Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

MODELOVANIE A PREDIKCIE ŠPECIFICKÝCH MIER SOBÁŠNOSTI A PLODNOSTI

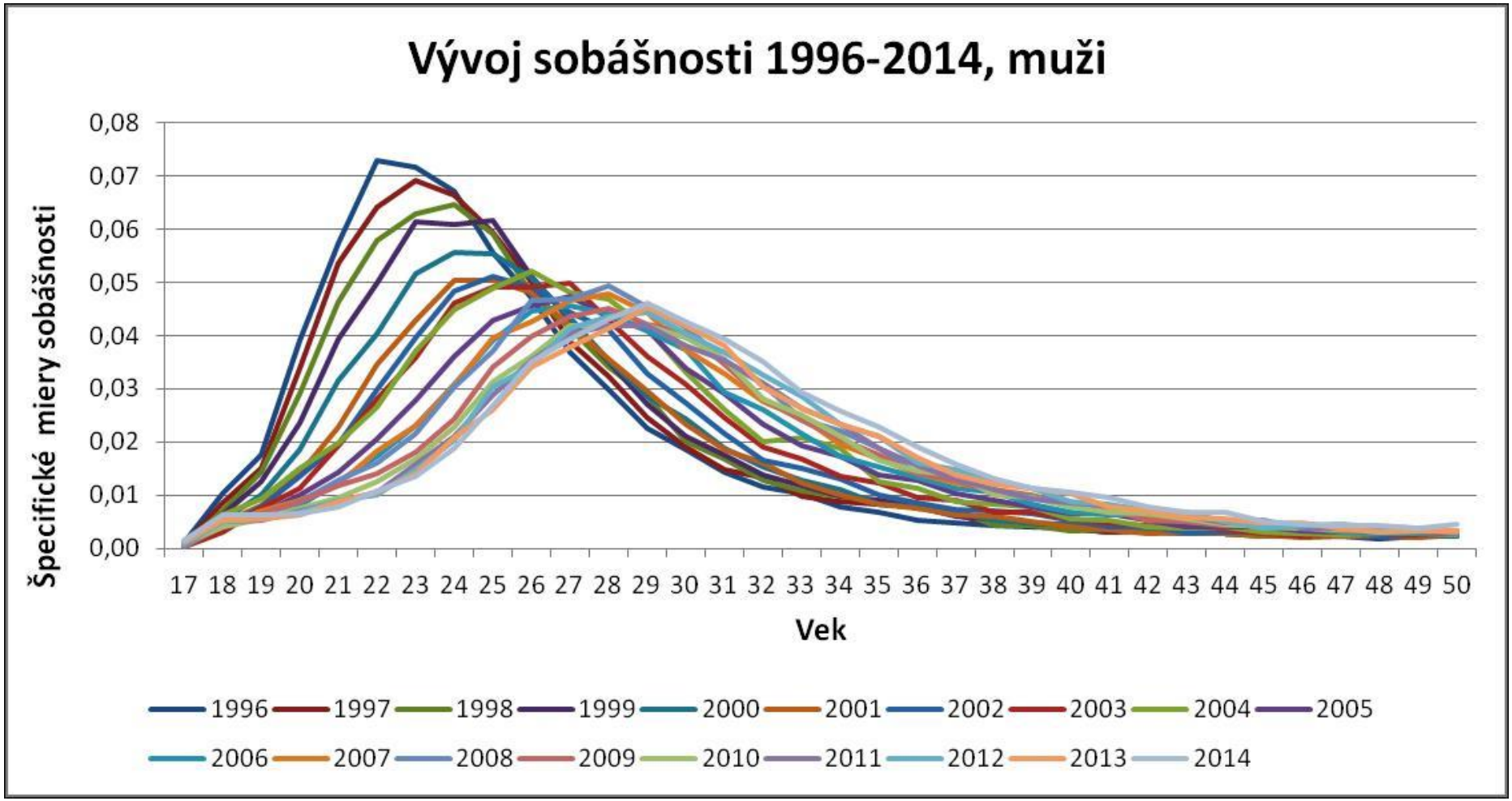
Denisa Konderlová

Karol Pastor

18. Slovenská štatistická konferencia Košice, 23.-25. júna 2016

Obsah

- Motivácia
- Základné pojmy
- Matematické modely špecifických mier
- Odhady parametrov
- Predikcie vývoja parametrov
- Predikcie vývoja sobášnosti a prvosobášnosti
- Sobášnosť a plodnosť

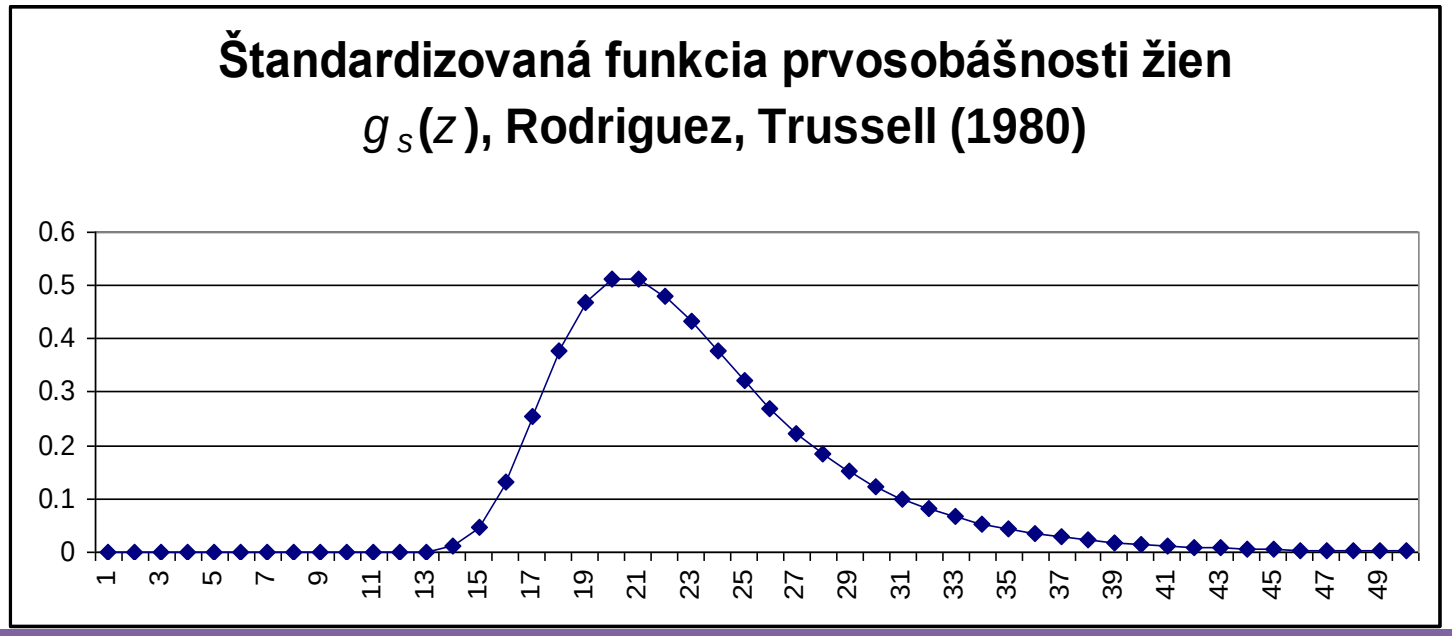

Vývoj sobášnosti 1996-2014, muži
Špecifické miery sobášnosti
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,00
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
Vek
1996 1997 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005
2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014

