu ✘ Merací automat funguje vždy ako triediaci automat
3. Štatistické sledovanie kvality produktu  	✘ Zásah do bežiaceho procesu nie je možný ✘ Zhotovené kusy sa ukladajú do „medziskladu“ (buffer) ✘ Kontrola odoberá pravidelne podskupiny ✘ Pri rozhodnutí OK uvoľní medzisklad, ✘ pri n.OK triedi
4. Štatistická regulácia procesu  	✘ V pravidelných intervaloch odoberá obsluha podskupiny predpísaného rozsahu ✘ Pomocou techniky regulačných diagramov rozhoduje o zásahu do procesu
5. Procesná regulácia veličín vplyvov  **Sledovanie vplyvných veličín (rezná rýchlosť, otáčky, tlak)**	✘ Najdôležitejšie procesné parametre sme našli pomocou metódy plánovania pokusov ✘ Určili sme regulačné pásma pre všetky vplyvné veličiny ✘ Optimálne nastavenie udržiavame technikou regulačných medzí

Literatúra

[1] Peter S. Pande, Robert P. Neuman, Roland R. Cavanagh: The Six Sigma Way: How GE, Motorola, and other companies are honing their perfromance. New York 2000.
[2] Lörincová, M.: Úloha aplikačných štatistických programov vo vzdelávaní, Výpočtová štatistika, zborník príspevkov, SŠDS, Bratislava, 2001.
[3] Tkáč, M.: Nástroje štatistického riadenia kvality, Vzdelávacie a poradenské centrum, a.s. Košice 2001.
[4] Tkáč, M.: Štatistické riadenie kvality, Bratislava, 2001.
[5] Turisová, R.:. Modelovanie rizík v systémoch riadenia. In: Transfer inovácií 6/2003. Inovačné centrum automobilovej výroby. Ústav technológií a manažmentu, SjF TU Košice, ISBN 80-8075-075-X, s.177-180.

Príspevok bol pripravený v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0486/03 Ekonomické aspekty zlepšovania kvality.

Adresa autora

Prof. RNDr. Michal Tkáč, CSc.
KHIaM, Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach, Ekonomická univerzita v Bratislave
Tajovského 13
041 30 Košice
e-mail: mtkac@euke.sk

Zamestnanosť a nezamestnanosť v Košickom regióne

Renáta Turisová

Abstrakt: Príspevok je zameraný na prezentáciu základných štatistických charakteristík reprezentujúcich zamestnanosť a nezamestnanosť v košickom regióne. Okrem údajov o zamestnanosti v regióne získaných pomocou reprezentatívneho prieskumu, práca obsahuje aj teoretické zdôvodnenie možnej dezinterpretácie štatistických analýz zameraných na vývoj nezamestnanosti.

Kľúčové slová: Zamestnanosť, nezamestnanosť, trh práce, región Košice.

Úvod

Košický región je v zmysle územnosprávneho členenia tvorený piatimi okresmi – Košice I, Košice II, Košice III, Košice IV a Košice-okolie. Prvé štyri z nich sú okresy na území mesta Košice. Okres Košice-okolie tvorí prímestskú oblasť a svojou polohou obkolesuje tieto štyri košické okresy a zároveň je najväčším z týchto okresov. Má 112 obcí a 2 mestá – Medzev a Moldavu nad Bodvou.

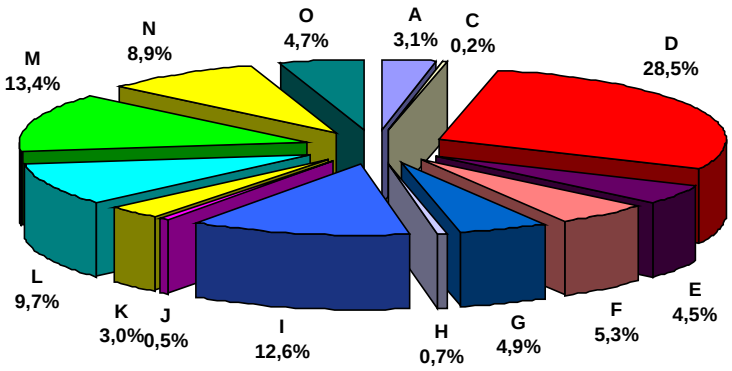
V Košiciach dochádza od roku 2000 k trvalému znižovaniu počtu obyvateľov. Najväčším podiel na tejto skutočnosti má vysťahovanie sa obyvateľov do iných regiónov so súbežným poklesom absolútnych hodnôt prirodzeného prírastku. Za posledné 3 roky Košice stratili migráciou takmer 1900 osôb. Ide prevažne o osoby v produktívnom veku s vyšším stupňom vzdelania.

Vývoj zamestnanosti v Košiciach je ovplyvnený najmä rôznymi transformačnými zmenami. V jednotlivých podnikoch dochádza k prehodnocovaniu nerentabilných činností s cieľom zabezpečiť efektívnejšiu zamestnanosť a znížiť neefektívnu prezamestnanosť, čo sa následne prejavuje na znižovaní stavu zamestnancov u niektorých zamestnávateľov, a to aj formou hromadného prepúšťania.

Priemyselná výroba v posledných rokoch prechádzala transformáciou s cieľom dosiahnuť zmenu v odvetvovej štruktúre v prospech odvetví s vyššou pridanou hodnotou a vyššou finalizáciou výroby. Dominantné postavenie v Košiciach má hutnícka výroba – výroba kovov, ktorá je sústredená v *U.S.Steel s.r.o. Košice*. Pôsobenie tejto spoločnosti možno hodnotiť pozitívne v oblasti zamestnanosti, čo priaznivo ovplyvňuje regionálnu stabilitu trhu práce a priaznivý vývoj miery nezamestnanosti v okrese Košice II. *Elektrotechnický a elektronický priemysel* sa v Košickom regióne dlhodobo vyvíja veľmi dobre. Najvýznamnejší prínos tohto odvetvia do hospodárstva krajiny spočíva predovšetkým v tom, že prispieva k zvyšovaniu exportnej schopnosti Slovenska, priťahuje sem zahraničných investorov a stáva sa aj dôležitou súčasťou medzinárodnej deľby práce. V tejto oblasti medzi rozhodujúcich zamestnávateľov patrí M*olex Slovakia a.s. Kechnec*. V odvetví *stavebníctva* stavebné podniky zvýšili objem stavebnej produkcie. Celý objem stavebnej produkcie realizovali podniky súkromného sektora, jednoznačne prevažovala produkcia podnikov v súkromnom tuzemskom vlastníctve. Toto odvetvie má nezanedbateľný vplyv na pokles nezamestnanosti, hlavne v období sezónnych prác. Oproti mestským košickým okresom majú v okrese Košice-okolie rozhodujúce zastúpenie aj zamestnávatelia v *poľnohospodárskom sektore*. Hoci tento sektor najviac zaostáva v reformách, došlo k poklesu celkových výnosov z poľnohospodárskej produkcie, likvidácii poľnohospodárskych družstiev i kapitálu investovaného do objektov a zariadení hlavne v živočíšnej výrobe. Stále nie sú vyjasnené vlastnícke vzťahy k pôde, chýba vytvorenie podmienok pre fungujúci trh s pôdou. Z košických okresov je okres Košice-okolie jediný, ktorý má predpoklady na rozvoj v tejto oblasti.

Zamestnanosť v rámci Košického regiónu je vyhodnotená na základe *Dotazníka - Monitoring zamestnávateľov k 31.12.2004*, ktorým bolo oslovených 758 zamestnávateľov na území okresov Košice I až IV a Košice-okolie s počtom zamestnancov nad 20. Z oslovených zamestnávateľov na dotazník reagovalo 593 zamestnávateľov (78%). Do vyhodnotenia bolo zaradených 584 dotazníkov (niektorí zamestnávatelia len oznámili prebiehajúce organizačné zmeny, zmeny sídla zamestnávateľa a pod.). Grafické vyhodnotenie monitoringu poskytuje graf na Obrázku 1.

Obrázok 1 Štruktúra zamestnancov podľa OKEČ



Legenda
A – poľnohospodárstvo, lesníctvo
I – doprava, spoje
B – rybolov
J – peňažníctvo, poisťovníctvo
C – priemysel
K – nehnuteľnosti, obchodné služby
D – priemyselná výroba
L – verejná, štátna správa
E – výroba a rozvod elektriny, plynu, vody a tepla
F – stavebníctvo
M – školstvo
G – veľkoobchod, maloobchod
N – zdravotníctvo a sociálna starostlivosť
H – hotely, reštaurácie
O – ostatné

Zdroj: Monitoring zamestnávateľov k 31.12.2004

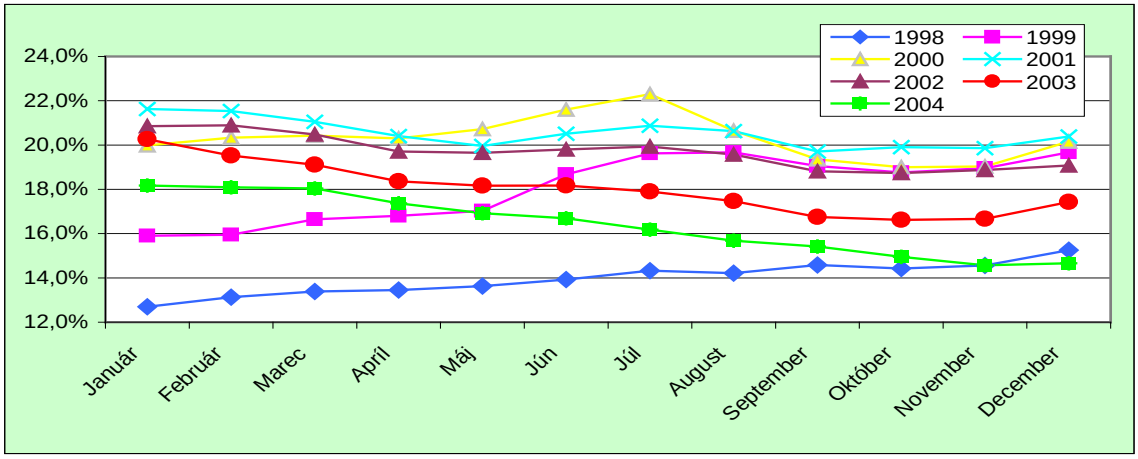
Zo spomínaného prieskumu vyplynul tiež dopyt po robotníckych profesiách: stavebný robotník, murár, tesár, vodár, stolár, (súvis so začatím sezónnych stavebných prác), ďalej zvárač, žeriavnik, zámočník, strážnik-výkon SBS, skladník, automechanik, autoklampiar, autoopravár, vodič NA, elektromechanik, kuchár, záhradník, predavačky. Z ostatných profesií boli najviac žiadané: konštruktér, programátor, obchodný manažér, obchodný zástupca, predajca automobilov, v školstve jednoznačne učiteľ cudzích jazykov – hlavne AJ.

Ak porovnáme rok 2003 a 2004 vedúce postavenie pri zamestnávaní má aj naďalej priemyselná výroba. Na druhom mieste sa umiestnilo odvetvie školstva, ktoré si zlepšilo postavenie z 3.miesta. Postavenie odvetvia dopravy sa zhoršilo a dostalo sa na tretie miesto. Ostatné odvetvia majú približne rovnaký podiel ako v roku 2003.

Evidovaná nezamestnanosť v Košickom regióne - disponibilná miera nezamestnanosti k 31.12.2004 dosiahla 14,66**%** pri disponibilnom stave **23 796** uchádzačov o zamestnanie (UoZ), pričom celkový stav UoZ v evidencii dosiahol **26193**. Oproti predchádzajúcemu roku klesla miera nezamestnanosti o 2,77 a stav UoZ poklesol o 4215, počet disponibilných UoZ klesol o 4230.

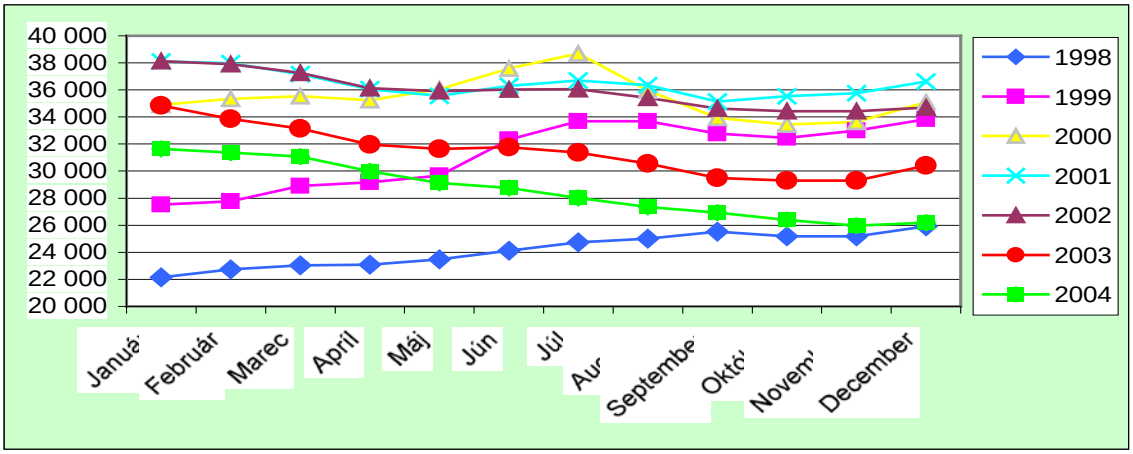
Vývoj počtu UoZ a miery nezamestnanosti po mesiacoch od roku 1998 zobrazujú nasledujúce Obrázky 2 a 3 (údaje sú spolu za okresy Košice I až IV a Košice okolie). Na základe týchto analýz možno konštatovať, že počet UoZ v roku 2004 dosiahol výrazný pokles v porovnaní s predchádzajúcimi rokmi. Prvýkrát od roku 1998 poklesla aj disponibilná miera nezamestnanosti. Takto prezentované skutočnosti vytvárajú zdanie, že nové prístupy k nezamestnaným, aktívnejšia pomoc pri ich umiestení na trhu práce sa premietajú do reálneho života ako nadmieru pozitívne. Skôr než sa stotožníme s takouto oficiálnou interpretáciou prezentovaných výsledkov zo strany ÚPSVaR (Ústredia práce, sociálnych vecí a rodiny) uvedieme niekoľko teoretických faktov.