Coale-McNeilov model (1972) prvosobášnosti žien

$$g(x) = \frac{\beta}{\Gamma(\alpha/\beta)} \exp\left[-\alpha(x-\mu) - \exp\{-\beta(x-\mu)\}\right]$$

Rodriguez – Trussell (1980) $\alpha = 1{,}145,\ \beta = 1{,}896,\ \mu = -0{,}805 => g_s(z)$

Intenzita prvosobášnosti $f^{CM}(x) = A\, g(x);$ $\quad g(x;u,b) = \frac{1}{b} g_s\left(\frac{x-u}{b}\right)$



Dáta

Počty obyvateľov:

http://www.infostat.sk/slovakpopin/data/agestr.xls

Sobášnosť a prvosobášnosť:

http://www.infostat.sk/slovakpopin/data/nuptiality.xls

Plodnosť:

http://www.infostat.sk/slovakpopin/data/fertility.xls

Základné pojmy

- Sobášnosť a prvosobášnosť
- f_x- špecifická miera sobášnosti

$$f_x = \frac{N_x}{P_x}$$

- Charakteristiky empirických dát

$$us = \sum_x f_x$$

$$\overline{x} = \frac{1}{us} \sum_x x f_x$$

$$s^2 = \frac{1}{us} \sum_x x^2 f_x - \overline{x^2}$$

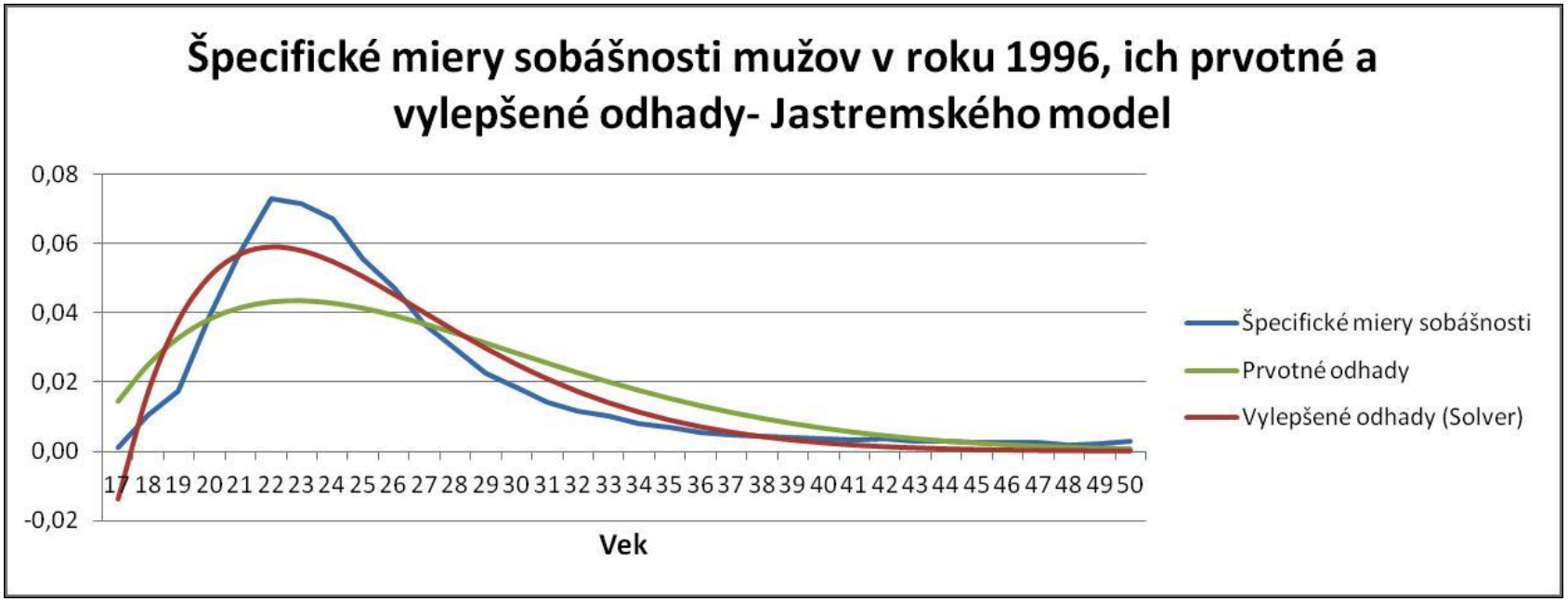
Matematické modely špecifických mier (Pastor 2013)

- Jastremského
- Gama
- Hadwigerov
- Lognormálny

Jastremského model

$$f^J(x) = f(a)\left(1+\frac{x-a}{a-c}\right)\left(1-\frac{x-a}{b-a}\right)^{\frac{b-a}{a-c}}$$

$$I(X) = \int_c^b f^J(x)\,dx = f(a)\frac{(b-c)(a-c)}{a+b-2c}\left(\frac{b-c}{b-a}\right)^{\frac{b-a}{a-c}} \qquad E(X) = \frac{2ab-bc-c^2}{2a+b-3c}$$

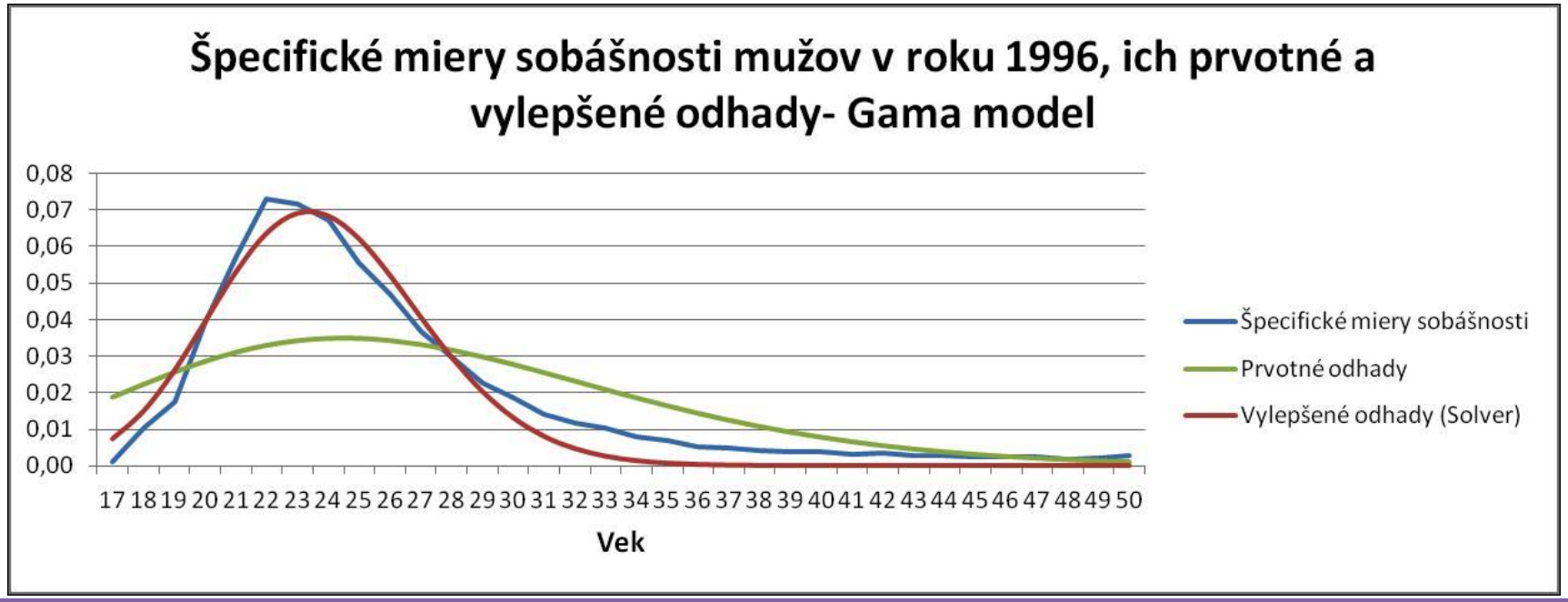


Gama model

$$f^G(x) = A\frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}}$$

$$I(X) = A, \qquad E(X) = \alpha\beta$$

$$D(X) = \alpha\beta^2, \qquad Mod(X) = (\alpha - 1)\beta$$

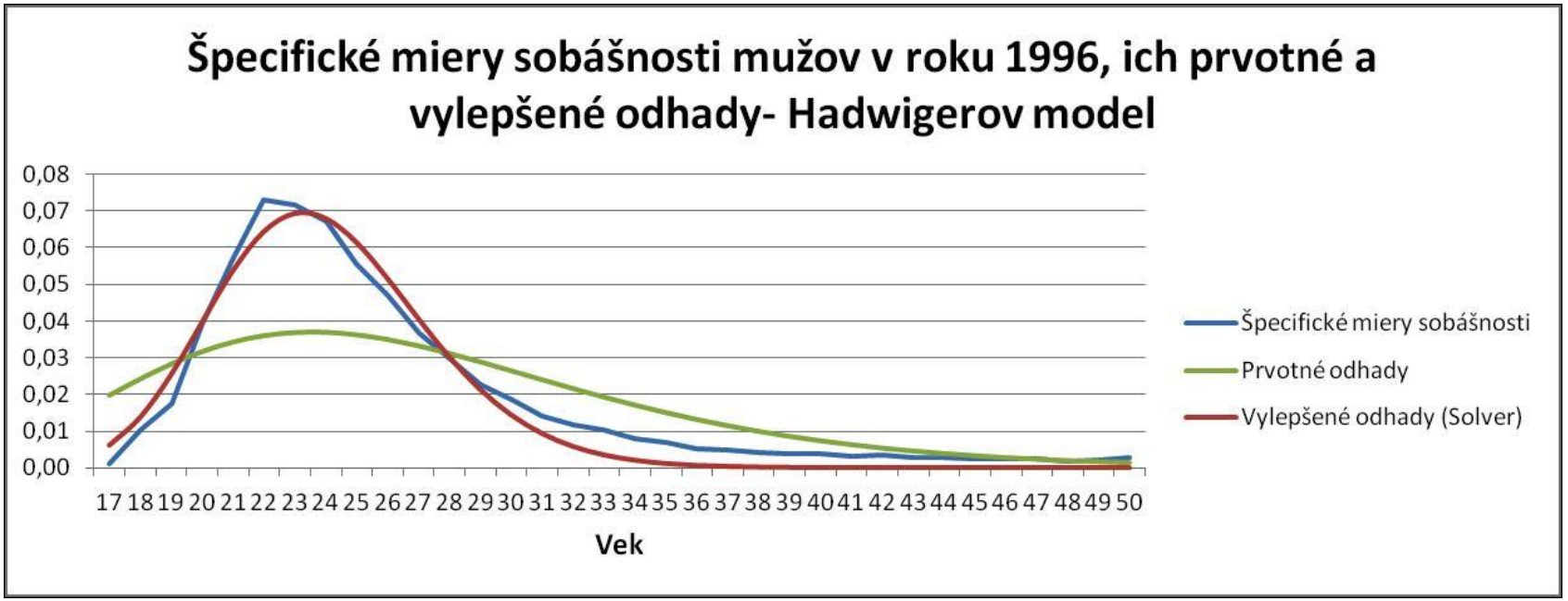


Hadwigerov model

$$f^H(x) = \frac{ab}{c}\left(\frac{c}{x}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left\{-b^2\left(\frac{c}{x}+\frac{x}{c}-2\right)\right\}$$

$$I(X) = a\sqrt{\pi}, \qquad E(X) = c$$

$$D(X) = \frac{c^2}{2b^2}, \qquad Mod(X) = \frac{\left(\sqrt{16b^4+9}-3\right)c}{4b^2}$$

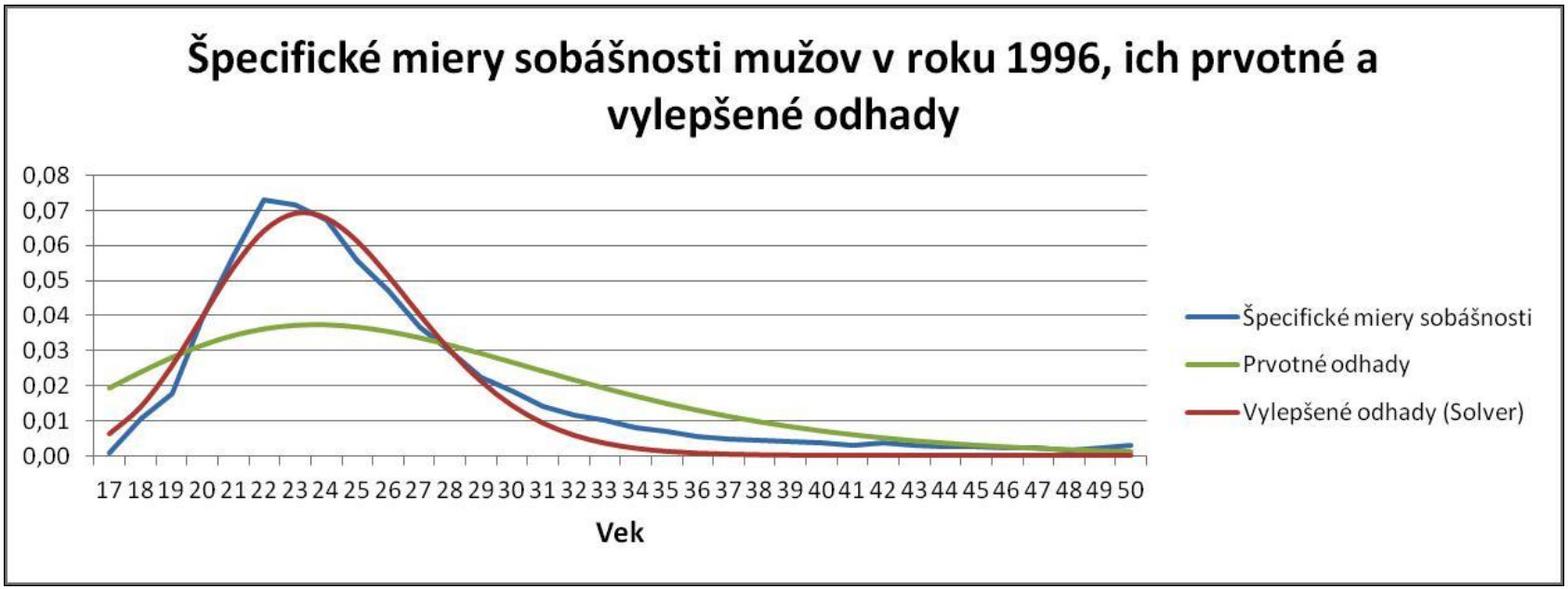


Lognormálny model

$$f^{LN}(x) = A\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}exp\left\{-\frac{(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$I(X) = A, \qquad E(X) = exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

$$D(X) = exp\left(2\mu+\sigma^2\right)\left(exp\left(\sigma^2\right)-1\right), \qquad Mod(X) = exp\left(\mu-\sigma^2\right)$$