Obrázok 2 Vývoj disponibilnej miery nezamestnanosti



Zdroj : ÚPSVaR Košice

Obrázok 3 Vývoj počtu UoZ (stav ku koncu mesiaca)



Zdroj : ÚPSVaR Košice

Nezamestnanosť je sociálno-ekonomický jav spojený s existenciou trhu práce. Predstavuje dôsledok a súčasne prejav nerovnováhy medzi ponukou a dopytom po pracovnej sile. Podľa Medzinárodného úradu práce v Ženeve je definícia nezamestnanosti založená nielen na tom, že osoba schopná vykonávať prácu je z možnosti pracovať v platenom zamestnaní vyradená, ale i na tom, že sa so svojím stavom neuspokojuje a hľadá si nové platené zamestnanie hoci len za čiastočný pracovný úväzok. Nezamestnanosť odráža v najširšom slova zmysle neúplné využitie práceschopného obyvateľstva uchádzajúceho sa o prácu. Za nezamestnanú možno považovať osobu, ktorá nepracuje a prácu aktívne hľadá alebo čaká, kým sa bude môcť (po dočasnom vyradení) do práce vrátiť. Vo všeobecnosti možno rozlíšiť niekoľko druhov nezamestnanosti:

1. *Skrytá nezamestnanosť* – Ide o nezamestnaných, ktorí nie sú ako nezamestnaní registrovaní, aj keď zamestnanie nemajú, pri dostatočnej ponuke by ju prijali. Je to forma nezamestnanosti, kedy nezamestnaná osoba oficiálne nehľadá prácu a ani sa ako nezamestnaná neregistruje. Veľkú časť tejto skrytej nezamestnanosti tvoria obvykle ženy a mladiství. Ide o osoby, ktoré si prácu vyhľadávajú pomocou neformálnych sietí, či priamo u zamestnávateľov bez registrácie na ÚP. O skrytej nezamestnanosti sa hovorí aj v prípade osôb s nízkou kvalifikáciou, či vysokým vekom.
2. *Nepravá nezamestnanosť* - Ide o osoby, ktoré sú síce nezamestnané, ale prácu si v skutočnosti nehľadajú. Eventuálne ju odmietajú a skôr sa snažia vyčerpať v plnom rozsahu nárok na podporu v nezamestnanosti. Patria sem aj osoby, ktoré sú zaevidované na úrade práce, zároveň však nelegálne pracujú na neformálnom a čiernom trhu.
3. *Neúplná nezamestnanosť* - Týka sa pracovníkov, ktorí musia akceptovať prácu na znížený úväzok, či prácu nevyužívajúcu naplno ich schopnosti a kvalifikáciu. Časť takto zamestnaných osôb sa však ocitá bez pracovnej ochrany a sociálneho zabezpečenia. Neúplná nezamestnanosť je niekedy chápaná ako deštrukcia zamestnaneckých práv, či nútenie pracovať v horších pracovných podmienkach.
4. *Frikčná nezamestnanosť* - Medzi pracovnými miestami dochádza k presunu osôb. Buď sú tieto presuny motivované vlastnými potrebami týchto osôb alebo potrebami ekonomického vývoja. Ide predovšetkým o normálne zmeny v zamestnaní a doba nezamestnanosti je vo väčšine týchto prípadov pre nezamestnané osoby len krátkou epizódou, počas ktorej si hľadajú nové zamestnanie. Označujú sa ako ľudia medzi dvoma zamestnaniami. Prechodnosť tohto stavu sa nazýva *frikčná nezamestnanosť.*
5. *Štrukturálna nezamestnanosť* - Je výsledok nerovnováhy medzi pracovnou silou pohotovou k práci a požiadavkami zamestnávateľov na určitý typ práce. Prejavuje sa v pretváraní disproporcií medzi kvalifikačnou štruktúrou ponuky práce a kvalifikačnou štruktúrou dopytu po nej na pracovnom trhu. Časť tejto nezamestnanosti je daná pohybom pracovných miest medzi odvetviami, ktorým sa musí štruktúra pracovnej sily prispôsobiť.
6. *Cyklická, sezónna nezamestnanosť* - Ak je nezamestnanosť dôsledkom využitia kapacít z dôvodov odbytových ťažkostí, hovoríme o cyklickej nezamestnanosti. Niekedy sa tiež hovorí o nezamestnanosti z nedostatočného dopytu, čo môže byť vysvetľované tak, že dopyt po práci je vo vzťahu k ponuke nedostatočný. Avšak v tom zmysle, že ide o nezamestnanosť spôsobenú nedostatočným dopytom po tovare. Ak je cyklická nezamestnanosť pravidelná a je spojená s prírodným cyklom, hovoríme o tzv. sezónnej nezamestnanosti. V minulosti bola dosť rozšírená „zimná“ sezónna nezamestnanosť v stavebníctve a lesníctve. Je charakteristická pre poľnohospodárske oblasti, môžu byť však zasiahnuté aj služby (napr. zamestnanie spojené s turistikou).

Na Slovensku sa v súčasnosti používajú dve metodiky na štatistické vyhodnotenie nezamestnanosti. Ako je zrejmé z nasledujúcich tabuliek, ich výsledky sú diametrálne rozdielne.

Podľa výberového zisťovania štatistického úradu SR priemerná miera nezamestnanosti na Slovensku v roku 2003 klesla na 17,4 % pracovnej sily. Znamená to zníženie o 1,1 percentuálneho bodu oproti predchádzajúcemu roku. V roku 2004 je to nárast o 0,7 percentuálneho bodu oproti predchádzajúcemu roku (Tabuľka 1). Na základe výpočtu možno odhadnúť vývoj miery nezamestnanosti v roku 2005 na 17,2 %, čo bude predstavovať zníženie oproti roku 2004 o 0,9 %-neho bodu.

Výberové zisťovanie pracovných síl je priebežným monitorovaním pracovných síl na základe priameho zisťovania vo vybraných domácnostiach. Základ na zisťovanie tvorí stratifikovaný výber bytov, ktorý rovnomerne pokrýva celé územie Slovenskej republiky. Do vzorky je štvrťročne zaradených 10 250 bytov, čo predstavuje 0,6 % z celkového počtu trvalo obývaných bytov v SR. Predmetom zisťovania sú všetky osoby vo veku od 15 rokov žijúce v

domácnostiach vybraných bytov bez ohľadu na to, či majú v byte trvalý, prechodný alebo nehlásený pobyt, okrem inštitucionálneho obyvateľstva. Každá vybraná domácnosť zostáva vo vzorke päť za sebou nasledujúcich štvrťrokov. Všetky zistené údaje sa prepočítavajú na aktuálne údaje o obyvateľstve SR prevzaté zo štatistického zisťovania o pohybe obyvateľstva.

NEZAMESTNANOSŤ v rámci Slovenskej republiky
(podľa Výberového zisťovania pracovných síl) **Tabuľka 1**

Ukazovateľ	Skutočnosť				Odhad
	2001	2002	2003	2004	2005
Počet nezamestnaných spolu (v tis. osôb)	508,0	486,9	459,2	480,7	456,3
Miera nezamestnanosti (v %)	19,2	18,5	17,4	18,1	17,2

Zdroj : Štatistický úrad SR

NEZAMESTNANOSŤ v rámci Slovenskej republiky
(podľa metodiky ÚPSVaR) **Tabuľka 2**

Ukazovateľ	2000	2001	2002	2003	2004
Priemerná miera evidovanej nezamestnanosti (%)	18,2	18,3	17,8	15,2	14,3
Počet uchádzačov o zamestnanie	111 567	88 059	86 442	80 126	75 897

Zdroj: ÚPSVaR SR

Podľa metodiky ÚPSVaR sa údaje získavajú z administratívnych zdrojov Ústredia práce, sociálnych vecí a rodiny a Sociálnej poisťovne. Na úradoch práce, sociálnych vecí a rodiny sa evidujú uchádzači o zamestnanie, ktorí majú nárok na dávku v nezamestnanosti, nárok na odvody platené štátom. Dávku v nezamestnanosti poskytuje uchádzačovi o zamestnanie Sociálna poisťovňa podľa zákona č.461/2003 Z. z. o sociálnom poistení.

Záver

Vzhľadom na predchádzajúcu stratifikáciu pojmu nezamestnanosť je zrejmé, že ani jedna z metodík prezentovaných v tomto príspevku zrejme nedokáže dostatočne charakterizovať reálnu nezamestnanosť. Preto aj výsledky získané z Košického regiónu na základe metodiky ÚPSVaR nemožno považovať za jedine správne. Riešením by bolo použiť metódu výberového zisťovania pracovných síl (metodika štatistického úradu), detailne stratifikovanú podľa jednotlivých typov nezamestnanosti.

Príspevok bol pripravený v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/2198/05 Využitie internetového marketingu ako nástroja pre zvýšenie konkurencieschopnosti domácich subjektov po vstupe SR do EÚ.

Literatúra

1. Mareš,P.: Nezamestnanost jako sociální problém, Sociologické nakladatelství, Praha 1994
2. Národný akčný plán zamestnanansti na roky 2004-2006, s.2,3,4
3. Pacáková, V.a kol.: Štatistika pre ekonómov, Ekonómia, Bratislava 2003
4. Tkáč, M.: Štatistické riadenie kvality, Bratislava, 2001.
5. Zákon č. 5/2004 Z.z. o zamestnanosti v znení neskorších predpisov

Kontakt

Ing. Renáta Turisová, PhD., e-mail: Renata.Turisova@tuke.sk
Katedra manažmentu a ekonomiky, Strojnícka fakulta, Technická univerzita
Němcovej 32, 042 00 Košice, Slovenská republika

Aplikácia vybraných viacrozmerných metód pri analýze efektívnosti priemyselných podnikov

Mária Vojtková

Úvod

V súčasnej dobe sa pod pojmom viacrozmerné štatistické metódy združuje široká škála metód, umožňujúcich riešiť pri analýze viacrozmerných súborov rozličné úlohy a hľadať odpovede na rozdielne kladené otázky.

Cieľom tohto príspevku je aplikácia viacrozmerných štatistických metód pri analýze ukazovateľov efektívnosti charakterizujúcich priemyselný podnik. Podľa charakteru úloh, ktoré tieto metódy umožňujú riešiť, možno tento cieľ zhrnúť do niekoľkých bodov:

- hľadanie skrytej štruktúry resp. riešenie problému závislosti medzi vybranými ukazovateľmi efektívnosti priemyselných podnikov,
- využitie skrytých – hypotetických premenných pri klasifikácii podnikov do skupín,
- interpretácia získaných skupín podnikov na základe zhlukových centroidov ukazovateľov efektívnosti.

Aplikácia viacrozmerných štatistických metód

Podkladom pre analýzu sú reálne anonymizované podnikové údaje 21. oddielu OKEČ (Odvetvovej klasifikácie ekonomických činností) „**Výroba celulózy, papiera a výrobkov z papiera**“ poskytnuté pre vedecké účely zo Štatistického úradu SR za rok 2003. Každý podnik je charakterizovaný niekoľkými ukazovateľmi efektívnosti. V našom prípade ide o syntetické ukazovatele efektívnosti, pri ktorých sú podnikové vstupy i výstupy vyjadrené komplexne. Sú v nich obsiahnuté všetky výrobné činitele i finančné zdroje, ktorými podnik disponuje a ktoré vložil do podnikania. Jedná sa o tieto relatívne ukazovatele efektívnosti:

HV/CK	–	rentabilita celkového kapitálu,
HV/V	–	ziskovosť,
HV/ZAM	–	rentabilita pracovnej sily,
HV/PH	–	rentabilita pridanej hodnoty,
PH/ZAM	–	produktivita práce z pridanej hodnoty,
V/ZAM	–	produktivita práce z výnosov,
V/CK	–	účinnosť celkového kapitálu,
PH/V	–	podiel pridanej hodnoty na výnosoch,.
N/V	–	nákladovosť výnosov.

Kde HV je hospodársky výsledok, CK je celkový kapitál (pasíva spolu), V sú výnosy, N sú náklady, PH je pridaná hodnota, pričom všetky absolútne ukazovatele sú v tisícoch Sk a ZAM je priemerný počet zamestnancov v prepočítaných osobách.

Metóda hlavných komponentov

Vzhľadom k štatisticky významnej závislosti niektorých dvojíc ukazovateľov ekonomickej efektívnosti je nutné uskutočniť transformáciu týchto ukazovateľov na nezávislé hlavné komponenty a súčasne využiť možnosť tejto metódy znížiť dimenziu pôvodných

premenných a pracovať len s niekoľkými hlavnými komponentami, ktoré zahŕňajú podstatnú časť informácií o pôvodnom súbore ukazovateľov.

Existenciou štyroch hlavných komponentov možno u všetkých premenných vysvetliť až 95,28% variability, čiže po rotácii pre každý hlavný komponent možno určiť skupinu pôvodných ukazovateľov, ktorých komponentné saturácie sú veľmi významné (tab.1).

Tab.1 Matica faktorových saturácii po rotácii

Rotated Factor Pattern				
	HK1	**HK2**	**HK3**	**HK4**
HV/V	0.94905	0.26644	0.03721	0.10459
HV /PH	0.92839	0.28273	-0.12030	0.09530
HV/CK	0.79719	0.10559	0.42597	0.25022
N/V	-0.94905	-0.26644	-0.03721	-0.10459
PH/ZAM	0.12671	0.97241	0.01489	-0.13881
V/ZAM	0.13054	0.93578	-0.21307	-0.06786
HV/ZAM	0.42113	0.80916	0.04447	-0.12446
PH/V	-0.01736	-0.07286	0.97196	0.17700
V/CK	0.10485	-0.14711	0.18734	0.96330

Podľa komponentných saturácií jednotlivé komponenty možno interpretovať ako nasledovné hypotetické premenné:

1. komponent – **efektívnosť z pohľadu vlastníka a štruktúry výnosov** (nepriamo),
2. komponent – **efektívnosť ľudskej práce**,
3. komponent – **efektívnosť výrobného procesu**,
4. komponent – **efektívnosť z pohľadu kapitálu**.

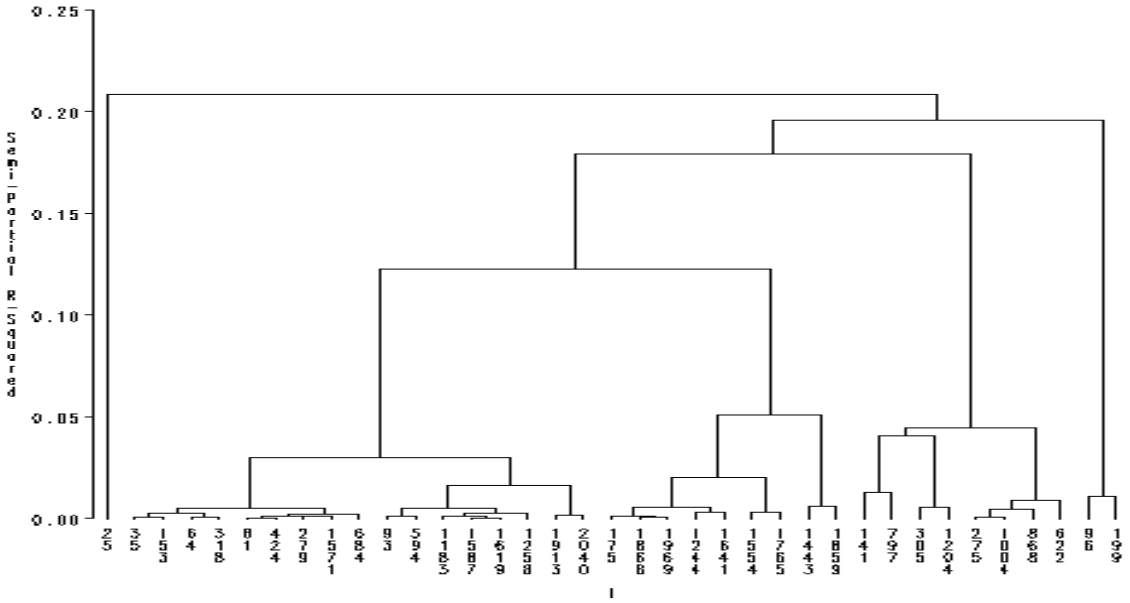
V ďalšej analýze už budeme pracovať s uvedenými štyrmi hlavnými komponentami miesto pôvodnych deviatich premenných.

Aplikáciou metódy hlavných komponentov sme získali komponentné skóre za jednotlivé podniky v riadku a jednotlivé hlavné komponenty v stĺpci. Tie spĺňajú podmienku nezávislosti, takže ich ďalej môžeme použiť pri klasifikácii podnikov pomocou metód zhlukovej analýzy za použitia Euklidovskej vzdialenosti ako miery nepodobnosti.

Wardova zhlukovacia metóda

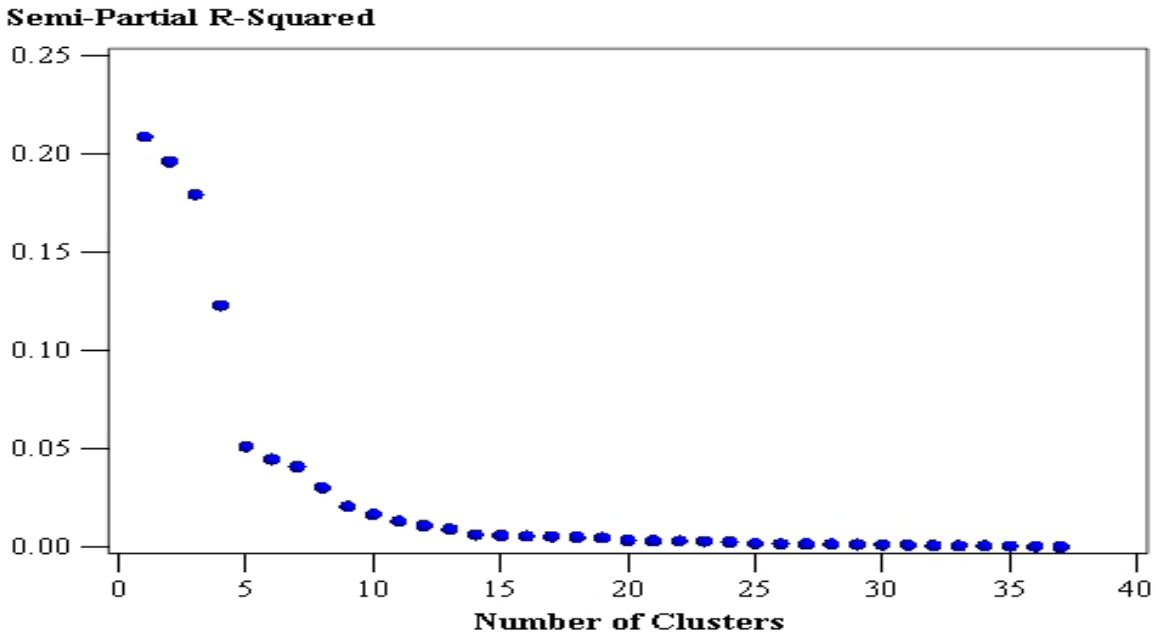
Porovnaním výstupov viacerých metód zhlukovania sa ako najlepšia javí Wardova hierarchická metóda zhlukovania. Táto metóda je jedna z najpoužívanejších hierarchických metód zhlukovania, pričom jej snahou je vytvárať stabilné a približne rovnako veľké skupiny.

Grafické znázornenie zhlukovania jednotlivých podnikov na jednotlivých úrovniach prehľadne a podrobne poskytuje nasledovný hierarchický strom. Ak si rovnobežne s horizontálnou osou preložíme myslenú čiaru môžeme pozorovať podniky patriace do jednotlivých zhlukov podľa rôznych úrovní zhlukovania (Obr.1).



Obr. 1 Dendrogram zhlukovania papierenskych podnikov podľa ukazovateľov ekonomickej efektívnosti pomocou Wardovej metódy

Semiparciálny koeficient determinácie je jednou z charakteristík kvality zhlukovania, ktorú môžeme použiť na zistenie počtu významných zhlukov. Našou snahou je zistiť, na ktorom stupni zhlukovania nadobúda tento koeficient minimálnu hodnotu, pri čo najnižšom prírastku pre ďalšie úrovne zhlukovania. Na posúdenie tohoto výsledku použijeme jednak absolútne hodnoty semiparciálneho koeficienta determinácie vypočítané pre rôzne stupne zhlukovania a tiež názorný pohľad pomocou grafu znázorňujúceho vývoj tejto charakteristiky v závislosti od počtu zhlukov.



Obr. 2 Vývoj semiparciálneho koeficienta determinácie v závislosti od počtu vytvorených zhlukov podľa Wardovej hierarchickej metódy zhlukovania

Podľa hore uvedeného grafu (obr. 2) môžeme posúdiť štatisticky významný počet zhlukov. Hodnota tohoto koeficienta blízka k nule poukazuje na významnosť počtu vytvorených zhlukov. K poklesu tejto charakteristiky dochádza už na 3. stupni zhlukovania, avšak jeho hodnota nie je dostatočne nízka. Na 5. stupni zhlukovania je hodnota semiparciálneho koeficienta determinácie 0.051, čo možno považovať za dostatočne nízku hodnotu, pretože na ostatných úrovniach dochádza už iba k minimálnemu úbytku tejto charakteristiky.

Posledný krok je zameraný na interpretáciu štatisticky významných zhlukov. Vzhľadom k tomu, že individuálne údaje podnikov sú anonymizované a teda nemôžme zverejniť názvy podnikov patriace do jednotlivých zhlukov, zameriame sa iba na interpretáciu jednotlivých zhlukových centroidov.

I keď samotná zhluková analýza bola uskutočnená s využitím hypotetických nezávislých hlavných komponentov, interpretácia vytvorených zhlukov musí byť zameraná na pôvodné ukazovatele ekonomickej efektívnosti. Na základe výsledkov Wardovej zhlukovej metódy sme sa rozhodli rozdeliť podniky 21. oddielu do piatich zhlukov. Výsledné zhlukové centroidy obsahuje obr.3.

CLUSTER	Variable	Mean
1	HV/CK	0.032
	HV/V	0.020
	HV/ZAM	45.690
	HV /PH	0.113
	PH/ZAM	363.292
	PH/V	0.187
	V/CK	1.538
	V/ZAM	2230.347
	N/V	0.980
2	HV/CK	0.090
	HV/V	0.029
	HV/ZAM	72.393
	HV /PH	0.211
	PH/ZAM	289.247
	PH/V	0.158
	V/CK	3.821
	V/ZAM	2094.477
	N/V	0.971
3	HV/CK	0.091
	HV/V	0.060
	HV/ZAM	358.557
	HV /PH	0.290
	PH/ZAM	1201.119
	PH/V	0.199
	V/CK	1.770
	V/ZAM	6083.952
	N/V	0.940

CLUSTER	Variable	Mean
4	HV/CK	-0.271
	HV/V	-0.282
	HV/ZAM	-147.486
	HV /PH	-1.147
	PH/ZAM	127.508
	PH/V	0.248
	V/CK	0.863
	V/ZAM	583.731
	N/V	1.282
5	HV/CK	0.518
	HV/V	0.084
	HV/ZAM	19.318
	HV /PH	0.088
	PH/ZAM	218.409
	PH/V	0.949
	V/CK	6.166
	V/ZAM	230.114
	N/V	0.916

Obr. 3 Zhlukové centroidy ukazovateľov ekonomickej efektívnosti papierenských priemyselných podnikov

Bodovacia metóda hodnotenia

Keďže pôvodný vstupný súbor obsahuje pomerne veľký počet vstupných premenných ich samotná interpretácia podľa jednotlivých zhlukov, ktorých je v našom prípade päť sa stáva

dosť rozsiahla a neprehľadná. Zjednodušenie interpretácie nám umožňuje využitie jednej z metód viacrozmerného hodnotenia (porovnávania) konkrétne v našom článku sme si zvolili bodovaciu metódu. Jej podstata spočíva v transformácii pôvodných hodnôt centroidov ukazovateľov efektívnosti na body a následne v tvorbe integrálneho ukazovateľa, ktorý umožňuje vzájomné usporiadanie (porovnávanie) jednotlivých zhlukov. Výsledky uvedenej metódy obsahuje tabuľka 2.

Tab. 2 Usporiadanie hodnôt zhlukových priemerov ukazovateľov efektívnosti pomocou bodovacej metódy

Zhluk	Počet podnikov	Ukazovatele efektívnosti									Integrálny ukazovateľ
		HV/CK	HV/V	HV/ZAM	HV/PH	PH/ZAM	PH/V	V/CK	V/ZAM	N/V	
1.	17	6	24	13	39	30	20	25	37	93	32
2.	9	17	35	20	73	24	17	62	34	94	42
3.	8	18	72	100	100	100	21	29	100	97	71
4.	2	-52	-336	-41	-396	11	26	14	10	71	-77
5.	1	100	100	5	30	18	100	100	4	100	62

1. zhluk – ide o najpočetnejší zhluk, ktorý zahŕňa podniky s nižšou ekonomickou efektívnosťou.
2. zhluk – zhluk deviatich priemyselných podnikov, ktoré dosahujú z hľadiska celkového hodnotenia strednú ekonomickú efektívnosť.
3. zhluk – zahŕňa osem priemyselných podnikov s najvyššou ekonomickou efektívnosťou. Štyri ukazovatele efektívnosti dosahujú maximálnu hodnotu, pričom i ďalšie dva sú hodnotené ako druhé najvyššie, zvyšné tri ukazovatele dosahujú nižšie hodnoty. Najnižiu hodnotu dosahuje ukazovateľ rentability celkového kapitálu.
4. zhluk – patria sem iba dva priemyselné podniky, ktoré z hľadiska efektívnosti dosahujú najhoršie umiestnenie. Je to spôsobené záporným výsledkom hospodárenia a teda najnižšími ukazovateľmi rentability.
5. zhluk – ide iba o jeden priemyselný podnik, ktorý je z hľadiska ekonomickej efektívnosti hodnotený ako druhý najlepší. Obsahuje päť maximálnych hodnôt ukazovateľov efektívnosti a ostatné hodnoty ukazovateľov sú nízke.