Prvotné odhady parametrov

- Momentovou metódou
- Lognormálny model:

$$\widehat{A} = us, \qquad \widehat{\mu} = ln\overline{x} - \frac{\widehat{\sigma}^2}{2}, \qquad \widehat{\sigma}^2 = ln\left(s^2 + \overline{x}^2\right) - 2ln\overline{x}$$

Vylepšovanie odhadov

- Minimalizácia *SSE* (Solver)

$$SSE = \sum_x \left(f_x - f^i\left(x\right)\right)^2, i = J, LN, G, H$$

Predikcie vývoja parametrov

- Regresné trendy (Odhady koeficientov pomocou MNŠ)
- Konštantný:

$$\left(b_0 - t_{n-1}(\alpha)\, s\sqrt{1+\frac{1}{n}}, b_0 + t_{n-1}(\alpha)\, s\sqrt{1+\frac{1}{n}}\right)$$

$$s = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \frac{(y_t - \overline{y})^2}{n-1}}$$

- Lineárny:

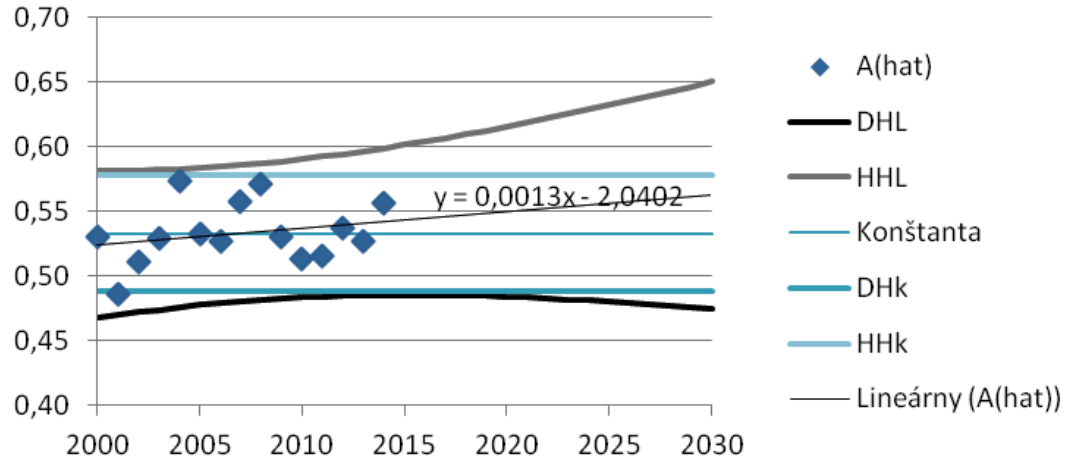
$$(\widehat{y}_T - t_{n-2}(\alpha)\, s f_T, \widehat{y}_T + t_{n-2}(\alpha)\, s f_T)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2 - \sum_{t=1}^{n} \widehat{y}_t^2}{n-2}} \qquad f_T = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(T-\overline{t})^2}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - n\overline{t}^2}}$$

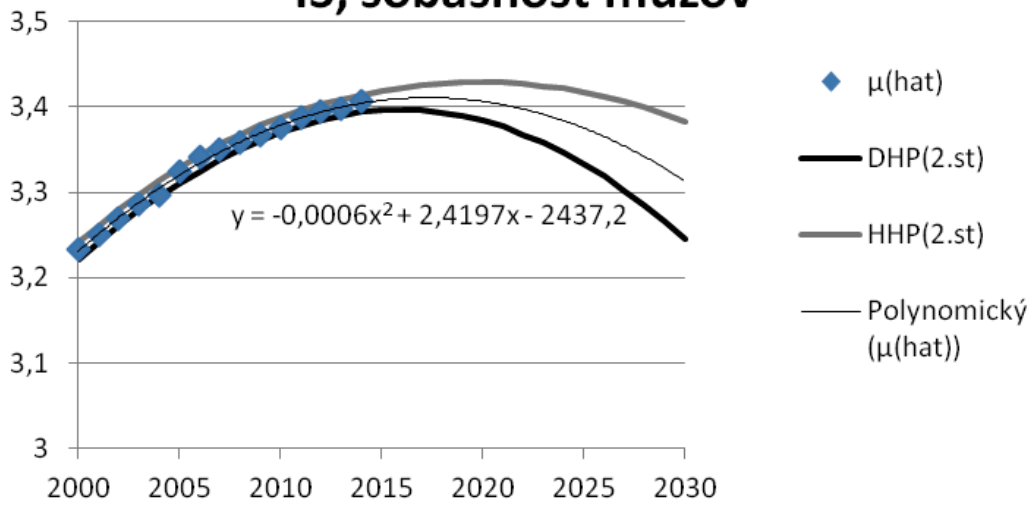
- Kvadratický: ...

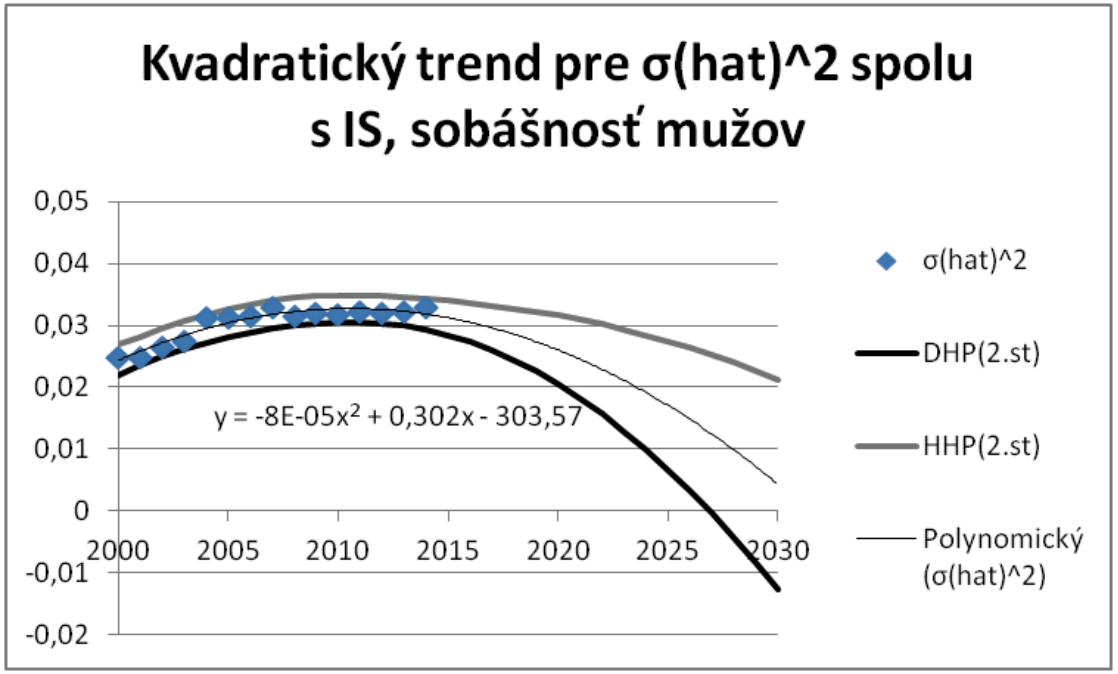
$$f_T = \sqrt{1 + (1, T, T^2)\left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\right)^{-1}(1, T, T^2)'}$$

Konštantný a lineárny trend pre A(hat) spolu s IS, sobášnosť mužov

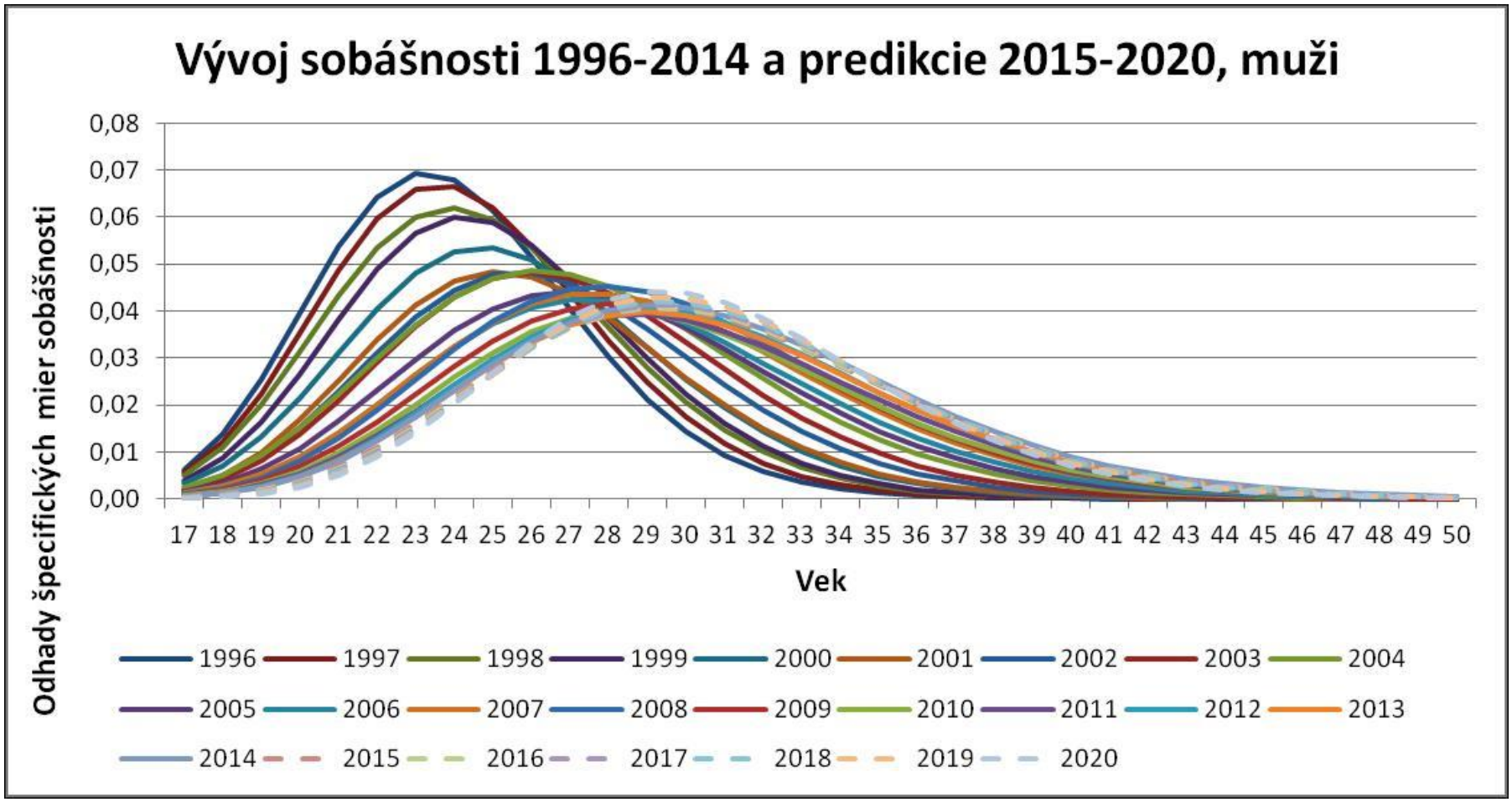


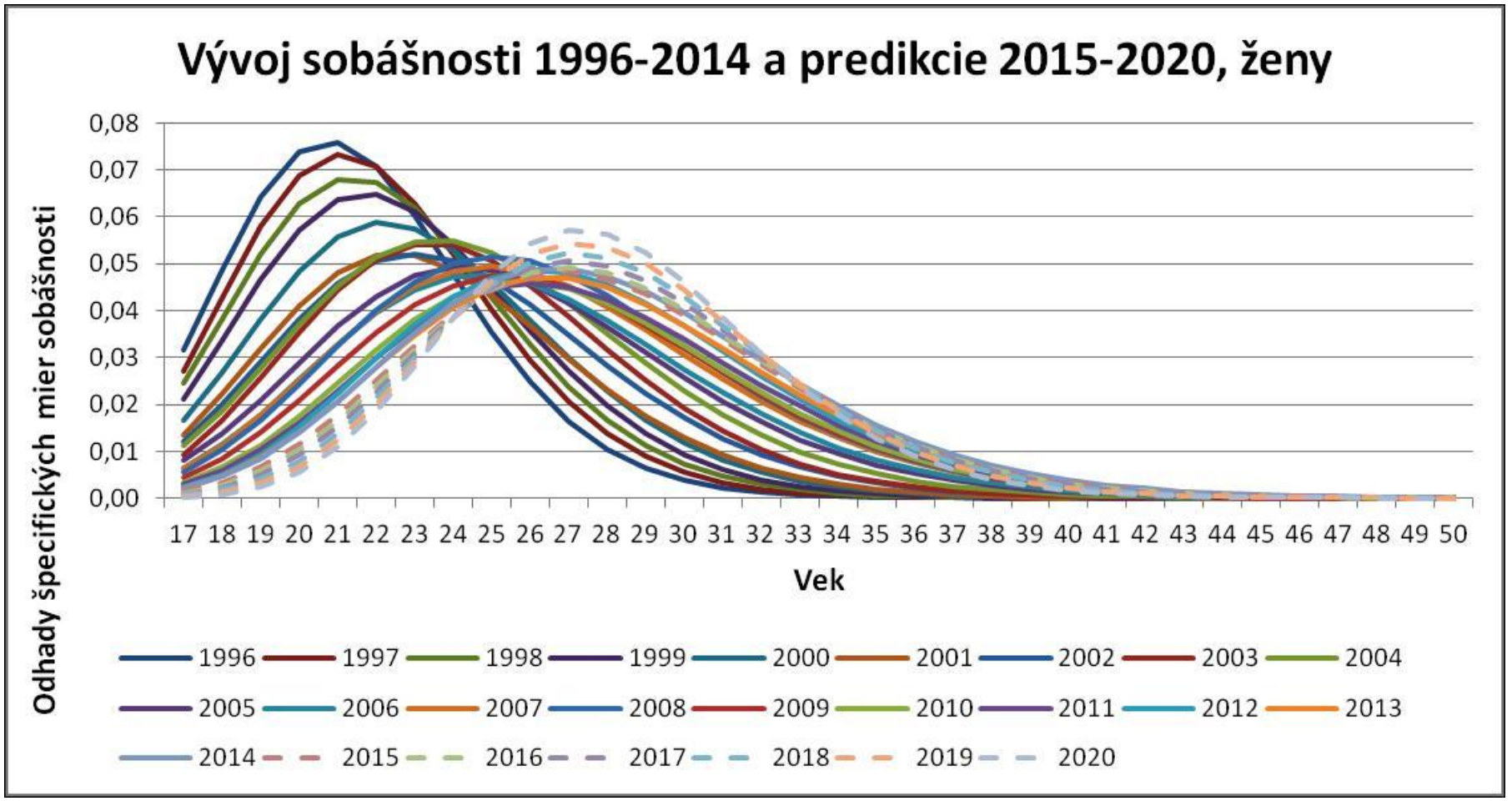
Kvadratický trend pre μ(hat) spolu s IS, sobášnosť mužov