Vzhľadom k tomu, že posledný jednoprvkový zhluk obsahuje pomerne veľký počet maximálnych ukazovateľov je možné, že tento podnik dosahuje extrémne hodnoty spomínaných ukazovateľov a pre rovnomernejšie rozloženie podnikov do zhlukov je možné uskutočniť zhlukovú analýzu ešte raz s vynechaním tohoto podniku.

Záver

Výsledné riešenie začlenenia jednotlivých skupín papierenských priemyselných podnikov do zhlukov môžeme vo všeobecnosti charakterizovať ako prijateľné. Viacrozmerný princíp používaný na riešenie ekonomických úloh umožňuje reálny rozbor hospodárskych činností a ich zefektívnenia. Poskytuje možnosť porovnať, hodnotiť a klasifikovať objekty v akejkoľvek oblasti sociálno-ekonomickej praxe.

Literatúra

[1] ALDENDERFER, M. S. - BLASHFIELD, R. K.: *Cluster analysis*. Beverly Hills: SAGE, 1985.
[2] ANIL, J. K. – DUBES, R.: *Algorithmus for clustering data*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice hall, 1988.
[3] BAKYTOVÁ, H. – BODJANOVÁ, S. – RUBLÍKOVÁ, E.: *Viacrozmerná analýza*. Bratislava: VŠE, 1990.
[4] CHAJDIAK, J.: *Analýza stavu ekonomiky podnikov a odvetví*. Bratislava: Statis, 1999.
[5]CHAJDIAK, J. – KOMORNÍK, J. – KOMORNÍKOVÁ, M.: *Štatistické metódy*. Bratislava: Statis, 1999.
[6] KHATTREE, R. – NAIK, N. D.*: Applied Multivariate Statistics with SAS® Software.* First edition, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1995.
[7] SAS Institute Inc.: SAS/STAT® User's Guide, Version 6, Fourth Edition, Volume 1, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1989.
[8] SHARMA, S.: *Applied multivariate techniques*. New York: John Wiley & Sons, 1996.
[9] ZALAI, K. a kol.: *Finančno-ekonomická analýza podniku*. Bratislava: Sprint, 1998.

Kontakt:
Ing. Mária Vojtková, PhD.
Katedra štatistiky, FHI, EU Bratislava
E-mail: vojtkova@euba.sk

Dotazníkový prieskum zameraný na skúmanie spotrebiteľského správania domácností SR na trhu telefónnych a telefaxových služieb

Alena Kaščáková

Cieľom primárneho výskumu, ktorý bol realizovaný v prvom štvrťroku 2004 bolo získať údaje umožňujúce identifikovať tie faktory ovplyvňujúce spotrebiteľské správanie domácností, o ktorých neposkytuje štatistika rodinných účtov domácností relevantné údaje. Z tohto dôvodu bol skonštruovaný dotazník, ktorý obsahoval 13 otázok týkajúcich sa komunikácie domácností prostredníctvom pevných a mobilných telefónnych pripojení a 9 otázok zameraných na sociodemografickú charakteristiku domácnosti.

1. Vymedzenie skúmanej vzorky domácností SR

Dotazník bol expedovaný náhodným výberom 400 domácnostiam, so snahou pokryť všetky okresy Slovenska. Vyplnilo ho 360 domácnosti vo všetkých krajoch SR. Testom zhody rozdelenia bolo zistené, že rozdelenie domácností, ktoré vyplnili dotazník je na hladine významnosti 5 % zhodné s rozdelením domácností v krajoch Slovenska ($\chi^2 = 16,84$, $\chi^2_{0,05} = 14,07$). Reprezentatívne je aj zastúpenie domácností podľa počtu členov. χ^2 testom dobrej zhody sa podarilo potvrdiť túto skutočnosť ($\chi^2 = 17,12$, $\chi^2_{0,05} = 14,07$).

Priemerná domácnosť zaradená do dotazníkového prieskumu má 2,897 $\pm$ 1,577 členov na domácnosť, z toho je v priemere 1,78 $\pm$ 0,81 ekonomicky aktívnych členov a 0,961 $\pm$ 1,05 závislých detí bez vlastného príjmu; v dôchodcovských domácnostiach je v priemere 1,46 $\pm$ 0,54 osôb - dôchodcov a 1,125 $\pm$ 0,34 osôb so sociálnym príjmom. Mužov ako ekonomicky aktívnych osôb, ktoré hradia výdavky domácnosti na telefónne služby, je v sledovanom súbore 338, pričom ich priemerný vek je 47,68 $\pm$ 8,28 roka, pričom štvrtina mužov má vek 52 rokov a viac. V analyzovanom súbore je 369 žien, ich priemerný vek je 45,36 $\pm$ 8,38 roka, pričom štvrtina z celkového počtu žien je vo veku 52 rokov a viac.

Za účelom rozdelenia domácností do zhlukov bolo použité hierarchické zhlukovanie. Ako zhlukovacie premenné boli vybrané znaky počet členov domácnosti, počet závislých detí a vek prednostu domácnosti. Miery vhodnosti použitých premenných pre zhlukovanie (kofenetický korelačný koeficient CC = 0,71, $\Delta_{0,5} = 0,25$ a $\Delta_{0,1} = 0,33$) signalizovali pomerne dobrú zhodu vzdialeností pred a po zhlukovaní. Hierarchické zhlukovanie ponúklo ako ideálny počet 6 zhlukov. Keďže zvolené premenné boli všetky kvantitatívneho charakteru, pre vytvorenie homogénnych skupín domácností bola použitá metóda K-means. F-test overil signifikantnosť použitých premenných, ktorá bola vo všetkých prípadoch potvrdená. Uvedený postup umožnil identifikovať nasledovné skupiny domácností, zoradených podľa priemerného veku prednostu domácností od domácností vekovo „najmladších“ po „najstaršie“:

a) mládenecké alebo novomanželské obdobie - mladí bezdetní manželia alebo mladý osamelo žijúci človek. Priemerný počet členov domácnosti je 1,34 členov, priemerný vek prednostu domácnosti je 28,15 rokov a domácnosť nemá ani jedno závislé dieťa (ďalej ako skupina I);

b) plné hniezdo I - mladí manželia s jedným dieťaťom, priemerný počet členov domácnosti je 2,84 členov, priemerný vek prednostu domácnosti je 33,5 rokov a domácnosť má v priemere 1,11 počet závislých detí (ďalej ako skupina II);

c) plné hniezdo II - manželia s tromi deťmi v školskom veku, priemerný počet členov domácnosti je 5,42 členov, priemerný vek prednostu domácnosti je 42,8 rokov a domácnosť má v priemere 3 závislé deti (ďalej ako skupina III);

d) plné hniezdo III – s 2 deťmi, manželia s dvoma závislými deťmi, priemerný počet členov domácnosti je 4,43 členov, priemerný vek prednostu domácnosti je 47,8 rokov a domácnosť má počet závislých detí v priemere 1,85 (ďalej ako skupina IV);

e) plné hniezdo III – s 1 dieťaťom, starší manželia s jedným závislým dieťaťom, priemerný počet členov domácnosti je 3,17 členov, priemerný vek prednostu domácnosti je 51,25 rokov a domácnosť má počet závislých detí v priemere 0,78 (ďalej ako skupina V),

f) prázdne hniezdo alebo osamelý človek - starší manželia bez detí, priemerný počet členov domácnosti je 1,4 člena a priemerný vek prednostu domácnosti je 58,1 rokov (ďalej ako skupina VI).

2. Výsledky dotazníkového prieskumu

Názory na pripojenie domácnosti na pevnú linku sú odlišné v jednotlivých skupinách domácností (zhlukoch). To, či domácnosť vlastní pevnú telefonickú linku je signifikantne odlišné v jednotlivých skupinách domácností (χ^2 = 16,62, p-value = 0,005). Ten istý jav sa potvrdil aj v prípade pripojenia na mobilnú sieť. To, či domácnosť vlastní mobilný telefón, je významne odlišné v definovaných skupinách domácností (χ^2 = 21,66, p-value = 0). Priorita dôvodu, pre ktorý má domácnosť pripojenie na pevnú telefonickú linku, nie je významne odlišné v jednotlivých skupinách domácností (χ^2 = 30,66, p-value = 0,06). Ani dôvody využívania mobilných telefónov nie sú odlišné v jednotlivých zhlukoch domácností (χ^2 = 12,66, p-value = 0,63). Spokojnosť s podnikmi, ktoré zabezpečujú spojenie pevnou telefonickou linkou a s mobilnými operátormi, nie je ovplyvnená príslušnosťou domácnosti k danej skupine (χ^2 = 22,01, p-value = 0,34, resp. χ^2 = 23,77, p-value = 0,25).

V sledovanom súbore vlastní 278 (t.j. 77 %) domácností pevnú telefonickú linku a 82, t.j. 23 % domácností nemá toto pripojenie. Najčastejším dôvodom pre rozhodnutie nevlastniť pevnú telefonickú linku je skutočnosť, že domácnosť je vybavená mobilnými telefónmi (46 %), ďalej nasledujú dôvody: zrušili sme ju pre vysokú cenu mesačných paušálov (18 domácností, t.j. 22 %), nikdy sme pevnú linku nemali (11 domácností, teda 13 %), zrušili sme ju pre vysokú cenu hovorov (3 domácnosti) a pre zhoršenie ekonomickej situácie domácnosti (2 domácnosti).

V sledovanom súbore je v priemere 0,9 pevnej telefonickej linky na domácnosť, pričom v domácnostiach, ktoré komunikujú prostredníctvom pevnej linky pripadá na domácnosť v priemere 1,134 pevnej telefonickej linky.

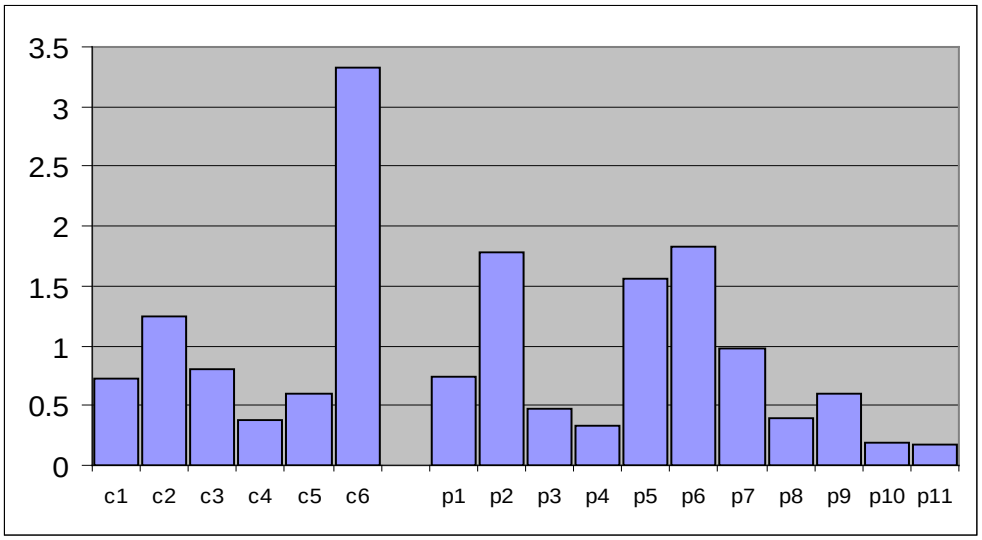
Dôvody, pre ktoré majú domácnosti zavedený telefón s pevnou linkou sú dva: cenové a produktové. Za cenové sú uvažované dôvody c1 až c6, za produktové dôvody p1 až a11 (viď nasledujúca tabuľka).

Tabuľka 1 Dôvody pre ktoré domácnosť vlastní telefón s pevnou linkou a ich kódy

prijateľná cena obstarania (zavedenia pevnej linky)	c1
prijateľná cena mesačných platieb	c2
cenová výhodnosť ponúkaných programov	c3
vysoké náklady pri znovuzavedení linky	c4
výhodná cena získania informácií	c5
výhodnosť komunikácie s tými, ktorí sú pripojení len na pevnú linku	c6
možnosť kontroly počtu a ceny hovorov	p1
pripojenie na internet	p2
pripojenie na fax	p3
odkazová služba (pripojenie na záznamník)	p4
jednoduchosť obsluhy	p5
možnosť komunikovať s tými, ktorí sú na území nepokrytom mobilnou sieťou	p6
komunikácia s deťmi	p7
ochrana zdravia	p8
udržanie si súkromia	p9
averzia na mobil	p10
iné, prosím uveďte.....	p11

Prameň: dotazník

Z výpočtu priemernej hodnoty poradia dôležitosti, ktorým ohodnotili príslušný dôvod zavedenia pevnej telefonickej linky jednotlivé domácnosti sa zistilo, že najvýznamnejší cenový dôvod, pre ktorý má domácnosť pripojenie na pevnú linku, je výhodnosť komunikácie s tými, ktorí sú pripojení len na pevnú telefonickú linku. Najvýznamnejšie produktové dôvody sú dva, a to možnosť komunikovať s tými, ktorí sú na území nepokrytou mobilnou sieťou a pripojenie na internet. Nasleduje tiež jednoduchosť obsluhy, pričom pri skúmaní závislosti medzi stupňom preferencie tohto faktora a vekom prednostu domácnosti nebola zistená významná závislosť.



Graf 1 Priemerné preferencie dôvodov pre vlastníctvo telefónu s pevnou linkou

Prameň: vlastné výpočty

Použitím Wilcoxonovho testu sa potvrdil predpoklad, že charakter produktu a výhody, ktoré z neho vyplývajú, sú pre domácnosti dôležitejšie ako cenové výhody ($u = 7{,}816$, $u_{1-\alpha} = 1{,}64$).

Pri rozhodovaní o zavedení pevnej telefonickej linky nebola zistená závislosť preferencií cenových resp. produktových dôvodov a vzdelania prednostu domácnosti ($\chi^2 = 10{,}82$, $\chi^2_{0,05} = 21{,}03$) ani jeho zamestnania ($\chi^2 = 3{,}2$, $\chi^2_{0,05} = 18{,}31$). Rovnako sa nezávislosť potvrdila pri zisťovaní vzťahu spokojnosti domácnosti s prevádzkou pevnej telefonickej linky a preferenciou cenových či produktových dôvodov ($\chi^2 = 6{,}39$, $\chi^2_{0,05} = 18{,}31$). Ani výška príjmu domácnosti neovplyvňuje hodnotenie cenových a produktových preferencií pre rozhodnutie o vlastníctve pevnej telefonickej linky (test homogenity, $\chi^2 = 67{,}61$, $\chi^2_{0,05} = 101{,}88$).

Potvrdila sa závislosť spokojnosti domácnosti s prevádzkou pevnej telefonickej linky a frekvencie používania pevnej linky na pracovné účely ($\chi^2 = 38{,}79$, $\chi^2_{0,05} = 26{,}3$) a na napojenie na internet ($\chi^2 = 34{,}63$, $\chi^2_{0,05} = 26{,}3$). Frekvencia využívania pevnej linky na vybavenie súkromných záležitostí a na komunikáciu s deťmi, rodinou a známymi nevplýva na celkovú spokojnosť domácnosti s prevádzkou pevnej telefonickej linky ($\chi^2 = 23{,}7$, resp. $9{,}2$, $\chi^2_{0,05} = 18{,}31$).

Cieľom prvej otázky dotazníka bolo zistiť, či domácnosť má pripojenie na pevnú telefonickú linku. Z celkového počtu 360 odpovedí 281 vlastní pevnú telefonickú linku, zatiaľ čo 79 domácností (t.j. asi 22 %) ju nevlastní. Zisťovalo sa, ktorým zo sledovaných znakov je toto rozhodnutie domácnosti ovplyvnené. Testom dobrej zhody (chi-square-goodness-of fit test) sa na hladine významnosti 5 % potvrdila závislosť od veku prednostu domácnosti ($\chi^2 = 24{,}32$) a podľa hodnoty Pearsonovho kontingenčného koeficienta je táto závislosť stredne silná ($C = 0{,}229$). Závislosť sa potvrdila aj v prípade znaku vzdelanie muža ($\chi^2 = 16{,}5$). Keďže v tomto prípade sú obe miery tesnosti závislosti kvalitatívnych znakov kladné ($Q_{AB} = 0{,}297$ a $R_{AB} = 0{,}114$), dá sa predpokladať, že so zvyšovaním vzdelania muža klesá možnosť, že domácnosť je pripojená na pevnú telefonickú linku. Táto závislosť je síce slabá až stredne silná, avšak uvedená tendencia je prítomná a poskytuje priestor marketingovým pracovníkom podniku prevádzkujúceho pevné telefonické linky pre oslovenie segmentu mužov so stredným vzdelaním s maturitou až vysokoškolským vzdelaním. Je zaujímavé, že vzdelanie ženy vykázalo v tejto otázke nezávislosť ($\chi^2 = 8{,}09$).

Aj ďalšie demografické znaky, a to celkový počet členov domácnosti a počet závislých detí, sa ukázali ako znaky, od ktorých nezávisí rozhodnutie domácnosti vlastniť pripojenie na pevnú telefonickú linku.

Pri sledovaní dôvodov, pre ktoré majú domácnosti zavedené pripojenie na pevnú linku, mala najvyššiu prioritu výhodnosť komunikácie s tými, ktorí sú pripojení len na pevnú telefonickú linku (221 z 360 domácností uviedlo tento dôvod rovnako najčastejšie sa tomuto dôvodu prisudzovala najvyššia priorita). Pravdepodobne to bolo dané výrazným rozdielom medzi cenou hovoru na pevnú linku a na mobilnú sieť. Ako druhý najvýznamnejší dôvod uviedli domácnosti možnosť pripojenia na internet a ďalšími najvýznamnejšími dôvodmi bola možnosť komunikovať s tými, ktorí sú na území nepokrytom mobilnou sieťou, prijateľná cena mesačných platieb a jednoduchosť obsluhy.

Z výsledkov dotazníkového prieskumu vyplýva, že z dôvodov, pre ktoré vlastnia domácnosti mobilné telefonické pripojenie, najvyššiu prioritu mala možnosť okamžitého spojenia s ktorýmkoľvek miestom a mobilita volajúceho. Druhým najvýznamnejším dôvodom bolo využívanie SMS služby, ďalej prijateľná cena hovorov a správ, možnosť kontroly počtu a ceny hovorov a prijateľná cena obstarania. Štruktúra jednotlivých dôvodov nebola

významne rozdielna podľa pohlavia, u detí sa na štvrtom mieste v poradí dôležitosti objavil ako dôvod pre vlastníctvo mobilu pocit bezpečia a samostatnosti.

Skutočnosť, či vlastní domácnosť pripojenie telefonické pripojenie na pevnú linku alebo mobilný telefonický prístroj nie sú vzájomne závislé. Pri rozhodovaní o vlastníctve telefonického prístroja na pevnú linku resp. vlastníctva mobilného prístroja rozhodujú iné dôvody ako existencia iného typu pripojenia.

Dotazníkový prieskum umožňuje získať veľké množstvo informácií týkajúcich sa nielen objektívnych skutočností, ale aj subjektívnych názorov respondentov. Štatistika poskytuje na ich vyhodnotenie mnoho analytických prostriedkov, umožňujúcich hlbšiu analýzu skúmaného problému a dáva tak získaným výsledkom lepšiu poznávaciu i vypovedaciu hodnotu.

1. PECÁKOVÁ, I. 1995. Statistické aspekty terénních průzkumů I. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1995. ISBN 80-7079-737-1.
2. MELOUN, M. – MILITKÝ, J. 2002. Kompendium statistického zpracování dat. Praha: ACADEMIA, 2002. ISBN 80-200-1008-4.
3. LUKASOVÁ, A. – ŠARMANOVÁ, J. 1985. Metody shlukové analýzy. Praha: SNTL, 1985.

Implementácia približného riešenia mnohorozmerného Behrens-Fisherovho problému v State

Ivan Žežula, PF UPJŠ Košice

Mnohorozmerný Fisher-Behrensov problém:
Majme náhodné výbery

$$X_1, \ldots, X_m \sim \mathcal{N}_p(\mu_1, \Sigma_1)$$

a

$$Y_1, \ldots, Y_n \sim \mathcal{N}_p(\mu_2, \Sigma_2).$$

Chceme testovať

$$\boxed{H_0 : \ \mu_1 = \mu_2 \ \text{ proti } \ H_1 : \ \mu_1 \neq \mu_2,}$$

pričom vieme, že

$$\Sigma_1 \neq \Sigma_2.$$

Prípad $p = 1$:
Ide o dvojvýberový (t-)test s nerovnakými rozptylmi. Presné riešenie je známe, ale je výpočtovo nezvládnuteľné. Preto sa používajú približné riešenia. Z nich najpoužívanejšie je **Welchov test**.

Všeobecné p:
Situácia je tu zložitejšia. Predovšetkým si musíme uvedomiť, že H_0 je ekvivalentná s

$$H_A : \ A\mu_1 = A\mu_2$$

pre každú regulárnu maticu A. Potrebujeme preto, aby test H_0 bol nezávislý na transformácii dát pomocou regulárnej matice A. Toto nazývame **invariancia testu**. Presné riešenie je tiež známe (viď [3]), ale výpočtovo nezvládnuteľné. Ostatné doteraz publikované riešenia:

- Riešenie Scheffé-Bennett (1951): využíva upravené párové rozdiely. Je to presné riešenie, ale má malú silu, keďže nevyužíva všetky informácie z výberov. Je to obdoba použitia párového t-testu v situácii, kde mal byť použitý dvojvýberový t-test.
- Približné riešenia:
  - Kim (1992), Nel & van der Merwe (1986): nie sú invariantné.
  - James (1954), Yao (1965), Johansen (1980): kolísavá presnosť aproximácie. Jamesovo riešenie sa už nepoužíva, u zvyšných dvoch ťažko predpovedať, ktoré bude v danej situácii presnejšie.

Výsledkom je, že žiadne riešenie nie je všeobecne prijaté. Tohto roku sa objavilo nové riešenie: Krishnamoorthy & Yu (viď [2]). Je to vlastne modifikovaný

Nel - van der Merweho test. Toto riešenie je invariantné a má stabilitu hladiny zhodnú s Nel & van der Merweho metódou. Pre $p = 1$ je zhodné s Welchovým testom. Má teda veľkú šancu stať sa najpoužívanejším postupom. Zásluhou autorov je predovšetkým odvodenie správneho počtu stupňov voľnosti, keď si všimli nekorektný postup Nela a van der Merweho pri jeho odhadovaní.

Princíp metódy

Tento postup je prevzatý z [2]. Všimnime si, že pri Hotellingovom teste s $\Sigma_1 = \Sigma_2$ môžeme písať

$$T^2 = \left(\bar{X} - \bar{Y}\right)' \left(\frac{1}{m}S + \frac{1}{n}S\right)^{-1} \left(\bar{X} - \bar{Y}\right) ,$$

kde S je spoločný odhad variančnej matice. Preto je prirodzené pri $\Sigma_1 \neq \Sigma_2$ definovať

$$T^2 = \left(\bar{X} - \bar{Y}\right)' \left(\frac{1}{m}S_1 + \frac{1}{n}S_2\right)^{-1} \left(\bar{X} - \bar{Y}\right) ,$$

kde

$$S_1 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m} \left(X_i - \bar{X}\right)\left(X_i - \bar{X}\right)' \quad \text{a} \quad S_2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \bar{Y}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right)'$$

sú odhady variančných matíc v oboch náhodných výberoch.

Označme $\Sigma = \frac{1}{m}\Sigma_1 + \frac{1}{n}\Sigma_2$ a $S = \frac{1}{m}S_1 + \frac{1}{n}S_2$.

Tvrdenie 1 *Nech* $S_1 \sim \mathcal{W}_p\left(m-1, \frac{1}{m-1}\Sigma_1\right)$ *a* $S_2 \sim \mathcal{W}_p\left(n-1, \frac{1}{n-1}\Sigma_2\right)$ *sú nezávislé NV. Potom rozdelenie* $S = \frac{1}{m}S_1 + \frac{1}{n}S_2$ *je približne* $\mathcal{W}_p\left(f, \frac{1}{f}\Sigma\right)$, *kde*

$$f = \frac{\operatorname{Tr}\left(\Sigma^2\right) + \left(\operatorname{Tr}\Sigma\right)^2}{\frac{1}{m^2(m-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(\Sigma_1^2\right) + \left(\operatorname{Tr}\Sigma_1\right)^2\right] + \frac{1}{n^2(n-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(\Sigma_2^2\right) + \left(\operatorname{Tr}\Sigma_2\right)^2\right]} .$$

Dôkaz: Viď [1]. □

Chceme ukázať, že nami definované T^2 má približne Hotellingovo rozdelenie. Všimnime si, že môžeme písať:

$$T^2 = \left(\bar{X} - \bar{Y}\right)' \Sigma^{-\frac{1}{2}} \left(\Sigma^{-\frac{1}{2}} S \Sigma^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1} \Sigma^{-\frac{1}{2}} \left(\bar{X} - \bar{Y}\right) .$$

Z našich predpokladov vyplýva

$$\bar{X} \sim \mathcal{N}_p\left(\mu_1, \frac{1}{m}\Sigma_1\right) \quad \text{a} \quad \bar{Y} \sim \mathcal{N}_p\left(\mu_2, \frac{1}{n}\Sigma_2\right) .$$

Je teda

$$\bar{X} - \bar{Y} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}_p\left(0, \frac{1}{m}\Sigma_1 + \frac{1}{n}\Sigma_2\right) = \mathcal{N}_p\left(0, \Sigma\right) ,$$

resp.