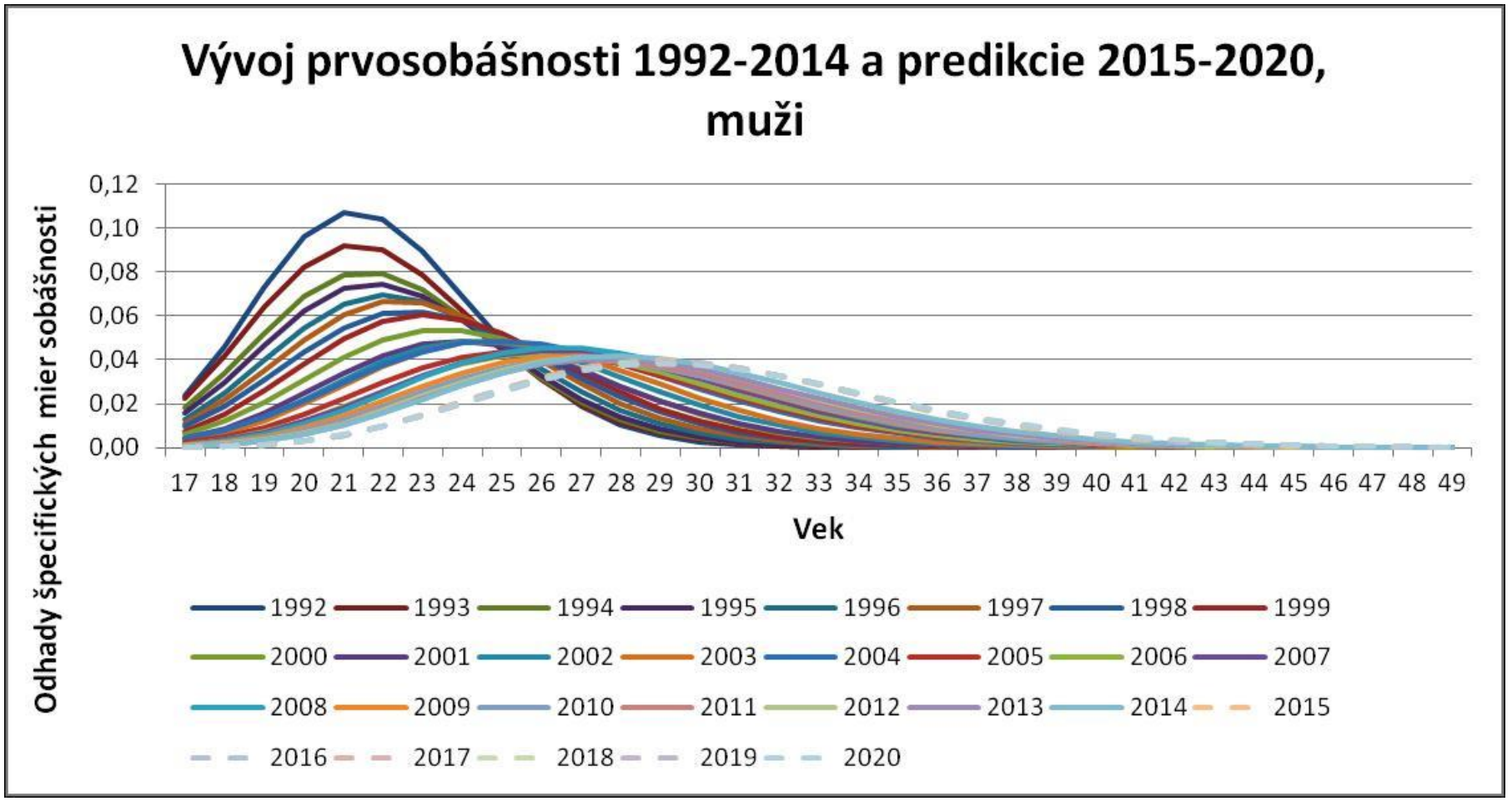


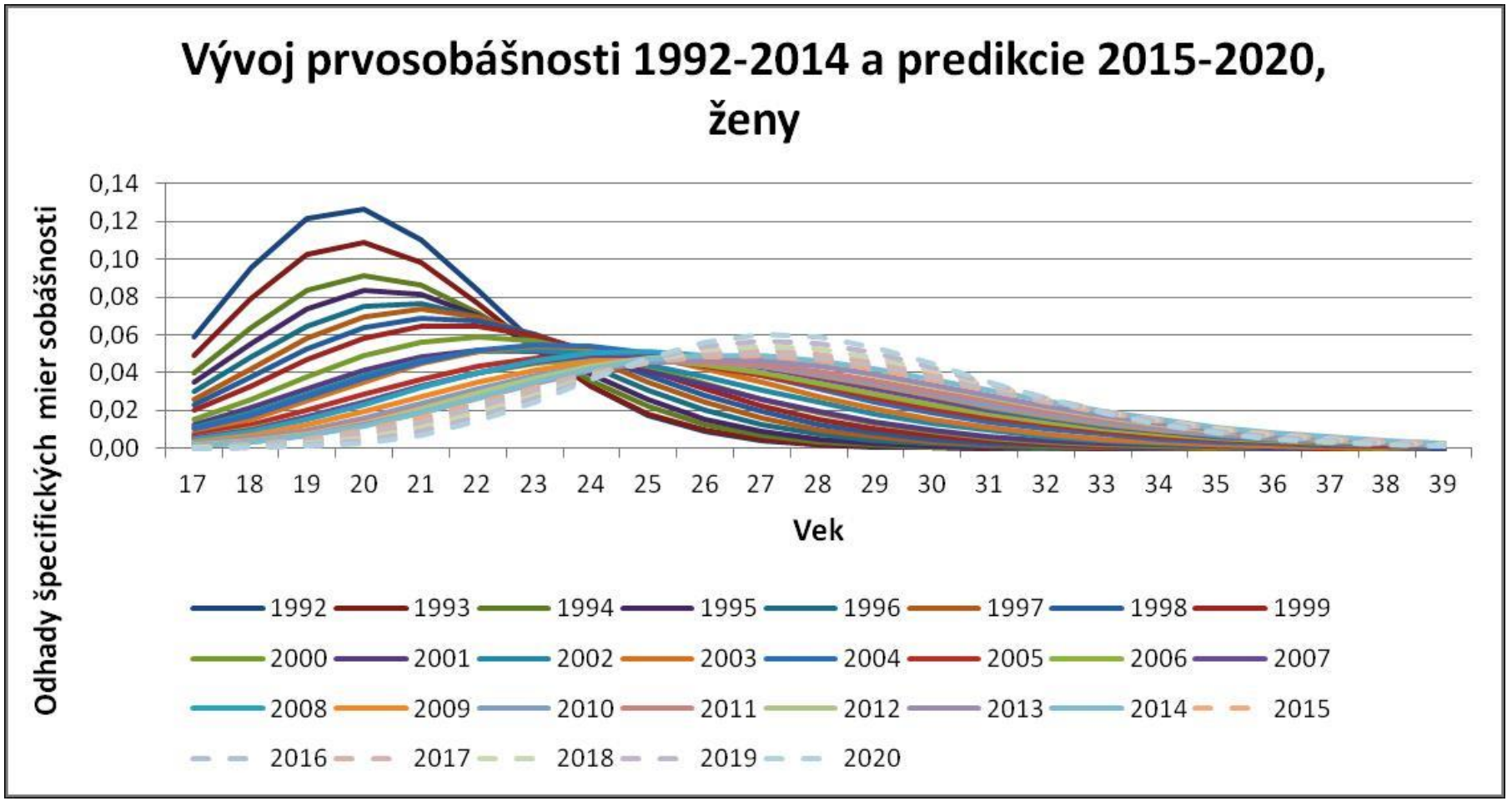

Kvadratický trend pre σ(hat)^2 spolu s IS, sobášnosť mužov
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
-0,01
-0,02
2000