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\left(\bar{X}-\bar{Y}\right) \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}_p\left(0, I_p\right) .$$

Ďalej

$$\frac{1}{m}S_1 \sim \mathcal{W}_p\left(m-1, \frac{1}{m(m-1)}\Sigma_1\right) \quad \text{a} \quad \frac{1}{n}S_2 \sim \mathcal{W}_p\left(n-1, \frac{1}{n(n-1)}\Sigma_2\right)$$

sú nezávislé navzájom i od $\bar{X}$ a $\bar{Y}$. Definujme

$$V_1 = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{m}\Sigma_1\Sigma^{-\frac{1}{2}} \quad \text{a} \quad V_2 = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{n}\Sigma_2\Sigma^{-\frac{1}{2}} ;$$

zrejme je $V_1 + V_2 = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\Sigma\Sigma^{-\frac{1}{2}} = I_p$. Potom

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{m}S_1\Sigma^{-\frac{1}{2}} \sim \mathcal{W}_p\left(m-1, \frac{1}{m-1}V_1\right)$$

a

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{n}S_2\Sigma^{-\frac{1}{2}} \sim \mathcal{W}_p\left(n-1, \frac{1}{n-1}V_2\right)$$

sú nezávislé NV. Podľa Tvrdenia 1 má ich súčet

$$V = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{m}S_1 + \frac{1}{n}S_2\right)\Sigma^{-\frac{1}{2}} = \Sigma^{-\frac{1}{2}}S\Sigma^{-\frac{1}{2}}$$

približne rozdelenie $\mathcal{W}_p\left(f^*, \frac{1}{f^*}I_p\right)$, kde

$$f^* = \frac{\operatorname{Tr}\left(I_p^2\right) + \left(\operatorname{Tr} I_p\right)^2}{\frac{1}{m-1}\left[\operatorname{Tr}\left(V_1^2\right) + \left(\operatorname{Tr} V_1\right)^2\right] + \frac{1}{n-1}\left[\operatorname{Tr}\left(V_2^2\right) + \left(\operatorname{Tr} V_2\right)^2\right]} .$$

(urobili sme transformáciu $\frac{1}{m}\Sigma_1 \to V_1$, $\frac{1}{n}\Sigma_2 \to V_2$ a $\frac{1}{m}\Sigma_1 + \frac{1}{n}\Sigma_2 \to I_p$.) Tento počet stupňov voľnosti je však neznámy a musíme ho odhadnúť. Rozumné odhady matíc V_1 a V_2 sú zrejme

$$\hat{V}_1 = S^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{m}S_1S^{-\frac{1}{2}} \quad \text{a} \quad \hat{V}_2 = S^{-\frac{1}{2}}\frac{1}{n}S_2S^{-\frac{1}{2}} .$$

Odhad f^* je potom

$$d = \frac{p\left(p+1\right)}{\frac{1}{m^2(m-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(S_1S^{-1}\right)^2 + \left(\operatorname{Tr} S_1S^{-1}\right)^2\right] + \frac{1}{n^2(n-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(S_2S^{-1}\right)^2 + \left(\operatorname{Tr} S_2S^{-1}\right)^2\right]}$$

resp.

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{p\left(p+1\right)}\left\{\frac{1}{m^2(m-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(S_1S^{-1}\right)^2 + \left(\operatorname{Tr} S_1S^{-1}\right)^2\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{n^2(n-1)}\left[\operatorname{Tr}\left(S_2S^{-1}\right)^2 + \left(\operatorname{Tr} S_2S^{-1}\right)^2\right]\right\} .$$

Máme teda

$$V \approx \mathcal{W}_p\left(d, \frac{1}{d} I_p\right)$$

nezávislé na $\bar{X}$ a $\bar{Y}$. Potom aj

$$d.V \approx \mathcal{W}_p\left(d, I_p\right)$$

a

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}_p\left(0, I_p\right)$$

sú nezávislé, a preto

$$T^2 = d\left(\bar{X} - \bar{Y}\right)' \Sigma^{-\frac{1}{2}} \left(d.V\right)^{-1} \Sigma^{-\frac{1}{2}} \left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \overset{H_0}{\approx} T^2_{d,p}\,.$$

Zo známych vlastností Hotellingovho rozdelenia vyplýva, že

$$\frac{d-p+1}{dp}\, T^2 \overset{H_0}{\approx} F_{p,d-p+1}$$

Nie je ťažké sa presvedčiť, že v prípade $p = 1$ je d rovné Welchovmu počtu stupňov voľnosti. Ukážeme, že i pre $p > 1$ platí pre d rovnaké ohraničenie ako v jednorozmernom prípade:

$$\min(m-1, n-1) \leq d \leq m + n - 2\,.$$

Predovšetkým si všimnime, že matice $\hat{V}_1$ a $\hat{V}_2$ sú pozitívne definitné s pravdepodobnosťou 1 a platí $\hat{V}_1 + \hat{V}_2 = I_p$. Ak matica $\hat{V}_1$ má vlastné číslo λ s príslušným vlastným vektorom u, t.j. platí $\hat{V}_1 u = \lambda u$, to je ekvivalentné so vzťahom $\left(I - \hat{V}_1\right) u = (1-\lambda)u$, čiže matica $\hat{V}_2$ má vlastné číslo $1-\lambda$ s rovnakým vlastným vektorom u. Označme $\lambda_1, \ldots, \lambda_p$ vlastné čísla matice $\hat{V}_1$. Vzhľadom k jej pozitívnej definitnosti musia byť všetky kladné a, keďže aj $\hat{V}_2 = I_p - \hat{V}_1$ je pozitívne definitná, musia byť menšie ako 1. Potom

$$\operatorname{Tr}\left(\hat{V}_1\right) = \operatorname{Tr}\left(\frac{1}{m} S_1 S^{-1}\right) = \operatorname{Tr}\left(U \Lambda U'\right) = \operatorname{Tr}\left(\Lambda U' U\right) = \operatorname{Tr}\left(\Lambda\right) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i$$

$$\operatorname{Tr}\left(\hat{V}_1^2\right) = \operatorname{Tr}\left(U \Lambda U' U \Lambda U'\right) = \operatorname{Tr}\left(U \Lambda^2 U'\right) = \operatorname{Tr}\left(\Lambda^2\right) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i^2$$

$$\operatorname{Tr}\left(\hat{V}_2\right) = \sum_{i=1}^{p} 1 - \lambda_i = p - \sum_{i=1}^{p} \lambda_i$$

$$\operatorname{Tr}\left(\hat{V}_2^2\right) = \sum_{i=1}^{p} \left(1 - \lambda_i\right)^2 = p - 2\sum_{i=1}^{p} \lambda_i + \sum_{i=1}^{p} \lambda_i^2$$

Menovateľ výrazu pre d teda môžeme napísať v tvare

$$\frac{1}{m-1}\left[\sum_{i=1}^{p} \lambda_i^2 + \left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_i\right)^2\right] + \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{p} \left(1-\lambda_i\right)^2 + \left(p - \sum_{i=1}^{p} \lambda_i\right)^2\right]$$

Ľahko zistíme, že pre jednotlivé λ_i funkcia $\frac{1}{m-1}\lambda_i^2 + \frac{1}{n-1}\left(1-\lambda_i\right)^2$ nadobúda svoje minimum v bode $\lambda_i = \frac{m-1}{m+n-2}$, ktoré je rovné $\frac{1}{m+n-2}$. Podobne, ak označíme $x = \sum_{i=1}^{p}\lambda_i$, funkcia $\frac{1}{m-1}x^2 + \frac{1}{n-1}\left(p-x\right)^2$ nadobúda minimum v bode $x = \frac{p(m-1)}{m+n-2}$ rovné $\frac{p^2}{m+n-2}$. Menovateľ teda nadobúda minimum pre $\lambda_1 = \cdots = \lambda_p = \frac{m-1}{m+n-2}$, a to je rovné $\frac{p+p^2}{m+n-2}$. Z toho vyplýva, že

$$d \leq \frac{p\left(p+1\right)}{\frac{p(p+1)}{m+n-2}} = m+n-2\,.$$

Keďže je menovateľ kvadratickou funkciou vo všetkých premenných, je ľahké vidieť, že svoje maximum musí nadobúdať na okraji oboru prípustných hodnôt. Maximum teda môže nastať v prípade $\lambda_1 = \cdots = \lambda_p = 0$ ($S_1 = 0$ a $\hat{V}_2 = I_p$) alebo $\lambda_1 = \cdots = \lambda_p = 1$ ($S_2 = 0$ a $\hat{V}_1 = I_p$). Je okamžite vidieť, že v prvom prípade je hodnota menovateľa $\frac{p\left(p+1\right)}{n-1}$ a v druhom prípade $\frac{p\left(p+1\right)}{m-1}$. Z týchto dvoch hodnôt musíme vybrať väčšiu. Z toho – vzhľadom k regularite oboch $\hat{V}_i$ skoro iste – okamžite vyplýva, že

$$\min\left(m-1, n-1\right) = \min\left(\frac{p\left(p+1\right)}{\frac{p(p+1)}{m-1}}, \frac{p\left(p+1\right)}{\frac{p(p+1)}{n-1}}\right) < d\,.$$

Implementácia

```
*! Ivan Zezula, version 1.0  19. november 2004
*           using portions of Stata's hotelling procedure
program define hotelmnm, rclass
    version 6
    syntax varlist [if] [in] [, BY(varname numeric) noTable ]
    marksample touse
    markout `touse' `by'

    quietly count if `touse'
    if r(N)<2 { error 2001 }

    tempname sum1 sum2 X1a X2a Xa n1 n2 S1 S2 S Sinv df1 df2 /*
             */ tr11 tr12 tr21 tr22 tr1 tr2 d T2
    if (`"`by'"'!="") {
        preserve
        keep `by' `varlist' `touse'
        quietly keep if `touse'
        qui tab `by', gen(group)
        capture confirm var group2
        if _rc {
            di in red "by() variable takes on only one value"
            exit 198  }
```

```
/* check that there are not more than two groups */
        capture confirm var group3
        if _rc==0 {
            di in red "too many by() values"
            exit 134
        }
/* end of check */
        local nvar : word count `varlist'
        local nvar1 = `nvar' + 1
        qui mat vecaccum `sum1' = group1 `varlist' if `touse'
        qui mat vecaccum `sum2' = group2 `varlist' if `touse'
        scalar `n1' = `sum1'[1,`nvar1']
        scalar `n2' = `sum2'[1,`nvar1']
        mat `X1a' = `sum1'[1,1..`nvar']/`n1'
        mat `X2a' = `sum2'[1,1..`nvar']/`n2'
        mat `Xa' =  (`X1a'\ `X2a')
/* X1a and X2a are group averages */
        qui mat accum `S1' = `varlist' if `touse' & group1==1, /*
                */ dev nocons
        mat `S1' = `S1'/(`n1'-1)
        qui mat accum `S2' = `varlist' if `touse' & group2==1, /*
                */ dev nocons
        mat `S2' = `S2'/(`n2'-1)
/* S1 and S2 are group sample variance matrices */
        matrix `S'=`S1'/`n1'+`S2'/`n2'
        matrix `Sinv'=syminv(`S')
/*sample variance matrix of means difference and its inversion*/
        matrix `tr11' = trace(`S1'*`Sinv'*`S1'*`Sinv')/`n1'^2
        matrix `tr12' = trace(`S1'*`Sinv')/`n1'
        scalar `tr1' = (`tr11'[1,1]+`tr12'[1,1]^2)/(`n1'-1)
        matrix `tr21' = trace(`S2'*`Sinv'*`S2'*`Sinv')/`n2'^2
        matrix `tr22' = trace(`S2'*`Sinv')/`n2'
        scalar `tr2' = (`tr21'[1,1]+`tr22'[1,1]^2)/(`n2'-1)
        scalar `d' = (`nvar'^2+`nvar')/(`tr1'+`tr2')
/* d is approximate number of degrees of freedom of T2 */
        matrix `T2' = (`X1a'-`X2a')*`Sinv'*(`X1a'-`X2a')'
        scalar `df1'=`nvar'
        scalar `df2'=`d'-`nvar'+1
/* Hotelling's statistic T2 and corresponding degrees of freedom
for F-statistic */
        sort `by'
        if (`"`table'"'=="") {
            by `by': summarize `varlist' if `touse'
        }
        if (rowsof(`T2')==1) {
            local ttl "2-group approximate Hotelling's /*
```

```
                    */T-squared with unequal variances"
            local tsq = `T2'[1,1]
        }
        di
        local F = `tsq'*(`df2')/(`d'*`df1')
        local p_value = Ftail(`df1',`df2',`F')
        di in gr `"`ttl' = "' in ye `tsq'
        di in gr "F test statistic: " in ye "((" `d' "-" /*
        */ `nvar' "+1)/(" `d' ")(" `nvar' "))" /*
        */ " x " `tsq' in gr " = "  in ye `F'
        di
        di in gr "H0: Vectors of means are equal for the /*
                    */two groups"
        di in gr _col(10) "     F(" in ye `df1' in gr "," /*
        */ in ye `df2' /*
        */ in gr ") = " in ye %9.4f `F'
        di in gr _col(8) "Prob(F > F(" in ye `nvar' in gr "," /*
        */ in ye `df2' in gr ")) = " in ye %9.6f `p_value'
    }
    else{   di in red "you must specify a grouping variable /*
                    */in by() clause"
        exit 100
    }
    ret scalar N1 = `n1'
    ret scalar N2 = `n2'
    ret scalar k = `nvar'
    ret scalar df = `d'
    ret scalar T2 = `tsq'
    ret matrix X = `Xa'
    ret matrix S1 = `S1'
    ret matrix S2 = `S2'
    /* double save in S_# and r() */
    global S_1 `n1'
    global S_2 `n2'
    global S_3 `nvar'
    global S_4 `d'
    global S_5 `tsq'
    global S_6 `Xa'
    global S_7 `S1'
    global S_8 `S2'
end
```

Použitie

Program sa spúšťa príkazovým riadkom

```
hotelmnm <zoznam premenných> [if <podmienka>],
                by(triediaca premenná) [notable]
```

Triediaca premenná musí obsahovať práve dve rôzne hodnoty. Podmienka `if` môže obmedziť rozsah vstupujúcich dát. Nastavenie `notable` spôsobí, že vo výstupe nebude tabuľka základných charakteristík súboru.

Príklad 1

```
. hotelmnm mpg headroom, by(foreign)

-------------------------------------------------------------------------------
-> foreign = Domestic

    Variable |       Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+--------------------------------------------------------
         mpg |        52    19.82692    4.743297         12         34
    headroom |        52    3.153846    .9157578        1.5          5

-------------------------------------------------------------------------------
-> foreign = Foreign

    Variable |       Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+--------------------------------------------------------
         mpg |        22    24.77273    6.611187         14         41
    headroom |        22    2.613636    .4862837        1.5        3.5


2-group approximate Hotelling's T-squared with unequal variances = 18.402703
F test statistic: ((44.102882-2+1)/(44.102882)(2)) x 18.402703 = 8.9927177

H0: Vectors of means are equal for the two groups
              F(2,43.102882) =    8.9927
       Prob(F > F(2,43.102882)) =  0.000544
```

Príklad 2

```
. hotelmnm mpg headroom trunk if price<5000, by(foreign) notable

2-group approximate Hotelling's T-squared with unequal variances = 13.209688
F test statistic: ((12.765519-3+1)/(12.765519)(3)) x 13.209688 = 3.7133664

H0: Vectors of means are equal for the two groups
              F(3,10.765519) =    3.7134
       Prob(F > F(3,10.765519)) =  0.046656
```

Program vracia základné vypočítané charakteristiky (počet premenných, počty pozorovaní v podskupinách, priemery a výberové variančné matice podskupín, približný počet stupňov voľnosti a hodnotu T^2), ktoré je možné použiť k ďalším výpočtom.

Príklad 2 - pokračovanie

```
. display " n1 = " r(N1) ", n2 = " r(N2) ", dimension = " r(k)
 n1 = 29, n2 = 8, dimension = 3

. display " degrees of freedom = " r(df) ", T^2 = " r(T2)
 degrees of freedom = 12.765519, T^2 = 13.209688

. matrix list r(X)

r(X)[2,3]
              mpg   headroom      trunk
group1  22.137931  3.0689655  12.517241
group2     28.875  2.75       10.625

. matrix list r(S1)

symmetric r(S1)[3,3]
                 mpg    headroom       trunk
     mpg   19.051724
headroom  -2.2777094   .94150246
   trunk  -7.8953202    2.945197   13.544335

. matrix list r(S2)

symmetric r(S2)[3,3]
                 mpg    headroom       trunk
     mpg   23.839286
headroom  -.60714286   .21428571
   trunk  -9.9107143   .39285714   12.839286
```

Literatúra:

1. Nel, D.G., van der Merwe, C.A. (1986): A solution to the multivariate Behrens-Fisher problem, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 15, 3719-3735

2. Krishnamoorthy, K., Yu, J. (2004): Modified Nel and van der Merwe test for the multivariate Behrens-Fisher problem, *Statistics & Probability Letters*, 66, 161–169

3. Nel, D.G., van der Merwe, C.A., Moser, B.K. (1990): The exact distribution of the univariate and multivariate Behrens-Fisher statistics with a comparison of several solutions in the univariate case, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 19, 279-298

Iveta Príhodová

Modely volatility (variability) I.

Úvod

Stochastické procesy nemožno modelovať klasickými deterministickými modelmi. Naopak, viac sa využívajú techniky, ktoré dokážu adaptívne reagovať na meniaci sa vývoj. Medzi najznámejšie metódy stochastického modelovania vývoja ekonomických veličín patria Box – Jenkinsove modely a s nimi spojená metodológia, založená na predpoklade stacionarity a linearity náhodných procesov.

Pri modelovaní finančných časových radov nevystačíme s podmienkami linearity, pretože sú charakteristické veľkou volatilitou (heteroskedasticitou), čo znamená, že treba aplikovať metódy nelineárneho modelovania stochastických procesov, ktorých základy pred viac ako dvadsiatimi rokmi položil Robert F. Engle, neskorší nositeľ Nobelovej ceny za ekonómiu z roku 2003.

Metódy nelineárneho modelovania nachádzajú široké uplatnenie pri analyzovaní časových radov cien akcií, devízových kurzov, inflácie, menových agregátov a ďalších rôznych ukazovateľov predovšetkým z finančnej oblasti s cieľom efektívnejšie merať riziko vysokej variability (volatility) a optimalizovať pomer rizika a ceny. Metodiku nelineárneho modelovania využívajú preto predovšetkým investičné banky a skupiny, centrálne banky rôznych krajín nevynímajúc.

Kľúčové slová

ARCH(1) model, ARCH(q) model, GARCH(1,1) model, GARCH(p, q) model

1 ARCH modely

Ide o autoregresné podmienene heteroskedastické modely (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*). Pri klasických ARIMA modeloch vychádzame zo splnenia podmienky stacionarity časového radu a predpokladáme, že nepodmienený rozptyl časového radu a_t je pre všetky t konštantný (invariantný voči posunom v čase). Podmienený rozptyl a_t sa ale v čase mení.

Jedným zo spôsobov ako opísať správanie sa druhej mocniny a_t je použitie AR(q)[1] modelu v tvare:

$$a_t^2 = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-q}^2 + w_t, \quad (1)$$

kde w_t má vlastnosti procesu bieleho šumu.

Ak a_t je chybou odhadu y_t (1) vyjadruje, že druhá mocnina chyby odhadu y_t v čase t lineárne závisí od predchádzajúcich q druhých mocnín chýb odhadu. Môžeme teda napísať:

$$E\left(a_t^2 \middle| a_{t-1}^2, a_{t-2}^2, ...\right) = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-q}^2 \quad (2)$$

Z (2) vyplýva, že proces bieleho šumu a_t sme vyjadrili ako autoregresný podmienene heteroskedastický model q-teho rádu, čo môžeme zapísať ako:

$$a_t \sim \text{ARCH(q)} \quad (3)$$

Výraz (2) je kladný a výraz (1) nezáporný pre všetky a_t, ak $\zeta > 0$ a $\alpha_j \geq 0$, pre $j = 1,2,...,q$. Aby bol proces a_t^2 kovariačne stacionárny musia korene polynómu $1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 - ... - \alpha_q z^q = 0$ ležať vo vnútri jednotkového kruhu. Keďže α_j sú všetky nezáporné, môžeme túto podmienku prepísať aj do tvaru:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_q < 1 \quad (4)$$

Ak sú tieto podmienky splnené, nepodmienený rozptyl a_t môžeme vyjadriť ako:

$$\sigma^2 = E(a_t^2) = \frac{\zeta}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - ... - \alpha_q} \quad (5)$$

[1] BOX, G.E.P. - JENKINS, G.M. - REINSEL, G.C. *Time Series Analysis, Forecasting and Control. Third Edition.* New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., 1994, s. 52.

Ak ako $\hat{a}_{t+s|t}$ označíme prognózu na *s* období dopredu dostávame:

$$\hat{a}^2_{t+s|t} = E(\hat{a}^2_{t+s} \left| a_t^2, a_{t-1}^2, ... \right.) \tag{6}$$

Prognóza podmieneného rozptylu na *s* období dopredu konverguje ku σ^2, ak $s \to \infty$ za predpokladu, že w_t ma konečný rozptyl a že podmienka (4) je tiež splnená.

Často je veľmi výhodné použiť alternatívne vyjadrenie ARCH(*q*) modelu ktoré zavádza trocha silnejšie podmienky týkajúce sa vzájomnej závislosti a_t.

Dajme tomu, že:

$$a_t = \sqrt{h_t}.v_t, \tag{7}$$

kde v_t je nezávislá a identicky rozdelená postupnosť s nulovou strednou hodnotou a jednotkovým rozptylom,

$$E(v_t) = 0 \qquad E(v_t^2) = 1 \qquad \text{a} \tag{8}$$

$$h_t = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-a}^2 . \tag{9}$$

Potom pre podmienený rozptyl platí:

$$E(a_t^2 \left| a_{t-1}, a_{t-2}, ... \right.) = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-q}^2 \tag{10}$$

Ak použijeme vzťahy (7) a (9) vo výraze (1) dostávame tento tvar AR(*q*) modelu:

$$h_t.v_t^2 = h_t.v_t \tag{11}$$

Potom aj náhodnú zložku AR(*q*) (1) modelu môžeme vyjadriť ako:

$$w_t = h_t(v_t^2 - 1) \tag{12}$$

Predpokladáme, že nepodmienený rozptyl w_t (12) je konštantný:

$$E(w_t^2) = const. \tag{13}$$

Podmienený rozptyl w_t sa ale v čase mení.

1.1 ARCH (1)

Podmienený rozptyl model ARCH(1) môžeme vyjadriť:

$$h_t = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 \tag{14}$$

Aby bolo zaručené, že podmienený rozptyl h_t bude kladné číslo musí platiť, že $\zeta > 0$ a $\alpha_1 \geq 0$. Ak je $\alpha_1 = 0$ rozptyl je v čase konštantný a proces a_t označujeme ako podmienene homoskedastický.
Autoregresný tvar modelu, vychádzajúci z AR(1) procesu:

$$a_t^2 = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + v_t \tag{15}$$

Podmienená aj nepodmienená stredná hodnota procesu v_t je nulová, t. z., proces nie je autokorelovaný.

Model ARCH(1) je slabo stacionárny, ak $\alpha_1 < 1$. Nepodmienený rozptyl procesu a_t

$$E(a_t^2) = \frac{\zeta}{1-\alpha_1}, \tag{16}$$

je v čase konštantný a proces a_t je nepodmienene homoskedastický. Jeho autokorelačná funkcia je v oneskorení k rovná α_1^k.

Špicatosť rozdelenia náhodnej veličiny a_t, pre $3\alpha_1^2 < 1$, [James Hamilton, 1994] má tvar:

$$K_{a_t} = \frac{E(a_t^4)}{E(a_t^2)^2} = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} \tag{17}$$

Špicatosť K_{a_t} je väčšia ako špicatosť normálneho rozdelenia pravdepodobnosti.

ARCH modely sú charakteristické tým, že pomocou nich môžeme zachytiť zhluky volatility v časových radoch výnosov. Vyplýva to zo zápisu (15). Ak je a_{t-1} v absolútnej hodnote vysoké, potom je možné očakávať, že aj a_t bude v absolútnej hodnote tiež vysoké, t. z., že vysoké hodnoty budú nasledované vysokými hodnotami a nízke hodnoty nízkymi hodnotami.

1.2 ARCH(*q*) modely

Podmienený rozptyl modelu ARCH(*q*) môžeme vyjadriť v tvare:

$$h_t = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-q}^2 \tag{18}$$

Jeho kladné hodnoty zaručuje splnenie dvoch podmienok: $\zeta > 0$ a $\alpha_j \geq 0$, pre $j = 1,2,...,q$.
Model ARCH(*q*) možno taktiež vyjadriť v tvare autoregresného AR(*q*) modelu pre proces a_t^2 nasledovne:

$$a_t^2 = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + ... + \alpha_q a_{t-q}^2 + v_t, \tag{19}$$

kde $v_t = a_t^2 - h_t$.

Pomocou operátora spätného ho môžeme zapísať:

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - ... - \alpha_q B^q) a_t^2 = \zeta + v_t \tag{20}$$

Model ARCH(*q*) je stacionárny, ak korene polynomickej rovnice

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - ... - \alpha_q B^q) = 0 \tag{21}$$

ležia vo vnútri jednotkového kruhu.

Nepodmienený rozptyl procesu a_t

$$E(a_t^2) = \frac{\zeta}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - ... - \alpha_q} \tag{22}$$

je konštantný v čase a proces a_t je podmienene homoskedastický.

2 GARCH modely

Pri modelovaní finančných časových radov je niekedy potrebné použiť ARCH(q) modely, kde q je vysoké číslo. V súvislosti s tým vzniká ale problém odhadovania veľkého počtu parametrov a testovania splnenia viacerých podmienok. Tomuto problému je možné predísť rozšírením ARCH modelu o oneskorený podmienený rozptyl. Takto vznikajú GARCH modely, zovšeobecnené podmienene heteroskedastické modely (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*) [Tim Bollerslev, 1986].

2.1 GARCH(1,1)

Ak rozšírime model ARCH(1) o podmienený rozptyl oneskorený o jedno obdobie dostávame model GARCH(1,1), ktorý môžeme zapísať ako:

$$h_t = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \tag{23}$$

Aby bol podmienený rozptyl kladný, musí platiť, že $\zeta > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 \geq 0$.

Pomocou spätného operátora tento model môžeme prepísať do tvaru:

$$(1 - \beta_1 B) h_t = \zeta + \alpha_1 a_{t-1}^2 \tag{24}$$

Do tvaru ARMA(1,1) môžeme model GARCH(1,1) prepísať takto:

$$a_t^2 = \zeta + (\alpha_1 + \beta_1) a_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1}, \tag{25}$$

kde $v_t = a_t^2 - h_t$ (26)

Model GARCH(1,1) je stacionárny, ak $\alpha_1 + \beta_1 < 1$.

Nepodmienený rozptyl procesu a_t má tvar:

$$E(a_t^2) = \frac{\zeta}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \tag{27}$$

Teda rozptyl procesu a_t je konštantný v čase a proces a_t je nepodmienene homoskedastický.

Špicatosť náhodných veličín a_t má pre $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1$ (inak je ∞) tvar:

$$K_{a_t} = \frac{E(a_t^4)}{E(a_t^2)^2} = \frac{3\left(1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2\right)}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} \tag{28}$$

Špicatosť K_{a_t} je vždy väčšia, ako špicatosť normálneho rozdelenia.

Autokorelačnú funkciu odvodil Bollerslev [2]v tvare:

$$\rho_1 = \alpha_1 + \frac{\alpha_1^2 \beta_1}{1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2} \tag{29}$$

$$\rho_k = (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \rho_1 \qquad k = 2,3,... \tag{30}$$

Hodnoty autokorelačnej funkcie s rastúcim *k* exponenciálne klesajú. Rýchlosť poklesu závisí od výšky súčtu $\alpha_1 + \beta_1$. Ak je tento súčet veľmi blízky k jednej, je pokles autokorelačnej funkcie veľmi pomalý.