2005
2010
2015
2020
2025
2030
y = -8E-05x² + 0,302x - 303,57
σ(hat)^2
DHP(2.st)
HHP(2.st)
Polynomický (σ(hat)^2)

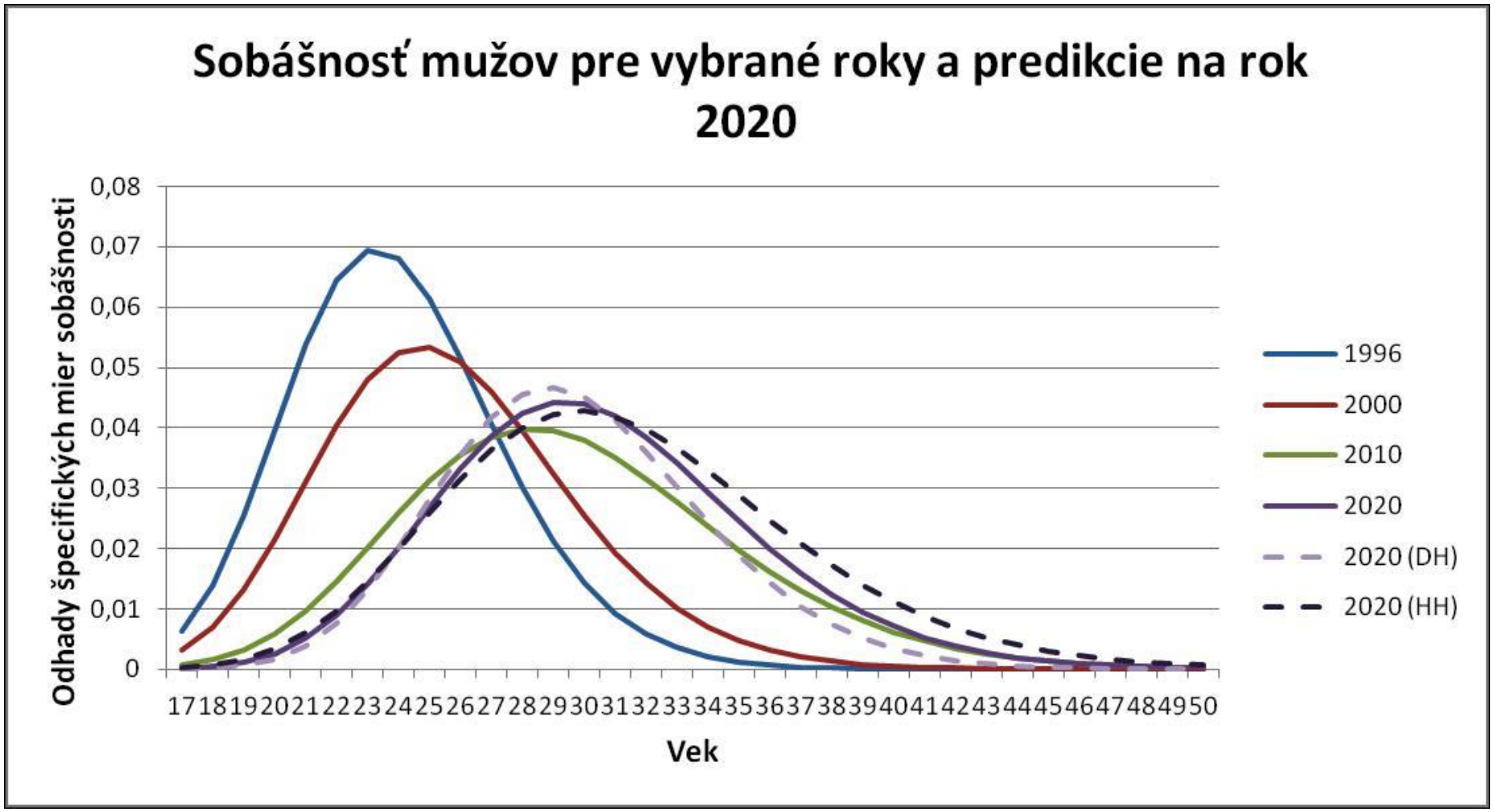
Predikcie budúceho vývoja sobášnosti a prvosobášnosti