Hodnoty parciálnej autokorelačnej funkcie s rastúcim oneskorením *k* tiež exponenciálne klesajú. Všeobecne je možné povedať, že tvary autokorelačnej i parciálnej autokorelačnej funkcie modelu GARCH(1,1) procesu a_t^2 zodpovedajú tvarom ACF a PACF procesu ARMA $(1,1)^2$.

[2] BOX, G.E.P. – JENKINS, G.M. – REINSEL, G.C. *Time Series Analysis, Forecasting and Control. Third Edition.* New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., 1994, s. 77.

2.2 GARCH(*p*, *q*)

Podmienený rozptyl zovšeobecneného GARCH(*p*, *q*) modelu môžeme zapísať v tvare:

$$h_t = \zeta + \sum_{j=1}^{q} \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \tag{31}$$

a pomocou spätného operátora ako:

$$h_t = \zeta + \alpha(B) a_t^2 + \beta(B) h_t \,, \tag{32}$$

kde $\alpha(B) = \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + ... + \alpha_q B^q$ a $\beta(B) = \beta_1 B + \beta_2 B^2 + ... + \beta_p B^p$. Kladnosť podmieneného rozptylu zaručujú podmienky: $\zeta > 0$, $\alpha_j > 0$ pre *j = 1,2,...,q* a $\beta_i \geq 0$ pre *i = 1,2,...,p*.

Model GARCH(*p*, *q*) je stacionárny, ak korene polynomickej rovnice (33) ležia vo vnútri jednotkového kruhu.

$$1 - \alpha(B) - \beta(B) = 0 \tag{33}$$

Nepodmienený rozptyl procesu a_t má tvar:

$$D(a_t) = \frac{\zeta}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + (\alpha_q + \beta_p)}. \tag{34}$$

Záver

Článok „Modely volatility (variability) I.“ popisuje ARCH a GARCH typy nelineárnych modelov.

V druhej časti článku Modely volatility (variability) II. sa budeme zaoberať ďalšími z modelov podmienenej heteroskedasticity, IGARCH, GARCH-m, EGARCH, FIGARCH modelmi a ich praktickou aplikáciou.

Literatúra

[1] ARLT, J. – ARLTOVÁ, M. *Finanční časové řady.* Praha: Grada Publishing, 2003.

[2] BOLLERSLEV, T. *Generelized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity.* In: Journal of Econometrics. Vol. 31 (june 1986), s. 307-327.

[3] BOX, G.E.P. – JENKINS, G.M. – REINSEL, G.C. *Time Series Analysis, Forecasting and Control. Third Edition.* New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., 1994.

[4] HAMILTON, J. D. *Time Series Analysis.* New Jersey: Princeton University Press, 1994.

[5] RUBLÍKOVÁ, E. *ARCH and GARCH Models for Daily Exchange Rate of SKK/USD.* In: Ekonomické rozhľady . Roč. XXXIII, č.3, (2004), s.314-323.

[6] RUBLÍKOVÁ, E. *Modelovanie podmienenej variability vo finančných časových radoch*. In: Seminár k výsledkom vedeckej a výskumnej činnosti. Bratislava, 3.- 4. september 1992. s.66-68.

Kontakt: Ing. Iveta Príhodová, Katedra štatistiky FHI EU, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: prihodov@yahoo.de

Životopis Prof. Jozefa S o j k u, CSc.

Prof. Sojka sa narodil vo Vysokej nad Kysucou v roku 1925. Po absolvovaní základných škôl študoval na Obchodnej akadémii v Martine. Vysokoškolské štúdium absolvoval v Bratislave na Vysokej škole hospodárskych vied v rokoch 1947 – 1951. V rokoch 1959-1960 absolvoval postgraduálne štúdium ekonomicko-matematických metód na Leningradskej štátnej univerzite v Leningrade. Po návrate z Leningradu patril k zakladateľom Katedry kybernetiky, ktorá sa transformovala na Katedru ekonomicko-matematických výpočtov. Po kratšom čase sa v roku 1961 vytvorila aj nová špecializácia na Vysokej škole ekonomickej , ktorá dnes vystupuje pod menom operačný výskum a ekonometria. Prof. Sojka sa stal vedúcim katedry a dvakrát bol menovaný prorektorom pre vedecko-výskumnú prácu. V roku 1980 bol menovaný profesorom matematických metód v ekonómii.

V roku 1966 navštívil Massachusetts Institute of Technology v USA kde študoval matematické programovanie a modelovanie ekonomických procesov. Po návrate z USA sa orientoval na dynamizáciu investičných procesov predovšetkým v ťažkom strojárenstve a neskoršie vo všetkých odvetviach slovenskej ekonomiky. Ako prorektor pre vedeckovýskumnú prácu ovplyvňoval výskum v tom zmysle, aby bol exaktnejší a aby sa v ňom uplatňovali matematické a štatistické metódy. Dlhodobejšie spolupracoval so Slovenskou plánovacou komisiou a neskoršie s Ministerstvom financií. Pri analýze a plánovaní slovenskej ekonomiky používal viackriteriálnu optimalizáciu. Ovplyvnili ho modely cieľového programovania rozpracovávané prof. Charnesom z Texaskej univerzity.

V roku 1968 prof. Sojka protestoval proti okupácií Československa sovietskou armádou. Za to bol politicky postihnutý a jeho ďalší vedecký a politický vplyv bol obmedzený.

Jeho pedagogická činnosť je veľmi rozsiahla. Na Vysokej škole ekonomickej viedol prednášky z optimálneho programovania a modelovania ekonomických procesov. Vychoval viacerých kandidátov vied, ktorí boli úspešnými slovenskými ekonómami. Niektorí z nich pracujú aj na zahraničných univerzitách. Jeho publikačná činnosť bola veľmi rozsiahla. Publikoval 2 vedecké monografie, podieľal sa na publikovaní 5 vysokoškolských učebníc a viacerých učebných textov. Okrem toho publikoval 43 vedeckých prác v recenzovaných vedeckých časopisoch doma a v zahraničí. Prezentoval sa cca 50 krát na vedeckých konferenciach a seminároch Bol pri riešení úloh vedeckovýskumnej činnosti 10 krát vedúcim riešiteľom resp spoluriešiteľom. Pod jeho vedením sa na Vysokej škole ekonomickej od roku 1963 organizovali vedecké konferencie pod názvom „Aplikácia matematických metód a výpočtovej techniky pri riešení ekonomických problémov“v dvoj- resp. trojročných intervaloch.

K jeho významnejším publikáciam patria:

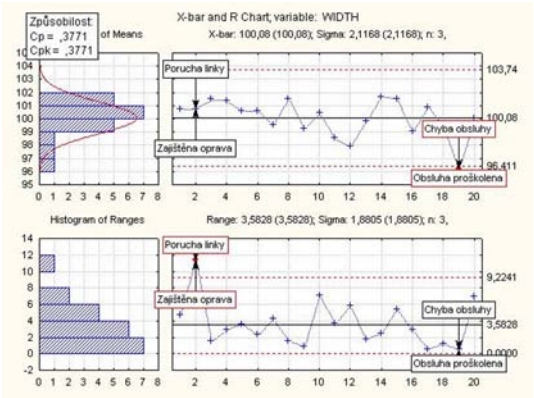
1) Sojka J. : Ekonomická dynamika a rovnováha, Epocha Bratislava , 1970
2) Sojka J. a kol. : Modelovanie národohospodárskych procesov Alfa, Bratislava 1981
3) Laščiak a kol.: Optimálne programovanie, Alfa, Bratislava 1983, reprint 1990 , 655 strán, podiel prof. Sojku 123 strán
4) Sojka J. a kol.: Matematické modelovanie ekonomických procesov, Alfa 1986, str. 416.

Patrí k zásluham Prof. Sojku, že nezištne prispieval k zvyšovaniu pedagogickej a vedeckej úrovne Vysokej školy ekonomickej až do odchodu do dôchodku v roku 2000. Aj po tomto roku až podnes, keď sa dožíva 80 rokov spolupracoval s VŠE teraz nazývanou Ekonomickou univerzitou v Bratislave a pomáhal jej radami, resp. službami.

STATISTICA®

Společnost StatSoft patří k největším světovým producentům softwaru pro analýzu dat. Naše celosvětová síť poboček a distributorů nejen pomáhá klientům při volbě analytických modulů či při aplikaci celopodnikových systémů přizpůsobených na míru potřebám konkrétních uživatelů, ale také poskytuje celou řadu doplňkových služeb, jako je například vzdělávací činnost v podobě kurzů či konzultací nebo zpracování rozsáhlých projektů z oblasti statistiky. Díky tomu jsou produkty společnosti StatSoft využívány s maximální efektivitou. Mezi všemi na trhu dostupnými nástroji pro analýzu dat vynikají programy řady *STATISTICA* snadným ovládáním, přesností výpočtů, výběrem statistických metod i širokou nabídkou oblastí, v nichž se dají uplatnit. Dokládá to nejen jejich ohromná popularita, ale i výsledky testů, které byly provedeny nezávislými institucemi a uveřejněny v nejrůznějších časopisech. Od roku 1993 systém *STATISTICA* neustále získává nejvyšší ocenění ve všech recenzích a vyhrává všechny testy, jichž se zúčastnil.

V rámci našeho příspěvku bychom Vás rádi seznámili se vším, co Vám můžeme nabídnout. V naší nabídce najdete kromě desktopových analytických modulů také podnikové systémy, které lze upravit na míru potřebám jednotlivých společností. Jsou vybaveny moderními technologiemi pro přístup k datům, technikami pro data mining, nástroji pro správu a společnou práci uživatelů i funkcemi, které je předurčují pro nasazení ve vědeckém výzkumu, v průmyslu i ve výuce. Všechny statistické nástroje a možnosti podnikových systémů mohou být dostupné i přes internet. Navíc je stále více produktů *STATISTICA* k dispozici i v české lokalizaci. Samozřejmostí je, že ke všem našim produktům poskytujeme technickou podporu. Mnozí z Vás již také zaregistrovali širokou nabídku kurzů, které pořádáme. K jejich neustálému zlepšování nás vede také odezva mnoha spokojených absolventů, kteří se našich kurzů již zúčastnili.



Oblast SPC je pro společnost StatSoft jednou ze stěžejních, jsme největším poskytovatelem celopodnikových SPC řešení na světě. Software *STATISTICA* tvoří výborný základ systémů pro zlepšování kvality v malých i velkých průmyslových podnicích, kde je využití statistických metod již naprostou nutností. Prostřednictvím těchto nástrojů organizace zvyšuje znalost vnitřních pochodů a jejich vztahů ke kvalitě výstupních produktů. Slouží také jako vhodná programová základna pro aplikaci populární metodiky Six Sigma či pro podporu dalších normativů pro řízení procesů.

V reakci na postupující vývoj a v neposlední řadě také na přání a odezvy našich uživatelů stále rozšiřujeme nabídku produktů řady *STATISTICA* a zdokonalujeme i produkty stávající. Kromě základních modulů pro tvorbu regulačních diagramů, analýzu procesů či navrhování experimentů, Vám tak můžeme nabídnout i nástroj pro aplikaci na řízení složitých procesů, *STATISTICA Vícerozměrné statistické řízení procesů* (MSPC). K podnikovým systémům přibyla aplikace určená pro podporu metodiky Six Sigma, poskytující komplex všech statistických analýz relevantních při použití této metodiky, systém pro správu dokumentů či rozsáhlý systém PROCEED, vytvořený ve spolupráci se společností Caterpillar.

Těšíme se na kontakt s Vámi, ať už osobní, telefonický, či pomocí e-mailu. Rádi zodpovíme Vaše dotazy a vyjdeme vstříc Vašim přáním.

StatSoft®
StatSoft CR ● Podbabská 16 ● CZ-160 00
tel.: +420 233 325 006 ● fax: +420 233 324 005
e-mail: info@StatSoft.cz ● web: www.StatSoft.cz

Přehled produktů řady *STATISTICA*

I. Průmyslové nástroje, Six Sigma


STATISTICA Diagramy pro řízení jakosti Cz


STATISTICA Analýza procesů Cz


STATISTICA Navrhování experimentů Cz



STATISTICA Six Sigma

II. Nástroje pro analýzu dat


STATISTICA Base Cz


STATISTICA Pokročilé lineární a nelineární modely Cz


STATISTICA Vícerozměrné průzkumné techniky Cz


STATISTICA Neuronové sítě Cz


STATISTICA Analýza síly testu

III. Integrované systémy



STATISTICA Data Miner



STATISTICA QC Miner



STATISTICA Text Miner


STATISTICA Analýza sekvencí, asociací a propojení



SEWSS: STATISTICA Enterprise-wide SPC System


STATISTICA Vícerozměrné statistické řízení procesů Cz



SEDAS: STATISTICA Enterprise-wide Data Analysis System



STATISTICA OLAP



WebSTATISTICA Server



WebSTATISTICA Knowledge Portal



STATISTICA Document Management System



STATISTICA Data Warehouse



BDR spol. s r.o.
M.M.Hodžu 3, 974 01 Banská Bystrica
tel: 048/47 00 041,41 53 114
fax: 048/41 53 117
web: www.bdrbb.sk
e-mail: bdr@bdrbb.sk

Predmet činnosti:

- audítorské overenie účtovníctva, individuálnych a konsolidovaných účtovných závierok
- účtovné, finančné, ekonomické a organizačné poradenstvo
- poradenstvo v zavádzaní informačných systémov pre oblasť spracovania ekonomických informácií
- vedenie podvojného a jednoduchého účtovníctva