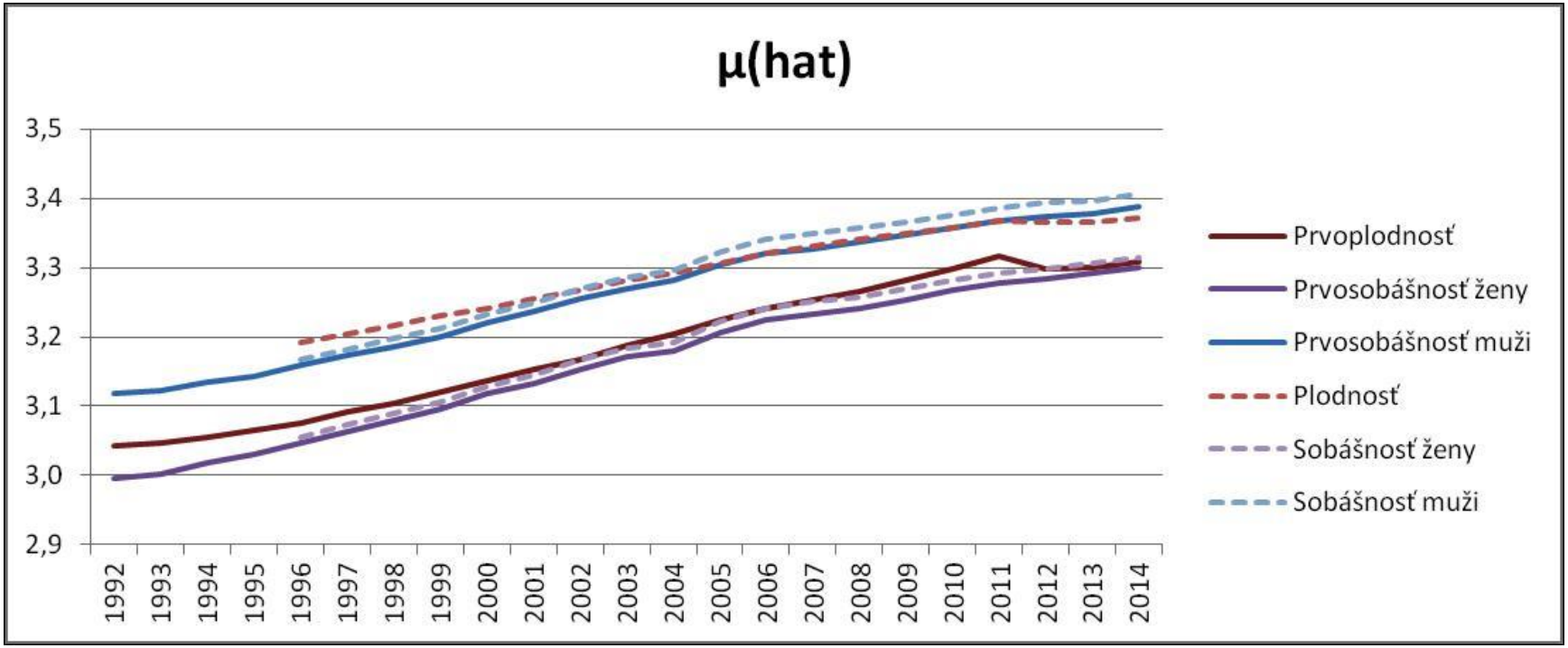

Vývoj sobášnosti 1996-2014 a predikcie 2015-2020, ženy
Odhady špecifických mier sobášnosti
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,00
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
Vek
1996 1997 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004
2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013
2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020


Vývoj prvosobášnosti 1992-2014 a predikcie 2015-2020, muži
Odhady špecifických mier sobášnosti
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
Vek
1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999
2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007
2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015
2016 2017 2018 2019 2020

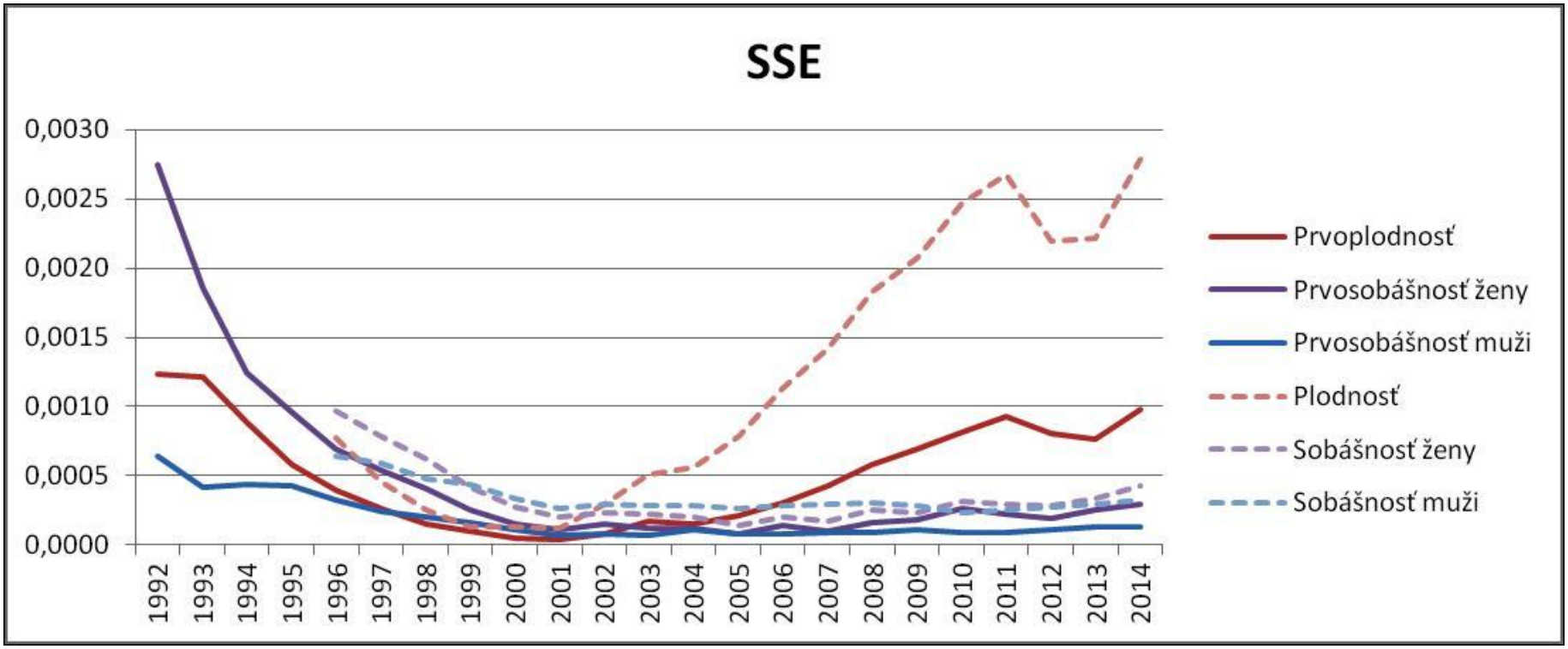

Vývoj prvosobášnosti 1992-2014 a predikcie 2015-2020, ženy
Odhady špecifických mier sobášnosti
0,14
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
Vek
1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999
2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007
2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015
2016 2017 2018 2019 2020


Sobášnosť mužov pre vybrané roky a predikcie na rok 2020
Odhady špecifických mier sobášnosti
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
Vek
1996
2000
2010
2020
2020 (DH)
2020 (HH)

Porovnanie vývoja parametra μ pre sobášnosť a plodnosť



Porovnanie vývoja SSE pre sobášnosť a plodnosť



Referencie (výber)

- Bleha, B., Vaňo, B., Bačík, V.: Demografický atlas Slovenskej republiky, PriF UK a Infostat, Bratislava, 2014
- Cipra, T.: Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii, SNTL-Alfa, Praha, 1986
- Kaneko, R.: Elaboration of the Coale-McNeil Nuptiality Model as the Generalized Log Gamma Distribution: A New Identity and Empirical Enhancements, Demographic Research 9 (2003), 223-262
- Pastor, K.: Matematické modely špecifických mier plodnosti, Forum statisticum Slovacum IX, 2013, č.1, 71-75
- Pavlík, Z., Rychtaříková, J., Šubrtová, A.: Základy demografie, Academia, Praha, 1986
- Podmanická, Z. a kol.: Štatistika v súvislostiach: Rodinné správanie populácie Slovenska, ŠÚSR, Bratislava, 2015
- Preston, S. H., Heuveline, P., Guillot, M.: Demography: Measuring and Modeling Population Processes, Blackwell, Oxford, 2001
- Šprocha, B.: Sobáše a sobášnosť na Slovensku, Slovenská štatistika a demografia 2 (2012), 39-59
- ŠÚSR: Pohyb a vývoj obyvateľstva za roky 1996-2014 Premenné dielo

Ďakujeme za pozornosť